WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA W ZIELONEJ GÓRZE ✦ ZESZYTY NAUKOWE NR 74
NR 3 INŻYNIERIA ŚRODOWISKA 1984

Emil Michta
Janusz Stanisławski

ORGANIZACJA OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH DLA POTRZEB PROGNOZOWANIA ZAPOTRZEBOWANIA NA WODĘ W OPARCIU O PROSTE ŁAŃCUCHY MARKOWA

Streszczenie

W pracy wskazano na celowość stosowania metod numerycznych do budowy modelu prognostycznego w oparciu o macierz prawdopodobieństw przejścia. Przedstawiono algorytm programu komputerowego automatycznie przeprowadzającego programowanie zużycia wody na podstawie pomiarów rzeczywistych.

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach do określania charakterystyk losowych różnych szeregów czasowych z coraz większym powodzeniem stosuje się modele stochastyczne. Wynika to z dużej uciążliwości, a czasami wręcz niemożliwości wykonania ilościowej i jakościowej oceny zjawisk fizycznych opisywanych modelami deterministycznymi i probabilistycznymi lub metodami rachunku korelacyjnego. W hydrologii znane są i wykorzystywane do prognozy zdarzeń, modele stochastyczne uwzględniające deterministyczno-losowy charakter analizowanych zjawisk.

W badaniach procesów aproksymujących lub generujących empiryczne szeregi czasowe wykorzystuje się stochastyczne równania różniczkowe lub schematy współzależności zdarzeń, konstruowane w oparciu o rozpoznane właściwości losowe zmiennej.

Dla krótkoterminowego prognozowania zapotrzebowania na wodę do celów sterowania systemami zaopatrzenia w wodę aglomeracji miejsko-przemysłowych można wykorzystywać łańcuchy Markowa, będące najprostszymi uogólnieniami zdarzeń zależnych. Model zjawiska zużycia wody w oparciu o prosty proces Markowa został zaprezentowany w pracach [3, 4, 5]. Zgodnie z zawartymi tam postulatami prognozowanie prowadzi się na podstawie macierzy prawdopodobieństw przejścia (tzw. TPM).

Wielkością wejściową jest zaobserwowana w pierwszym odcinku okresu prognozowanego wartość zużycia wody transformowana w L — wymiarowy wektor μ_i (O) o jednej współrzędnej równej 1 i pozostałych równych zero. Wymiar wektora μ_i (O) jest równy liczbie wierszy w TPM.

Mgr inż. Emil Michta — Wyższa Szkoła Inżynierska w Zielonej Górze
Dr inż. Janusz Stanisławski — Wyższa Szkoła Inżynierska w Zielonej Górze

2. Podstawy matematyczne prognozowania zdarzeń z wykorzystaniem macierzy prawdopodobieństw przejścia (TPM)

Macierz TPM jest konstruowana w taki sposób, że poszczególnym wierszom przyporządkowywane są stany wejściowe „i" w postaci przedziałów zużycia wody o szerokości IDELTA. W analogiczny sposób kolumnom macierzy przyporządkowuje się stany wyjściowe „j" o tej samej szerokości przedziałów.

Prawdopodobieństwa przejścia $p_{ij}(n)$ obliczane są ze wzoru Bayesa [2]:

— dla procesów jednorodnych:

$$P_{ij} = \frac{P(X = i, Y = j)}{P(X = i)}$$

— dla procesów niejednorodnych:

$$p_{ij}(n) = \frac{P(X_{t-1} = i, Y_t = j)}{P(X_{t-1} = i)}$$

gdzie:

t — odcinek czasu w okresie prognozowanym

n — kolejny numer macierzy TPM

X_{t-1}, Y_t — zaobserwowane sekwencje wartości zużycia wody w (t—1) — szym i t — tym odcinku czasu

Prawdopodobieństwa $p_{ij}(n)$ lub p_{ij} uzyskiwane są na podstawie obserwacji zdarzeń zaobserwowanych w roku poprzedzającym okres prognozowany. Z tych powodów konieczne jest ustalenie współczynnika C_R transponującego wartości zużycia wody z roku poprzedniego na bieżący.

Zgodnie z [1, 2] wynikiem prognozowania jest wektor wyjściowy $\mu_j(n)$, stanowiący rozkład prawdopodobieństwa stanów wyjściowych „j". Wg [4] przyjmuje się, że przewidywane zużycie wody jest równe średniej arytmetycznej końców przedziału o największym prawdopodobieństwie wystąpienia. Procedura obliczeń wektorów $\mu_j(n)$ wynika z właściwości prostego łańcucha Markowa i polega na kolejnym mnożeniu wektorów wejściowych $\mu_j(n-1)$ przez odpowiednią macierz TPM wg schematu:

$$[\mu_i(0)]_{1xL} \cdot [p_{ij}(1)]_{LxK} = [\mu_j(1)]_{1xK}$$

$$\{[\mu_j(1)]_{1xK} = [\mu_i(1)]_{1xK}\} \cdot [p_{ij}(2)]_{KxK^2} = [\mu_j(2)]_{1xK^2}$$

$$\{[\mu_j(n-1)]_{1xK^{n-1}} = [\mu_i(n-1)]_{1xK^{n-1}}\} \cdot [p_{ij}(n)]_{K^{n-1}xK^n} =$$

$$= [\mu_j(n)]_{1xK^n}$$

gdzie: $[\mu_j(1)]_{1xK} \ldots [\mu_j(n)]_{1xK^n}$ —

— wektory, rozkłady stanów prognozowanych (wyjściowych) po każdym kroku obliczeń (np. prognoza zużycia wody po upływie jednej doby lub jednej godziny).

