

Zbigniew Lewicki

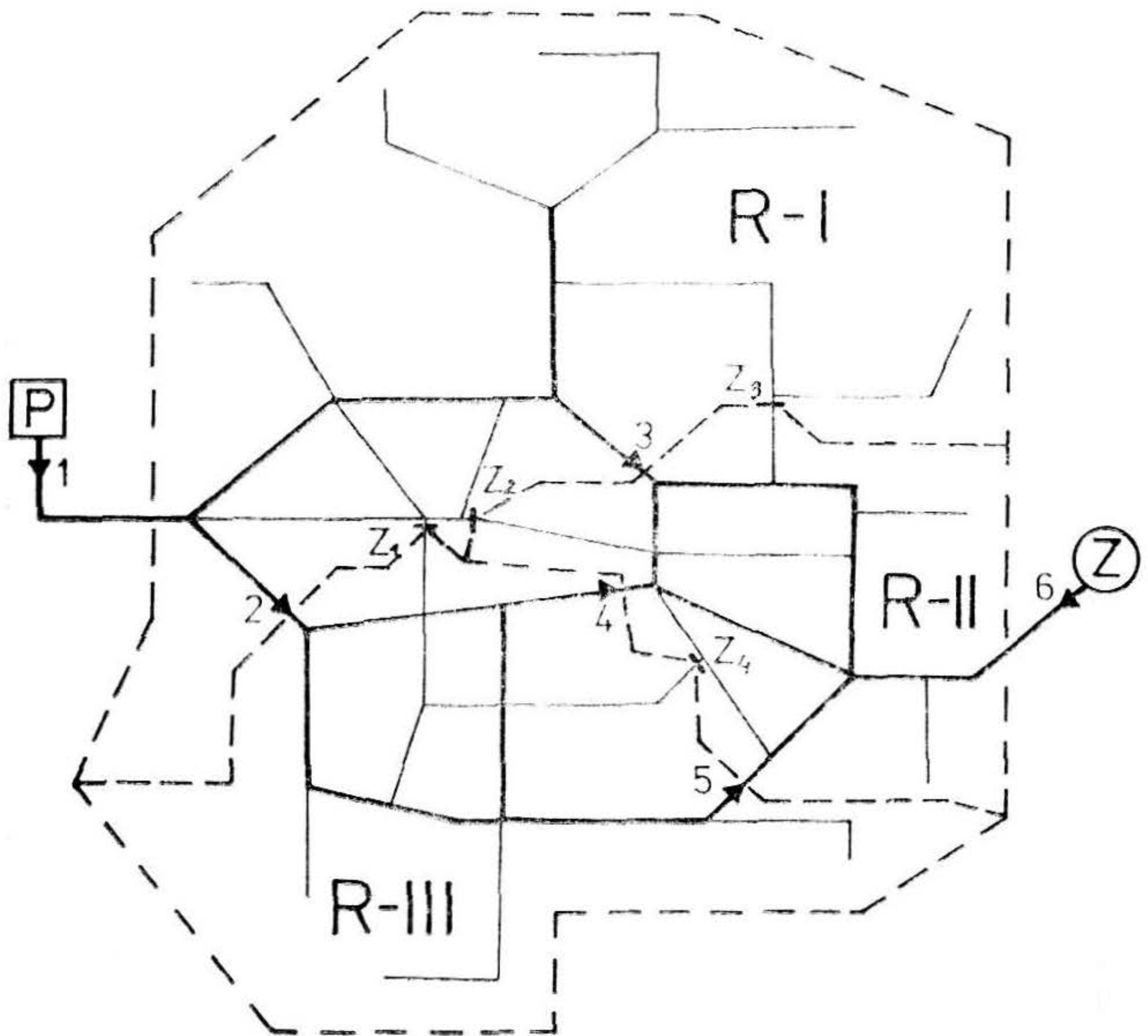
## ADAPTACJA METOD RACHUNKU WYROWNAWCZEGO DO OCENY SPRAWNOŚCI HYDRAULICZNEJ CZYNNYCH SIECI WODOCIĄGOWYCH




