

Jego Magnificencjo Rektorze, Wysoki Senacie, Szanowni Goście

## ALGEBRA KWANTYLI A KATASTROFY BUDOWLANE

Zbigniew Kowal

### 1. WPROWADZENIE

Wybrałem nurtujące mnie od lat **przyczyny katastrof wielkich, systemów konstrukcyjnych** realizowanych przez doświadczonych projektantów i wykonawców. Czy **przyczyną** ogromnych strat materialnych i ofiar w ludziach są **wyłącznie błędy ludzkie i jakość wykonania** czy również **stan rozwoju teorii bezpieczeństwa** konstrukcji. Prowadzone w wielu krajach próby opracowania i wdrażania stochastycznych metod wymiarowania konstrukcji budowlanych i mostowych skończyły się niepowodzeniem – natrafiły na **barierę** ogromnej liczby trudnodostępnych danych potrzebnych do szacowania **bezpieczeństwa**. Przyczyną mojego zajęcia się tymi zagadnieniami jest pewien ciąg zdarzeń.

W majową noc 1945 roku zostałem z Matką **poproszony** o wysiadanie z odkrytych wagonów towarowych na przystanku Niederfeld pod Głogowem. Rano ruszyłem do Głogowa. Mosty na Odrze były zniszczone. Po kilku dniach popłynąłem łódką do prawie **kompletnie zburzonego Głogowa**. Nie spotkałem ani jednego człowieka. Zabłądziłem. Na wojskowym posterunku drogowym poza miastem dowiedziałem się, że do **Zielonej Góry** przejazdu nie ma, ale też nie ma tam czynnej szkoły. Po kilku dniach przyjechał nowy transport repatriantów. Odwiedził nas pracownik państwowy. Dowiedzieliśmy się że najbliższa czynna szkoła jest w Lesznie Wlkp. W chwili odjazdu pociągu wrzuciliśmy rzeczy do wagonu towarowego i dojechaliśmy do Lasocic pod Leszmem. W sierpniu 1946 roku po zdaniu dużej matury w Lesznie przyjechaliśmy pociągiem do Wrocławia. Przenosiliśmy rzeczy po kładce położonej na **zwalonym moście na Odrze**. W rozbitej południowej części Wrocławia utkwiły mi w pamięci wystające **kikuty monolitycznych ram** robiących wrażenie **odpornych na zniszczenie**.

W czasie studiów dorywczo pracowałem. Po III roku studiów podjąłem się dla **BPBP** wykonania projektu **trójkondygnacyjnego monolitycznego magazynu skór surowych** przy ul. Krakowskiej z zaleceniem wykorzystania **fundamentów i zwalonych elementów monolitycznych ram hali** zburzonej w czasie wojny. Budynek stoi do dzisiaj.

Po studiach oglądałem na placu Grunwaldzkim we Wrocławiu skutki **katastrofy długiego prefabrykowanego budynku szkieletowego**. Budynek uległ **totalnemu zniszczeniu padając wzdłuż słupów** poprzecznie do płaszczyzny monolitycznych ram H.

Ta katastrofa zwróciła moja uwagę na ważność topologii i **nośności połączeń prefabrykatów jako elementów sprawczych katastrof**.

Zagadnieniom analizy bezpieczeństwa konstrukcji złożonych poświęciłem 56 prac.

W zleconej analizie bezpieczeństwa konstrukcji betonowych okazało się, że **awaryjność  $q = nq_1 = 1-p$**  konstrukcji prefabrykowanych jest kilkaset razy większa niż monolitycznych - przyczyną powstawania monokultury konstrukcji prefabrykowanych była chęć wykorzystania okresu zimowego do ilościowego zwiększenia budownictwa.

Trudności w opracowaniu obiektywnej teorii szacowania bezpieczeństwa konstrukcji sprawia również to, że inne są **rozkłady nośności elementów konstrukcji** a inne i różne są **rozkłady obciążeń** wchodzące w skład kombinacji obciążeń systemów konstrukcyjnych. **Nośność  $N_{ik}$**  oraz **niezawodność  $t$**  jako **wartość własna elementów i systemów konstrukcyjnych**, wynikająca z przeznaczenia eksploatacyjnego obiektu daje się opisać **rozkładem normalnym**. Natomiast obciążenia mają wiele **rozkładów** innych niż normalne. Można przyjąć na podstawie historycznego doświadczenia, że konstrukcje jednoelementowe zwymiarowane konwencjonalnie na podstawie aktualnych norm spełniają zalecenia zawarte w Eurokodzie PN-EN 1990:2004, dotyczące kwantyli obliczeniowej nośności elementów  $N_{ik}$  oraz ich **niezawodności**. Problem z oszacowaniem niezawodności zaczyna się z chwilą składania elementów w topologiczny system konstrukcyjny.