Dynamika tak zdefiniowanego procesu umożliwia jego start, zatrzymanie i ciągłą weryfikację obliczeń w dowolnym odcinku czasu. Jednakże z właściwości algebry macierzy stochastycznych wynikają dwa istotne warunki:

— wektor wejściowy $\mu_i(n-1)$ musi liczyć tyle kolumn (współrzędnych) ile wierszy posiada odpowiadająca mu macierz TPM,
— suma wyrazów w poszczególnych wierszach macierzy TPM oraz w wektorach wejściowych i wyjściowych musi być równa 1.

3. Algorytm obliczeń prognozowanego zużycia wody z zastosowaniem ETO

Realizacja obliczeń przytoczonych w pkt. 2 jest możliwa jedynie przy użyciu EMC. W tym celu opracowany został program MS01 w języku FORTRAN 1900 dla maszyn cyfrowych serii Odra 1300. Dane wejściowe dostarczane przez operatora stanowią:

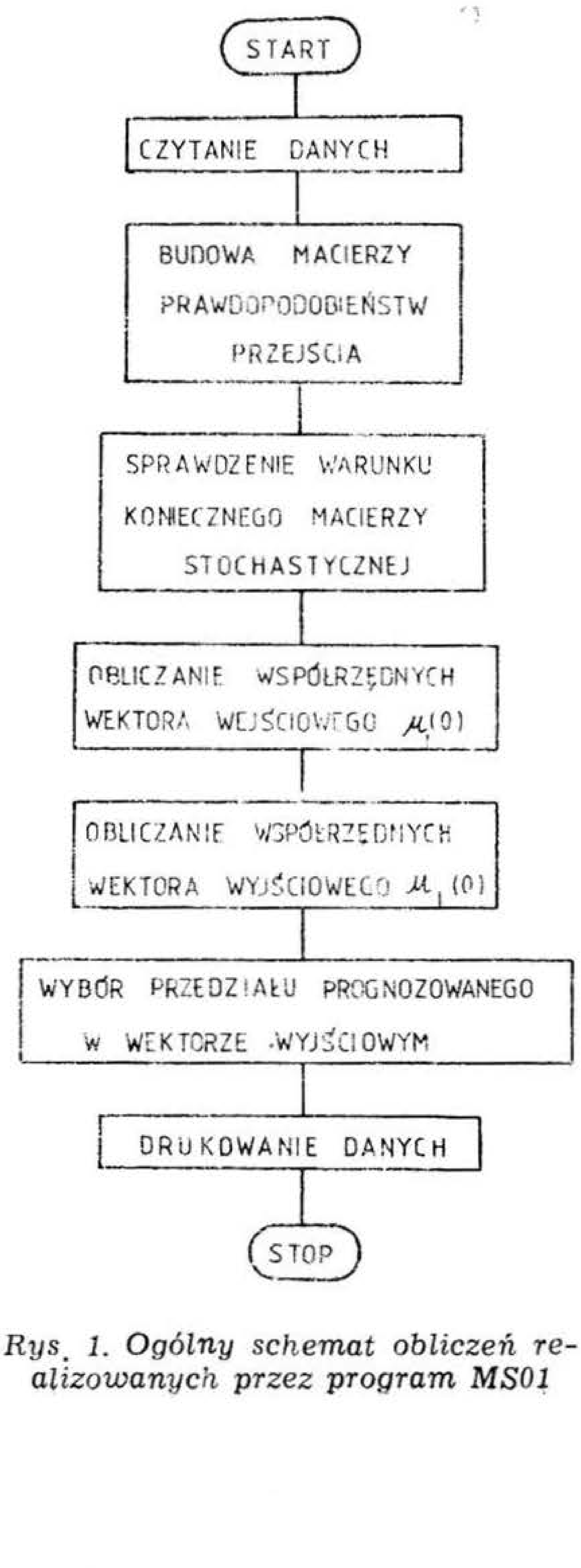
— N — elementowy ciąg liczb X, odpowiadający wartościom zużycia wody w (t—1) -szym odcinku czasu,
— N — elementowy ciąg liczb Y, odpowiadający wartościom zużycia wody w t — tym odcinku czasu, (ciągi X i Y muszą być równoliczne),
— deklarowana, dowolna szerokość przedziałów wejściowych i wyjściowych (IDELTA) w macierzy TPM, która powinna być powiązana z wielkościami charakterystycznymi dla analizowanego systemu zaopatrzenia w wodę (np. wydajności źródeł zasilania),
— predyktor Q, czyli czynnik prognozujący, tj. zaobserwowana w pierwszym odcinku okresu prognozowanego wartość zużycia wody.