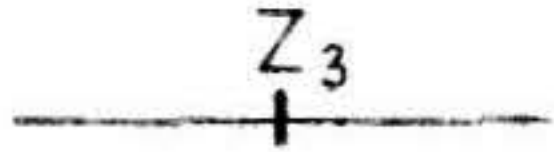



### 1. Wstęp

Podstawę programowania wszelkich zabiegów regulacyjnych i konserwacyjnych na czynnych sieciach wodociągowych oraz projektowania rozbudowy tych sieci powinna stanowić analiza wyników kompleksowych badań hydraulicznych, wykonywanych bezpośrednio w terenie. Pomiary na wybranych elementach sieci powinny być programowane i przeprowadzane w sposób umożliwiający transponowanie uzyskanych wyników na pozostałe elementy sieci o innych parametrach, a tym samym umożliwiającą identyfikację stanu sieci pod względem hydraulicznym. Matematycznie ściśle rozwiązanie tego zagadnienia można osiągnąć poprzez adaptację wybranych metod rachunku wyrównawczego.

### 2. Zakres i dokładność badań hydraulicznych czynnych sieci wodociągowych

Kompleksowe badania terenowe czynnych sieci wodociągowych obejmują pomiary natężenia przepływu i wysokości ciśnienia wody w wybranych węzłach i odcinkach sieci oraz pomiary oporności hydraulicznej rurociągów uznanych za reprezentatywne dla danej sieci. Pomiarami obejmuje się wydzielone rejony miasta zawierające obszary o podobnym charakterze zagospodarowania przestrzennego. W tym celu całą sieć wodociągową dzieli się na odrębne części, odpowiadające wydzielonym rejonom miasta. Podziału sieci dokonuje się poprzez odpowiednie rozmieszczenie punktów pomiaru natężenia przepływu wody lub przez zamknięcie zasuw w odpowiednich punktach sieci. Odpowiednie rozmieszczenie punktów pomiaru natężenia przepływu umożliwia określenie ogólnego zużycia wody w wydzielonym rejonie miasta. Sposób podziału miasta na



- |   |  |
|---|--|
|  | Przewody rozprawdzające                      |
|  | Punkty pomiaru natężenia przepływu           |
|  | Przewody rozdzielcze                         |
|  | Zamknięte zasuwę na przewodach rozdzielczych |
|  | Granice rejonów zużycia wody                 |
|  | Pompownia                                    |
|  | Zbiornik sieciowy                            |

Rys. 1. Schemat podziału sieci na rejonę zużycia

rejony zużycia zilustrowano na rysunku 1. Szczegółowe zasady rozmieszczania punktów pomiaru natężenia przepływu oraz wyboru zasuw odcinających wydzielone rejony miasta zawarte są w pracach [1], [3], [6], [7].

Jednocześnie z pomiarami natężenia przepływu prowadzi się pomiary wysokości ciśnienia wody w odpowiednich węzłach sieci, natomiast niezależnie od tych pomiarów prowadzone są pomiary oporności hydraulicznej wybranych rurociągów. Metodyka pomiarów wysokości ciśnienia wody jest znacznie prostsza niż w przypadku pomiarów natężenia przepływu czy też oporności hydraulicznej, zatem liczba punktów pomiaru wysokości ciśnienia powinna być możliwie największa. Pomiarami oporności hydraulicznej należy w miarę możliwości obejmować cały zakres średnic rurociągów w badanym rejonie miasta z uwzględnieniem różnorodności materiału rur, czasu trwania ich eksploatacji itp. Szczegółowe zasady rozmieszczania punktów pomiaru wysokości ciśnienia wody oraz kryteria wyboru rurociągów do pomiaru oporności hydraulicznej przedstawione są w pracach [1], [3], [6], [7].

Metodyka badań i pomiarów wykonywanych na czynnych sieciach wodociagowych oraz przyrządy i aparatura stosowane do tego celu omówione są w pracach [1], [7], [3]. Dokładność wyników pomiarów uzyskiwanych przy stosowaniu aparatury produkowanej w kraju oszacowana została w pracy [3]. Należy zauważyć, że dokładność ta jest uwarunkowana nie tylko dokładnością przyrządów pomiarowych ale również warunkami w jakich odbywają się pomiary takimi jak dostępność i oświetlenie przyrządów, warunki atmosferyczne itd. Z tego względu konieczne jest dokładne sprawdzanie wszystkich przyrządów zarówno przed pomiarami iak i po ich zakończeniu.