Aktualnie elementy sprawcze konstrukcji złożonych wymiaruje się na podstawie **konwencjonalnej mechaniki budowli i wytrzymałości materiałów** posługując się **konwencjonalną algebrą**. Problem leży w tym, że **obliczeniowe nośności elementów i ich połączeń** są kwantylami **rozkładów nośności  $N_k = E(N) - t D(N)$**  wylosowanymi ze statystycznego rozkładu normalnego o wskaźniku niezawodności rzędu  $t = 3,8$  (rys.2).

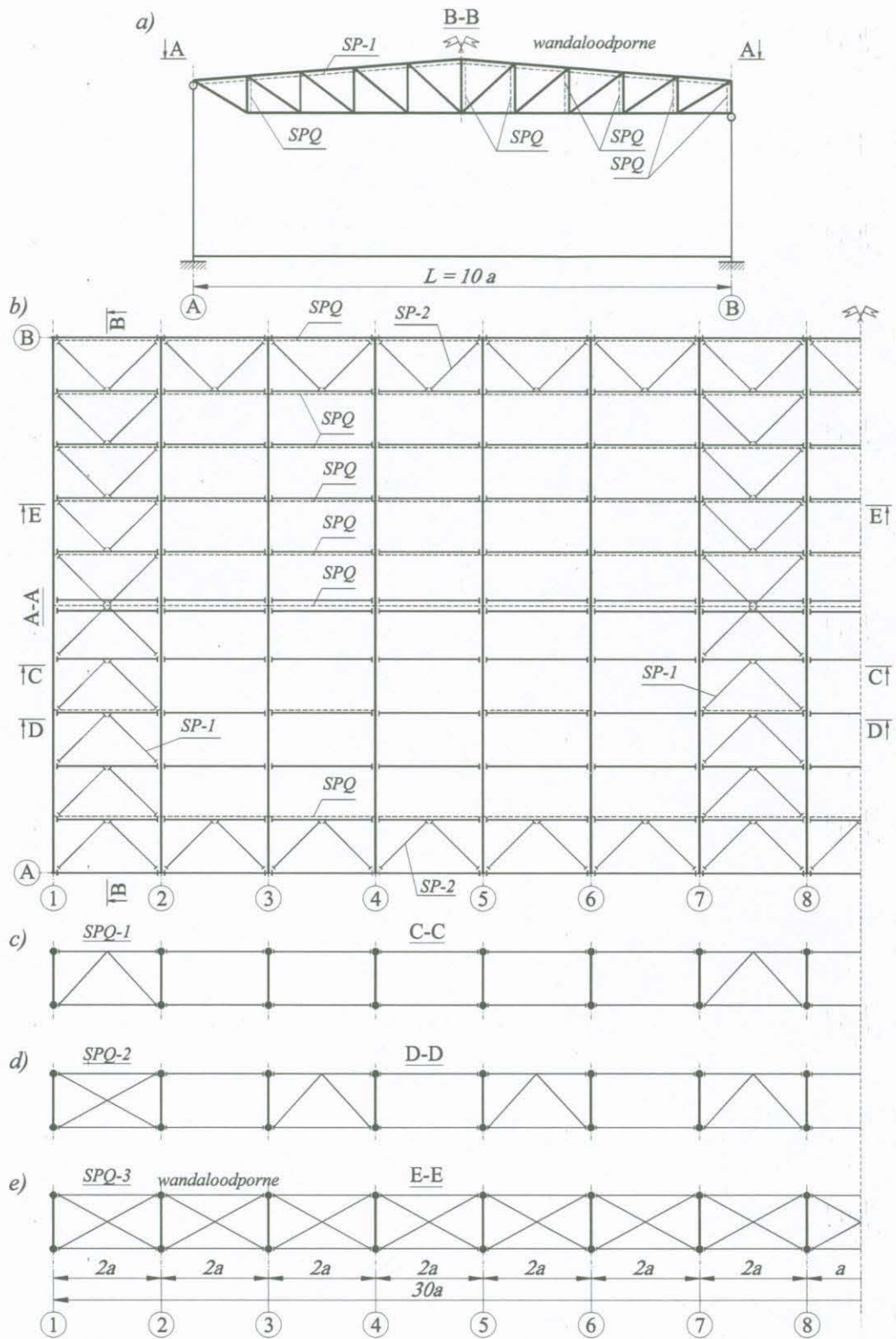
**Wyniki algebraicznych operacji na kwantylach** istotnie różnią się od **wyników operacji za pomocą algebry konwencjonalnej**. Błędne konwencjonalne oszacowania nośności zwłaszcza systemów zawierających pułapki nośności przyczyniają się do **awarii i katastrof prefabrykowanych stalowych i betonowych konstrukcji złożonych**.