Wielkość maksymalnych błędów pomiarowych jest wg pracy [3] następująca:

— przy pomiarach ciśnienia manometrami wskazująco-rejestrującymi lub tarczowymi	0,4 ÷ 1,5 m
— przy pomiarach natężenia przepływu za pomocą wodomierza	1,3 ÷ 2,3%
— przy określaniu natężenia przepływu na podstawie pomiarów średnicy i prędkości	2 ÷ 9%
— przy wyznaczaniu współczynnika oporności właściwej na podstawie wskazań wodomierza	2,8 ÷ 7%
— przy określaniu współczynnika oporności właściwej na podstawie pomiarów średnicy i prędkości przepływu	4,3 ÷ 22,6%

Należy zauważyć, że przytoczone wartości maksymalnych błędów pomiarowych i obliczeniowych ustalono przy założeniu jednoczesnego wy-



stępowania błędów granicznych wszystkich zmiennych i jednakowego układu ich znaków. Maksymalne błędy statystyczne są znacznie mniejsze od przytoczonych np. w przypadku współczynnika oporności właściwej jego wartość wynosi 10,5%.

### 3. Podstawy teorii wyrównywania układów obserwacyjnych

Wyniki obserwacji (pomiarów) mogą być obarczone trzema rodzajami błędów:

- błędy grube (omyłki),
- błędy systematyczne (stałe),
- błędy przypadkowe.

Eliminacja błędów grubych i systematycznych pozwala otrzymać zespół wyników obserwacji zawierających błędy o małych wartościach bezwzględnych, przy czym błędy dodatnie i ujemne występują bez wyraźnej przewagi jednych nad drugimi. W przypadku niemożliwości całkowitego wyeliminowania błędów systematycznych zakłada się, że pozostałości tych błędów mają charakter błędów przypadkowych.

Dokładność pojedynczego pomiaru charakteryzują:

- błąd przeciętny

$$d = \frac{\sum |\varepsilon|}{n} \quad (1)$$

- błąd średni tzw. kwadratyczny

$$s = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon^2}{n}} \quad (2)$$

gdzie:  $n$  — liczba pomiarów (odpowiednio duża),  
 $\varepsilon$  — błąd pomiaru

$$\varepsilon = X - x \quad (3)$$

$X$  — wartość prawdziwa wielkości mierzonej,  
 $x$  — wynik pomiaru.

Zależność między błędem średnim a przeciętnym jest następująca:

$$s = 1,25 d \quad (4)$$

W rachunku wyrównawczym wykorzystuje się prawie wyłącznie błędy średnie, gdyż posługując się nimi można na podstawie prawa Gaussa wyznaczyć błąd średni funkcji  $F(X, Y, Z)$ , znając błędy średnie zmiennych niezależnych:

$$s_F = \sqrt{\left| \frac{\partial F}{\partial X} \right| \cdot s_X \Big|^2 + \left| \frac{\partial F}{\partial Y} \right| \cdot s_Y \Big|^2 + \left| \frac{\partial F}{\partial Z} \right| \cdot s_Z \Big|^2} \quad (5)$$



W praktyce pomiarowej przyjmuje się, że trzykrotny błąd średni jest błędem nieprzekraczalnym i nadaje się mu nazwę błędu granicznego (maksymalnego)

$$\varepsilon_g = 3 \cdot s \quad (6)$$

Prawdopodobieństwo nieprzekroczenia bezwzględnej wartości 3-krotnego błędu średniego, przy założeniu normalnego rozkładu błędów wynosi 0,9973 [2].