Obiektywne oszacowanie **nośności i niezawodności konstrukcji złożonych z wielu elementów** jest możliwe za pomocą **algebry kwantyli**. Algebra kwantyli powinna być stosowana do wszystkich **kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia (KDMZ)** złożonych konstrukcji budowlanych i mostowych. Możemy wyróżnić **dwa zasadnicze**, (niezależne od **wejściowych** wskaźników niezawodności elementów) **trendy kształtowania się nośności i niezawodności** występujące w konstrukcjach złożonych:

1) **Trend ujemny** zmniejszania się **nośności i niezawodności konstrukcji złożonych w funkcji liczby elementów sprawczych** występujący we wszystkich konstrukcjach statycznie wyznaczalnych (rys.1a, c, d).

2) **Trend dodatni** zwiększania się **nośności i niezawodności konstrukcji w funkcji liczby sprzężonych elementów sprawczych** występujący w kinematycznie dopuszczalnych mechanizmach zniszczenia (KDMZ) konstrukcji statycznie niewyznaczalnych (rys.1a,b,e).

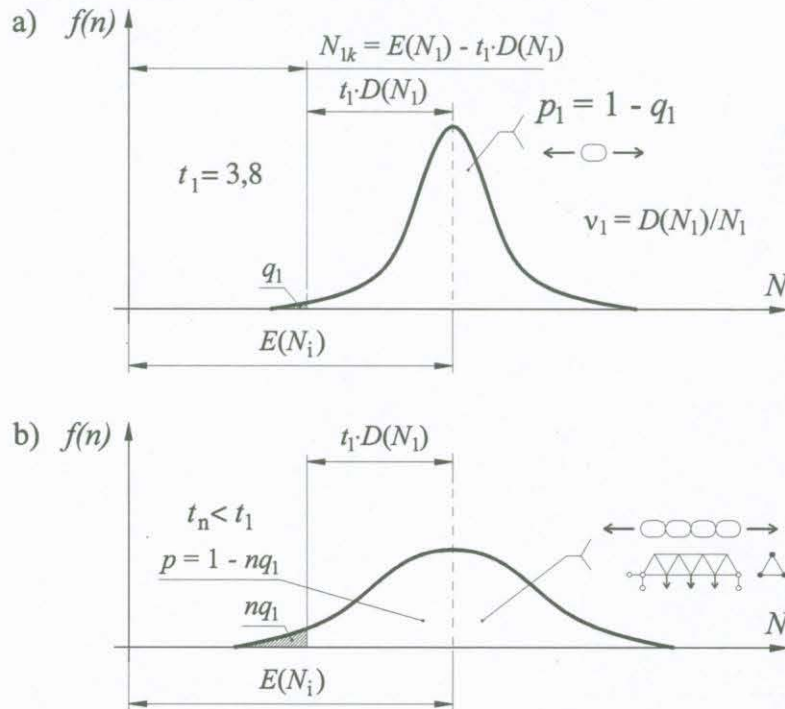
Na rys.1 zilustrowano zagadnienie na przykładzie wiązarowego przekrycia hali: wg. **rys.1c** - rozwiązanie **stabilizuje położenie wiązarowych węzłów**, wg. **rys.1d** - **stabilizuje położenie węzłów i ułatwia montaż**, wg. **rys.1e** - **sprzęga statycznie wyznaczalne wiązary** i odwraca trend zmniejszania się ich nośności na **trend zwiększania się nośności i niezawodności systemu**. Należy zauważyć, że w **strukturach regularnych** o elementach wielokrotnie wzajemnie sprzężonych i **monolitycznych** występuje szczególnie silny **trend wzrostowy nośności**.



Rys.1. Schemat złożonych konstrukcji hal, sposoby stężenia wiązarów przekryć hal.