Wyrównanie układu obserwacyjnego (pomiarowego) polega na algebraicznym dodawaniu do wyników obserwacji  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  niezmiennych poprawek  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$  tak dobranych, aby każdy związek funkcyjny zachodzący między wartościami prawdziwymi wielkości mierzonych  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$

$$F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (7)$$

po podstawieniu wyrównanych wyników obserwacji został ściśle spełniony

$$F(x_1 + w_1, x_2 + w_2, x_3 + w_3, \dots, x_n + w_n) = 0 \quad (8)$$

Poprawki wyników obserwacji muszą być tak dobrane, aby zgodnie z zasadą Legendre'a suma kwadratów ilorazów poprawek i odpowiadających im błędów średnich była najmniejsza:

$$\sum_{i=1}^n \left/ \frac{w_i}{s_i} \right/ ^2 = \text{minimum} \quad (9)$$

W każdym wyrównywanym układzie obserwacyjnym istnieje liczba  $u$  obserwacji niezbędnych do jednoznacznego wyznaczenia wszystkich parametrów opisujących dany układ oraz liczba  $n$  obserwacji wykonanych w danym układzie. Wyrównanie wyników obserwacji jest możliwe jedynie wówczas, gdy spełniona jest nierówność:

$$n > u \quad (10)$$

Liczbę niezależnych związków funkcyjnych zachodzących między obserwowanymi wielkościami wyznacza się z zależności:

$$r = n - u \quad (11)$$

Liczba ta określa jednocześnie liczbę tzw. wielkości nadliczbowych w danym układzie obserwacyjnym.

Wyrównanie układów obserwacyjnych można prowadzić dwoma metodami [2]:

- metodą zawarunkowaną,
- metodą pośredniczącą.

Obydwie metody dają identyczne wyniki a o ich wyborze decyduje łatwość matematycznego formułowania rozważanego zagadnienia oraz wkład



pracy rachunkowej przy rozwiązywaniu postawionego zadania jedną z tych metod.

Wyrównanie metodą zawarunkowaną prowadzone jest w trzech fazach:

1. ustala się liczbę  $r$  równań warunkowych w danym układzie oraz wyszukuje się je,
2. zestawia się te równania wpisując na miejsce prawdziwych, nieznanych wartości  $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$  wartości obserwacji poprawionych  $x_1 + w_1, x_2 + w_2, x_3 + w_3 \dots x_n + w_n$ ,
3. do otrzymanego układu  $r$  równań z  $n$  niewiadomymi poprawkami  $w_1, w_2, w_3 \dots w_n$  stosuje się odpowiednie postępowanie rachunkowe mające zapewnić spełnienie warunku (9).

W metodzie pośredniczącej zestawianie równań warunkowych jest zbędne. Do zagadnienia wprowadza się zespół  $u$  wzajemnie niezależnych zmiennych, jednoznacznie charakteryzujących dany układ. W funkcji tych zmiennych wyraża się poprawki obserwacyjne tworząc tzw. równania poprawek i sprowadza w ten sposób zadanie do wyznaczenia minimum funkcji wzajemnie niezależnych zmiennych (tzw. zmiennych pośredniczących).

#### 4. Adaptacja metody pośredniczącej wyrównywania układów obserwacyjnych do oceny sprawności hydraulicznej czynnych sieci wodociągowych

Wyniki badań czynnej sieci wodociągowej i oszacowane wielkości błędów pomiarowych umożliwiają bezpośrednią ocenę sprawności hydraulicznej odcinków objętych pomiarami. W przypadku oceny sprawności całej sieci należy oszacować wszystkie niezbędne wielkości charakteryzujące stan sieci, w tym również dotyczące odcinków nie objętych pomiarami i oszacować wartości błędów jakimi mogą być te wielkości obciążone.

Wszystkie wielkości opisujące stan sieci wodociągowej powinny spełniać w odniesieniu do sieci o układach zamkniętych znane prawa Kirchhoffa:

$$\sum q_i = 0 \quad (12)$$

$$\sum \Delta h_j = 0 \quad (13)$$

a w odniesieniu do sieci o układach otwartych również pierwsze prawo Kirchhoffa (12) i dodatkowo warunek

$$\Delta h_{ij} = R_i - R_j \quad (14)$$

gdzie:  $R$  — rzędne wysokości ciśnienia wody w węzłach  $i, j$ .



Jeżeli powyższe warunki nie są spełnione, poszukuje się takich wartości wielkości zmierzonych i oszacowanych, które by je spełniały.

Układy obserwacyjne czynnych sieci wodociągowych wymagają opisu cech ich elementów składowych. Przyjęto, że układy takie opisane będą następującymi wielkościami:

- rzędne wysokości ciśnienia wody we wszystkich węzłach,
- długości zastępcze i oporności właściwe wszystkich odcinków,
- natężenia przepływu we wszystkich odcinkach.