## 2. TREND ZMNIEJSZANIA SIĘ NOŚNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI W STATYCZNIE WYZNACZALNYCH KONSTRUKCJACH ZŁOŻONYCH

Na rys.2 pokazano model losowego rozkładu nośności  $N_1$  elementów (rys.2a) oraz rozkładu losowej nośności konstrukcji zbudowanej z  $n$  elementów (rys.2b). Niezawodność  $p = \prod [p_1 = 1 - nq_1]$  maleje a rośnie awaryjność  $q = nq_1$  konstrukcji.



Rys. 2. Fizyczna przyczyna zmniejszenia się nośności i niezawodności konstrukcji statycznie wyznaczalnych – elementy sprawcze są połączone szeregowo.

Zmniejszanie s kwantyla nośności  $N_{jzk}$  konstrukcji klasy RC2 w stosunku do kwantyla nośności  $N_{ik}$  pojedynczego elementu można oszacować wg algebry kwantyli ze wzoru (2.1):

$$(2.1) \quad s = E(N_{jz}) : E(N_i) = [1 - (t_2 = 3,8) v_i] : [1 - t_1 v_i]$$

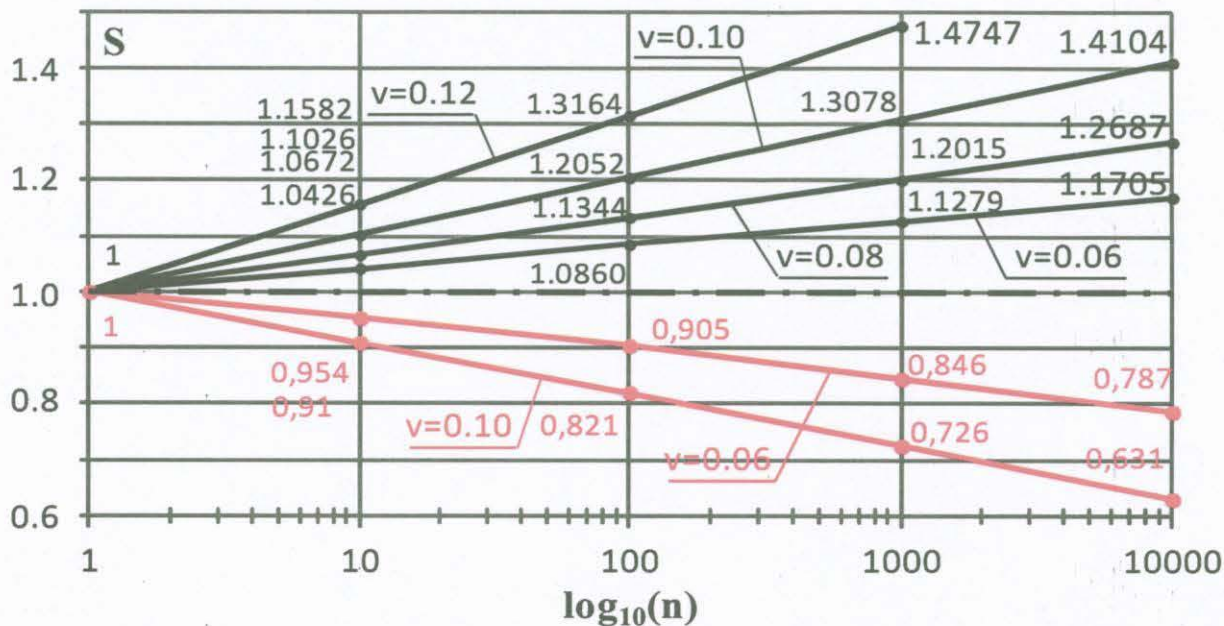
Wskaźniki niezawodności  $t_1$  wyznacza się z rozkładu normalnego na podstawie niezawodności p systemu:  $p = 1 - nq_1 = 1 - 0,000.072.348n$ ,  $n$  – liczba elementów.

W tabelicy 1 zamieszczono przykłady zmniejszanie się nośności  $N_k$  i niezawodności p.