W opisanych w ten sposób układach sieci wodociągowych spełniony jest warunek (10) [3], można zatem poddawać je procesowi wyrównawczemu.

Punktem wyjścia w metodzie pośredniczącej jest wybór zmiennych niezależnych opisujących jednoznacznie dany układ obserwacyjny sieci wodociągowej. Jako zmienne niezależne przyjęto:

- rzędna ciśnienia wody w głównym punkcie zasilania układu,
- długości zastępcze i oporności właściwe wszystkich odcinków,
- natężenia przepływu w poszczególnych odcinkach.

Pozostałe wielkości opisujące dany układ są obserwacjami nadliczbowymi. W układach o złożonej topologii występują dodatkowe obserwacje nadliczbowe. Przyjmuje się, że w każdym obwodzie układu zamkniętego obserwacją taką jest jedna z wielkości opisujących odcinek domykający. W przypadku występowania węzłów zerowych tj. takich węzłów, w których nie ma ani dopływu ani odpływu wody, przyjmuje się, że obserwacją nadliczbową jest natężenie przepływu na jednym z odcinków przyłączonych do tego węzła.

W metodzie pośredniczącej dla każdej obserwowanej wielkości tworzy się równanie poprawki

$$w_i = F_i[\mathbf{X}] - x_i \quad (15)$$

gdzie:  $F_i[\mathbf{X}]$  — wyrównana wartość wielkości obserwowanej będąca funkcją parametrów opisujących układ obserwacyjny.

Wstępnie przyjmuje się przybliżone wartości tych parametrów a w procesie wyrównywania są one tak poprawiane aby spełniony był warunek [9]. Rozwiązanie tego zadania można uzyskać dwoma sposobami:

- stosując metody programowania nieliniowego określa się globalne minimum dla funkcji celu:

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{s_i^2} \quad (16)$$

- poprzez linearyzację funkcji  $F_i[\mathbf{X}]$  (rozwiniecie w szereg Taylora z odrzuceniem wyrazów wyższego rzędu niż pierwszy) co prowadzi do układu równań liniowych.



### 5. Numeryczna realizacja adaptowanej metody przy zastosowaniu EMC

W celu praktycznego rozwiązania przedstawionego zagadnienia wykorzystano metody programowania nieliniowego [4], [5]. Przy poszukiwaniu globalnego minimum funkcji celu określonej wzorem (16) zastosowano metodę minimalizacji funkcji na określonym kierunku. Wykorzystano w tym celu metodę najszybszego spadku, zaliczaną do metod gradientowych, która daje dobre efekty w przypadku dużej liczby zmiennych [9]. W metodzie tej funkcja celu minimalizowana jest w kierunku przeciwnym do jej gradientu.

Algorytm procesu wyznaczania minimum funkcji metodą najszybszego spadku przedstawia się następująco:

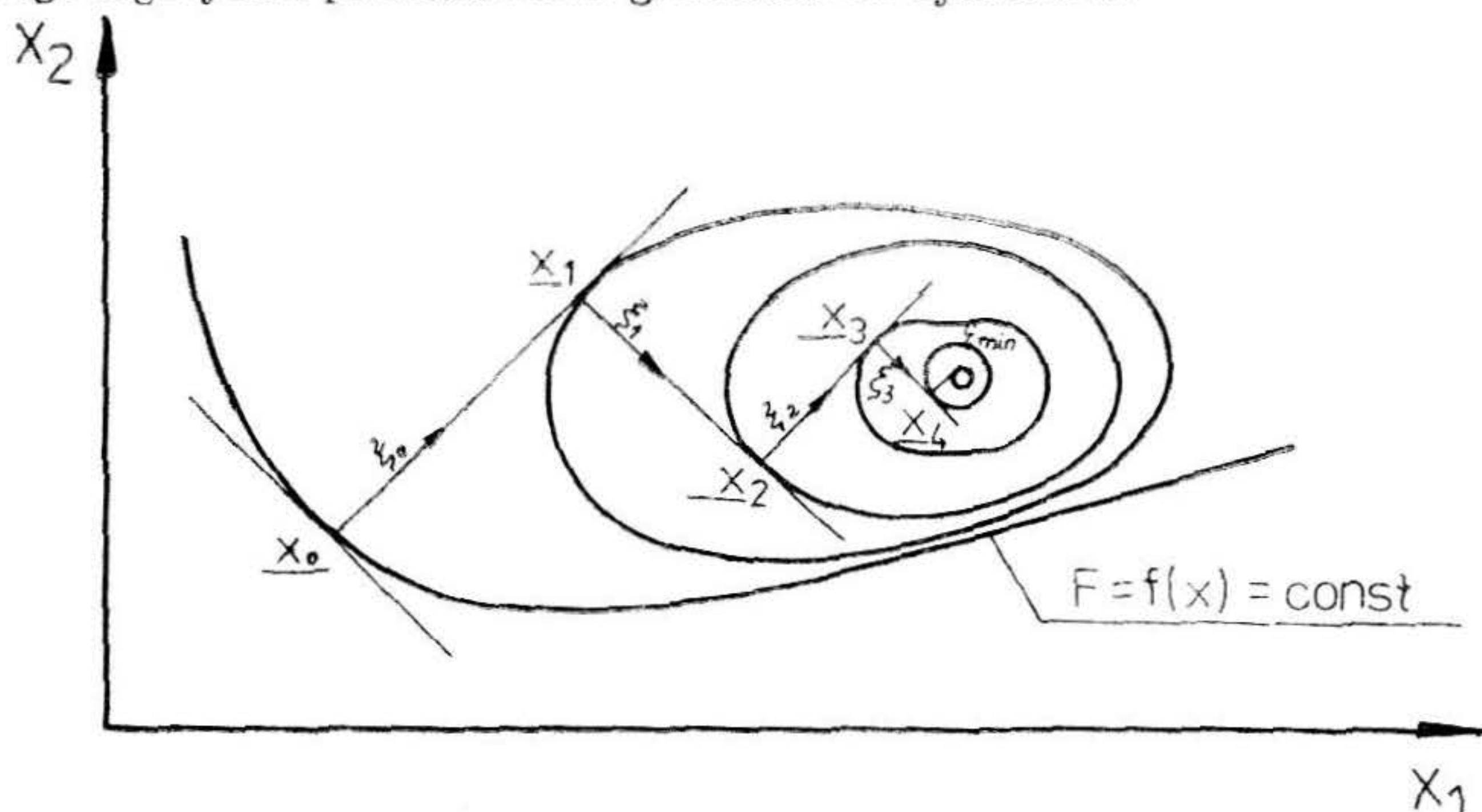
1. obliczenie w punkcie startowym  $x_0$  wartości funkcji celu  $E_0 = f(x_0)$  oraz jej gradientu  $g = g(x_0)$ ,
2. wyznaczenie kierunku poszukiwań minimum

$$\xi_i = -g$$

3. określenie wzdłuż kierunku  $\xi_i$  wartości  $\lambda_i$  minimalizującej  $f(x_{i-1} + \lambda_i \cdot \xi_i)$  oraz współrzędnej nowego punktu  $x_i = x_{i-1} + \lambda_i \cdot \xi_i$ ,
4. obliczenie w punkcie  $x_i$  wartości gradientu

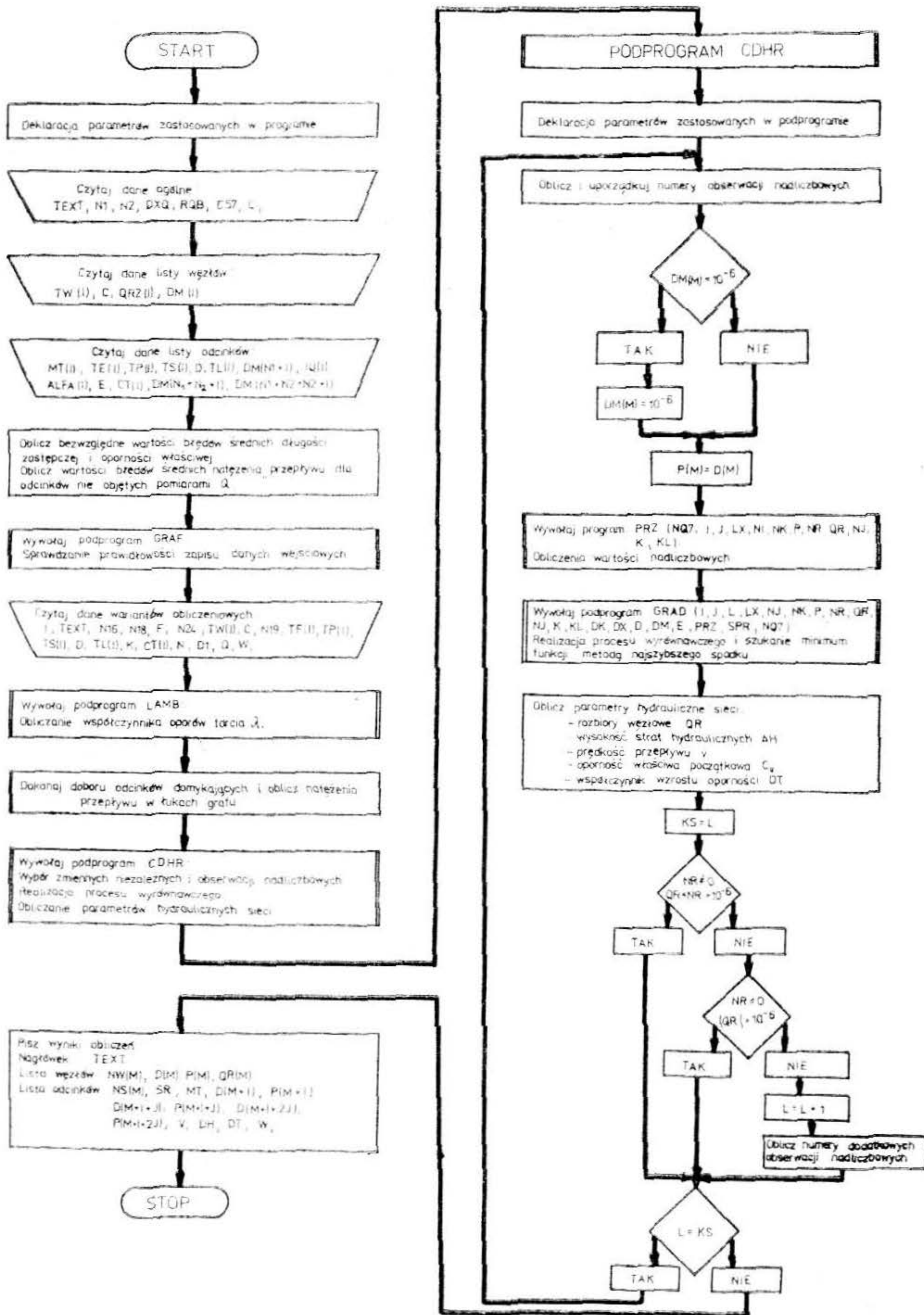
$$g = g(x_i)$$

5. zbadanie czy występuje minimum funkcji celu  $E(x_i)$ , jeśli nie, to zachodzi konieczność powtórzenia czynności począwszy od punktu 2.
- Sposób wyznaczania minimum funkcji dwóch zmiennych według podanego algorytmu przedstawiono graficznie na rysunku 2.



Rys. 2. Sposób wyznaczania minimum funkcji dwóch zmiennych metodą najszybszego spadku





Rys. 3. Uogólniony schemat blokowy programu HYDR



Prowadzenie skomplikowanego procesu wyrównawczego według adaptowanej metody pośredniczącej jest przy dużej liczbie zmiennych opisujących układ obserwacyjny możliwe jedynie przy zastosowaniu EMC. W tym celu opracowany został program obliczeniowy HYDR. Program ten opracowano w języku Fortran 1900 i przystosowano do obliczeń na EMC Odra 1304 i innych maszynach cyfrowych, wyposażonych w kompilatory języka Fortran. W opracowanej wersji program HYDR umożliwia analizę sieci wodociągowych posiadających 150 węzłów, 170 odcinków oraz 61 zamkniętych obwodów. Długość programu przy podanych ograniczeniach wynosi ok. 28 K. Uogólniony schemat blokowy programu HYDR przedstawiony jest na rys. 3.