Tabl.1. Przykłady zmniejszanie się nośności  $N_i$  i niezawodności p statycznie wyznaczalnych konstrukcji zbudowanych z  $n$  elementów klasy RC2 ( $t_2 = 3, 8$ ).

	n	nq-awaryjność	p = 1-q-niezawodność	t <sub>1</sub> =	v=0,06	v=0,08	v=0,10
lp.	1	2	3	4	5, s	6, s	7, s
1	1	0,000.072.348.	0,999.927.652.	3,8	1	1	1
2	10	,000.723.48.	0,999.276.52	3.1852	0,954	0,9340	0,910
3	100	0,007.234.8	0,992.765.2	2,4454	0,905	0,8653	0,821
6	1000	0,072.348	0,927.652	1,4584	0,846	0,7880	0,726

Na rys.3 pokazano (kolorem czerwonym) w skali logarytmicznej  $\lg(n)$  wykresy współczynników  $s$  zmniejszania się obliczeniowej nośności konstrukcji statycznie wyznaczalnych zbudowanych z  $n$  elementów. Kolorem czarnym pokazano konieczność zwiększenia nośności elementów w celu dotrzymania wskaźnika  $t_2 = 3,8$  niezawodności ustroju.



Rys.3. Wykresy współczynników  $s < 1$  (kolor czerwony) pokazują zmniejszanie się obliczeniowej nośności statycznie wyznaczalnych konstrukcji klasy RC 2.

Wykresy  $s > 1$  (kolor czarny) pokazują potrzebne zwiększenie  $s$  nośności elementów.

**Twierdzenie 1:** Aby statycznie wyznaczalna konstrukcja złożona z  $n$  elementów sprawczych, uzyskała niezawodność  $p(t)$  wg zalecanej klasy niezawodności ustroju  $p(t) = 1 - q(t)$  potrzeba, żeby suma awaryjności  $q_j$  elementów sprawczych była mniejsza od awaryjności  $q$  ustroju złożonego  $\sum q_i < q = 1 - p$ .

Powiększoną niezawodność  $p(t_j)$  elementów możemy sprawdzać ze wzoru (2.2):

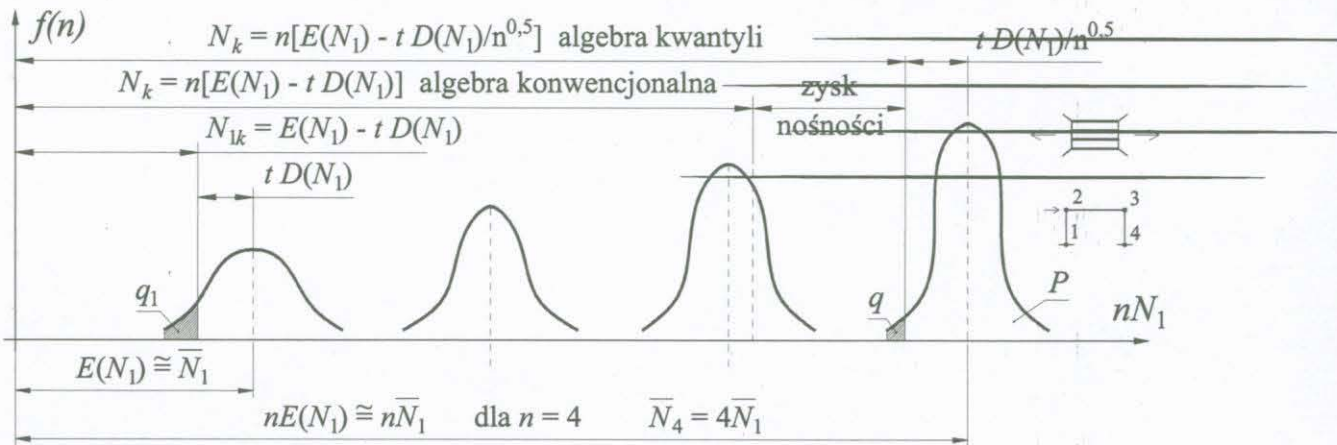
$$(2.2) \quad p(t_j) = > 1 - q(t_2) / n$$

Na podstawie niezawodności  $p(t_j)$  odczytujemy z tablic rozkładu normalnego [17] zwiększony (konieczny) wskaźnik niezawodności  $t_j$  elementów sprawczych. Powiększenie do nośności  $N_{jz}$  elementów sprawczych zwymiarowanych wg. norm [16] ma odpowiadać zwiększonemu kwantylowi  $N_{jzk}$  nośności z wzoru (2.3):

$$(2.3) \quad N_{jzk} = E(N_{jz}) [ 1 - t_j v_i ],$$

gdzie:  $E(N_{jz})$  – oczekiwana nośność  $j$ -tego elementu wzmocnionego,  $t_j$  – wskaźnik niezawodności elementów wzmocnionych,

### 3. TREND ZWIĘKSZANIA NOŚNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI KDMZ STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH KONSTRUKCJI ZŁOŻONYCH



Rys.4. Przykład zwiększenie się kwantyla nośności  $N_k$  KDMZ konstrukcji równolegle sprzężonej z  $n=4$  stochastycznie jednakowych elementów.

Na rysunku 4. Oznaczono:

$$(3.1) \quad E(N) = n E(N_1) - \text{nośność oczekiwana wiązki } n \text{ elementów,}$$

$$(3.2) \quad D^2(N) = \sum D^2(N_i) - \text{wariancja sumy elementów,}$$

$$(3.3) \quad D(N) = [\sum D^2(N_i)]^{0.5} - \text{odchylenie standardowe nośności wiązki elementów,}$$

$$(3.4) \quad v = [\sum D^2(N_i)]^{0.5} : \sum E(N_i) - \text{współczynnik zmienności nośności wiązki elementów,}$$

$$(3.5) \quad N_k = E(N) [1 - t v_1 : \sqrt{n}] - \text{kwantyl } N_k \text{ nośności wiązki } n \text{ elementów.}$$

$$v_1 = D(N_1) / E(N_1), \quad v_n = D(N_1) / E(N_1) \sqrt{n}, \quad v = v_1 / \sqrt{n}$$

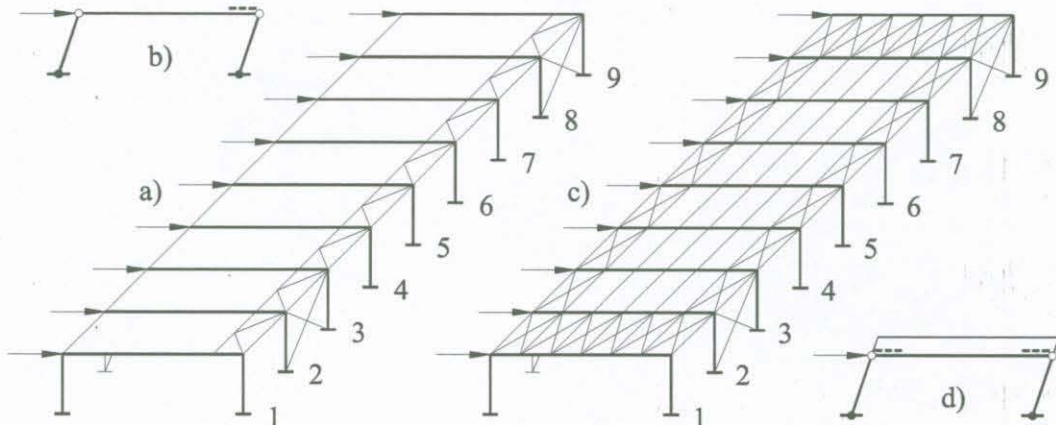
Współczynniki  $v$  są swoistymi współczynnikami jakości wykonania elementów i konstrukcji

Ekonomiczną metodą celowego zwiększania nośności i niezawodności konstrukcji budowlanych jest stosowanie instrumentów algebry kwantyli do optymalizacji nośności i niezawodności. Instrumentami są zazwyczaj stężenia sprzęgające większą liczbę zasadniczych (sprawczych) elementów konstrukcji w kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (KDMZ). Takie instrumenty możemy korzystnie stosować zarówno w projektowaniu jak i w monitorowanym wzmacnianiu konstrukcji istniejących w zasadzie bez potrzeby zwiększania przekrojów elementów sprawczych konstrukcji.

### 3.1. PRZYKŁAD OSZACOWANIA NOŚNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI KDMZ SPRĘŻONYCH SŁUPÓW HALI ZA POMOCĄ ALGEBRY KWANTYLI

Na rys. 5 pokazano przechyłowy KDMZ słupów o głowicach sprężonych stężeniami pościowymi. Wirtualna katastrofa jest możliwa w przypadku zniszczenia wszystkich słupów sprężonych stężeniami pościowymi po jednej stronie hali (np.: wg rys. 5a).

Na rys. 5c pokazano asekurowane sprzężenie głowic słupów.