## 6. Podstawowanie i wnioski

Liczba obserwacji dokonanych w układach czynnych sieci wodociągowych jest z reguły znacznie mniejsza od liczby obserwacji niezbędnej do opracowania wyników pomiarów z zastosowaniem rachunku wyrównawczego. W takim przypadku tworzy się fikcyjne układy obserwacyjne, opisane zarówno wielkościami pomierzonymi jak i oszacowanymi w sposób przybliżony na podstawie wyników pomiarów. Poddanie takich fikcyjnych układów obserwacyjnych procesowi wyrównawczemu wymaga określenia wartości błędów średnich zarówno wielkości obserwowanych jak i oszacowanych w sposób przybliżony. Dokładne ustalenie wartości tych błędów jest możliwe jedynie przy pomiarach długości i oporności właściwej odcinków. W pozostałych przypadkach wartości błędów średnich określa się korzystając z zależności (6) po uprzednim oszacowaniu błędów granicznych.

Przedstawiona adaptacja metody pośredniczącej, prowadząca do jednoznacznego określenia stanu hydraulicznego czynnych sieci wodociągowych uwzględnia fakt, że błędami obarczone są zarówno wartości oszacowane w sposób przybliżony jak i wartości zmierzone. W związku z tym przyjmuje się, że wszystkie parametry opisujące stan sieci są wielkościami zmiennymi i podlegają wyrównaniu. Wiąże się z tym bardzo duża liczba niezbędnych obliczeń i iteracji, niepomiernie większa niż w przypadku obliczeń hydraulicznych wykonywanych w fazie projektowania sieci wodociągowej. Nadzieje na skrócenie czasu trwania obliczeń można wiązać z zastosowaniem algorytmu liniowego do realizacji zaadaptowanej metody pośredniczącej.

Zastosowanie zasad rachunku wyrównawczego do oceny sprawności hydraulicznej czynnych sieci wodociągowych umożliwia właściwe wykorzystanie oraz prawidłową interpretację wyników pomiarów terenowych



i pozwala oszacować stan całej sieci na podstawie pomiarów wykonanych na jej wybranych elementach. Uniwersalność zaprezentowanej metody wynika stąd, że może ona zostać łatwo adaptowana do obliczeń czynnych sieci cieplnych i gazowych.

#### LITERATURA

- [1] Bielecki K., Galik S., Lewicki Z., Mielcarzewicz E., Pełka H., *Badania i ocena przydatności do dalszej eksploatacji miejskich sieci wodociągowych*. Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej Nr 37. Wrocław 1975.
- [2] Hausbrandt S., *Rachunek wyrównawczy i obliczenia geodezyjne*. Tom I, II, PPWK. Warszawa 1970/71.
- [3] Lewicki Z., *Metoda oceny sprawności hydraulicznej czynnej sieci wodociągowej na podstawie badań terenowych*. Praca doktorska. Instytut Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1980.
- [4] Mazur A., *Badanie efektywności uogólnionego procesu Seidela w przypadku podziału zbioru niewiadomych na wektory wyznaczone*. Praca doktorska. Zielona Góra 1975.
- [5] Mazur A., Gil J., *Wyrównanie dużych układów obserwacyjnych przy zastosowaniu metody gradientu*. Zeszyty Naukowe WSIInż. w Zielonej Górze. Nr 27/1974.
- [6] Mielcarzewicz E., Lewicki Z., *Identyfikacja stanu technicznego czynnych sieci rozpraszających wodę na podstawie terenowych badań hydraulicznych*. I Zjazd Wodociągowców Polskich „Polwod-78”. Materiały Konferencyjne. Łódź 1978.
- [7] Mielcarzewicz E., Lewicki Z., Pełka H., *Opracowanie metod badania i oceny przydatności sieci wodociągowej w miastach przewidzianych do kompleksowego porządkowania*. Raport Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1975.
- [8] Pełka H., *Wzrost oporności hydraulicznej przewodów wodociągowych*. Praca doktorska. Instytut Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1977.
- [9] Zangwill W. I., *Programowanie nieliniowe*. W.N.T. Warszawa 1974.