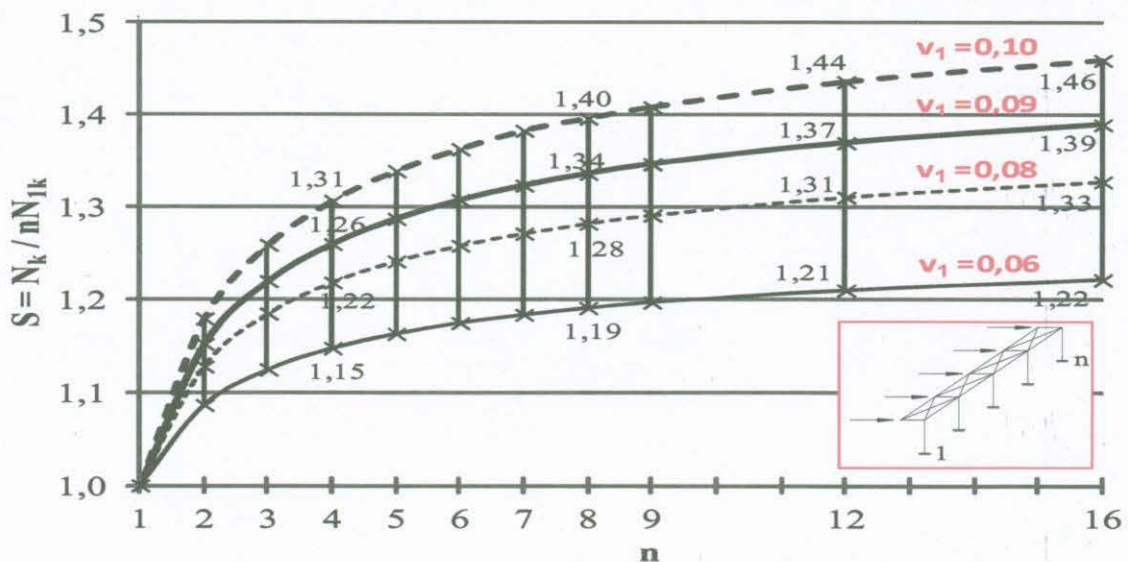


Rys. 5. Przykład przechyłowego KDMZ słupów hali.

Zwiększenie s nośności (rys.6 i tabl.3) sprężonych słupów możemy wyznaczyć ze wzoru (3.6):

$$(3.6) \quad s = [1 - t v_1 : n^{0,5}] : [1 - t v_1].$$

Na rysunku 6 pokazano wykresy zwiększenia s nośności MKZE ustroju klasy RC2, w funkcji liczby n równoległe sprężonych elementów dla współczynników  $v_1 = 0,06$  do  $0,1$ .



Rys 6. Zwiększenie nośności KDMZ ustrojów klasy RC2 zbudowanych z n sprężonych stochastycznie jednakowych elementów o wskaźniku niezawodności  $t = \beta = 3,8$  każdy.

Tabl. 3. Zwiększenie nośności KDMZ słupów o liczbie do  $n=16$  dla  $v_1=0,06-0,1$

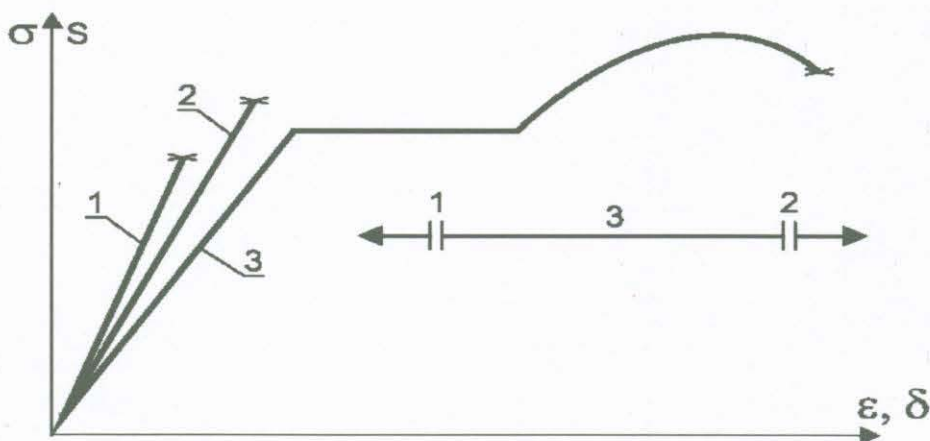
Lp	$v_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{12}$	$s_{16}$
1	0,06	1,087	1,125	1,148	1,163	1,175	1,184	1,191	1,197	1,210	1,222
2	0,07	1,106	1,153	1,181	1,200	1,214	1,225	1,234	1,242	1,258	1,272
3	0,08	1,128	1,185	1,218	1,241	1,259	1,272	1,282	1,291	1,311	1,328
4	0,09	1,152	1,220	1,260	1,287	1,308	1,323	1,336	1,347	1,370	1,390
5	0,10	1,180	1,259	1,307	1,339	1,363	1,383	1,396	1,409	1,436	1,460

#### 4. NOŚNOŚĆ I NIEZAWODNOŚĆ POŁĄCZEŃ PRĘTÓW Z WĘZŁAMI

Na rys.7 pokazano ścieżki równowagi statycznej połączeń 1 i 2 oraz pręta 3.

Zapobieganie awariom wskutek zniszczenia połączeń z węzłami: pęknięcia śrub i spoin w doczołowych połączeniach podatnych oraz w blachach węzłowych kratownic a także połączeń spawano – śrubowych, wyłączające pręty (3) ze współpracy w KDMZ (rys. 7) wymaga aby iloczyn niezawodności połączeń  $p_1 p_2$  był większy od niezawodności pręta  $p_3$ :  $p_1 p_2 > p_3$ . z asekuracją, wtedy należy przyjąć:

$$(4.1) \quad p_1 = p_2 = 1 - q/4$$



Rys. 7. Ścieżki równowagi statycznej rozciąganej pręta 3 oraz połączeń 1 i 2.

Minimalny współczynnik korekcyjny  $k$  zwiększenia nośności połączeń powinien wynosić:

$$(4.2) \quad k = E(N_{1p}) : E(N_3) = (1-3,8v_3) : (1-4,13066 v_1).$$



Tabl. 4. Współczynniki  $k$  zwiększenia nośności połączeń prętów klasy RC2.

$v_1 =$	<b>0,06</b>	<b>0,07</b>	<b>0,08</b>	<b>0,09</b>	<b>0,100</b>
<b><math>v_3 = 0,06</math></b>	1,026	<b>1,086</b>	1,153	1,229	1,315
<b><math>v_3 = 0,07</math></b>		1,033	<b>1,096</b>	1,168	1,251
<b><math>v_3 = 0,08</math></b>			1,040	<b>1,108</b>	1,186
<b><math>v_3 = 0,09</math></b>				1,047	<b>1,121</b>
<b><math>v_3 = 0,10</math></b>					1,056

**Wniosek.** Zwiększanie nośności połączeń w stosunku do nośności prętów sprawczych powinno się stosować do wszystkich konstrukcji złożonych.

## 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

**1. Nośność i niezawodność elementów i konstrukcji złożonych jest ich wartością własną stowarzyszoną z przeznaczeniem obiektu prezentowanym zbiorami obciążeń obiektu.**

**2. Niezawodność wyodrębnionych elementów sprawczych** wymiarowanych zgodnie z normami spełnia zalecenia dotyczące niezawodności elementów jednej z klas konstrukcji: (**RC1- $t=\beta=3,3$ ; RC2- $\beta=3,8$ ; RC1- $\beta=4,3$** ) w czasie 50 letniej eksploatacji.

**3. W konstrukcjach statycznie wyznaczalnych występuje jednoznaczny trend zmniejszający nośność i niezawodność konstrukcji złożonej w funkcji liczby elementów sprawczych- im więcej elementów sprawczych tym mniejsza nośność i niezawodność systemu.**

**4. Nośność i niezawodność KDMZ** złożonych konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych zwiększa się wraz ze zwiększeniem liczby elementów wzajemnie sprzężonych.

**5. Około 10% zwiększenie nośności połączeń** ponad nośność łączonych elementów skutkuje około 4 krotnym zmniejszeniem awaryjności połączeń. W zasadzie należy połączenia włączać do zbioru elementów sprawczych, zwłaszcza w prefabrykowanych konstrukcjach złożonych.

**6. Rozpowszechnienie optymalizacji niezawodności konstrukcji** za pomocą algebry kwantyli może zmniejszyć o 50% liczbę katastrof konstrukcji budowlanych i mostowych w Świecie.

PS. Wzory algebry kwantyli użyte w referacie są wyprowadzone w pracach:

Kowal Z., On Adjusting the Load Bearing Capacity of Decisive Members to Reliability Classes of Statically Determinate Complex Structures. Archives of Civil Engineering, LIX, 1, 2013, s.132-142.

Kowal Z., Instruments of probabilistic optimisation of load bearing capacity and reliability of statically indeterminate complex structures. Archives of Civil Engineering, LX, 1, 2014, 77 – 90.

Kowal Z., Hazards associated with the load-bearing capacity of bar space structures during assembly and performance. Promysłowe budownictwo ta inżynerni sporudy, Kijów, 2011, Nr 3, s.34 – 40.