Program wykonuje następujące operacje:

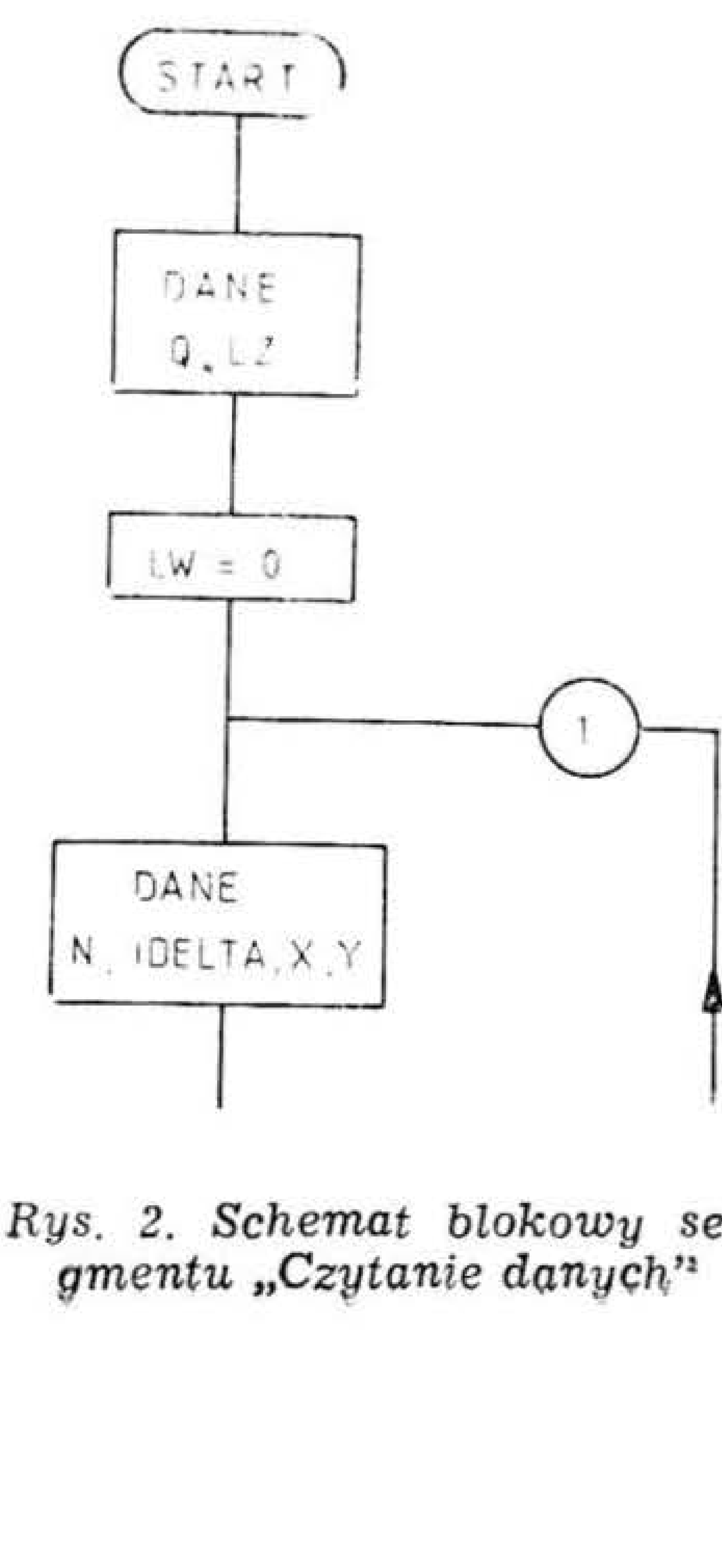
— wyznacza automatycznie skrajne wartości zużycia wody w przedziałach wejściowych i wyjściowych macierzy TPM na podstawie wyznaczonych maksymalnych wyrazów w ciągach X i Y,
— przyporządkowuje wartości X i Y poszczególnym przedziałom i oblicza prawdopodobieństwa przejścia $p_{ij}(n)$ wg wzoru Bayesa (1), (2),
— sprawdza istnienie warunków wynikających z właściwości algebry macierzy stochastycznych i w razie potrzeby wprowadza odpowiednie korekty,
— wyznacza współrzędne wektora wejściowego $\mu_i(o)$,

— oblicza współrzędne wektora wyjściowego $\mu_j(n)$ i automatycznie podaje prognozowaną wartość zużycia wody po każdym kroku,
— koryguje wektor wejściowy $\mu_i(n-1)$ do postaci odpowiadającej przedziałom wejściowym w kolejnej macierzy TPM,
— wstrzymuje działania w wypadku wystąpienia wyrazów równych zero w dowolnym z wierszy macierzy TPM oraz w razie niezmieszczenia się wartości predyktora w jakimkolwiek z przedziałów wejściowych macierzy TPM.

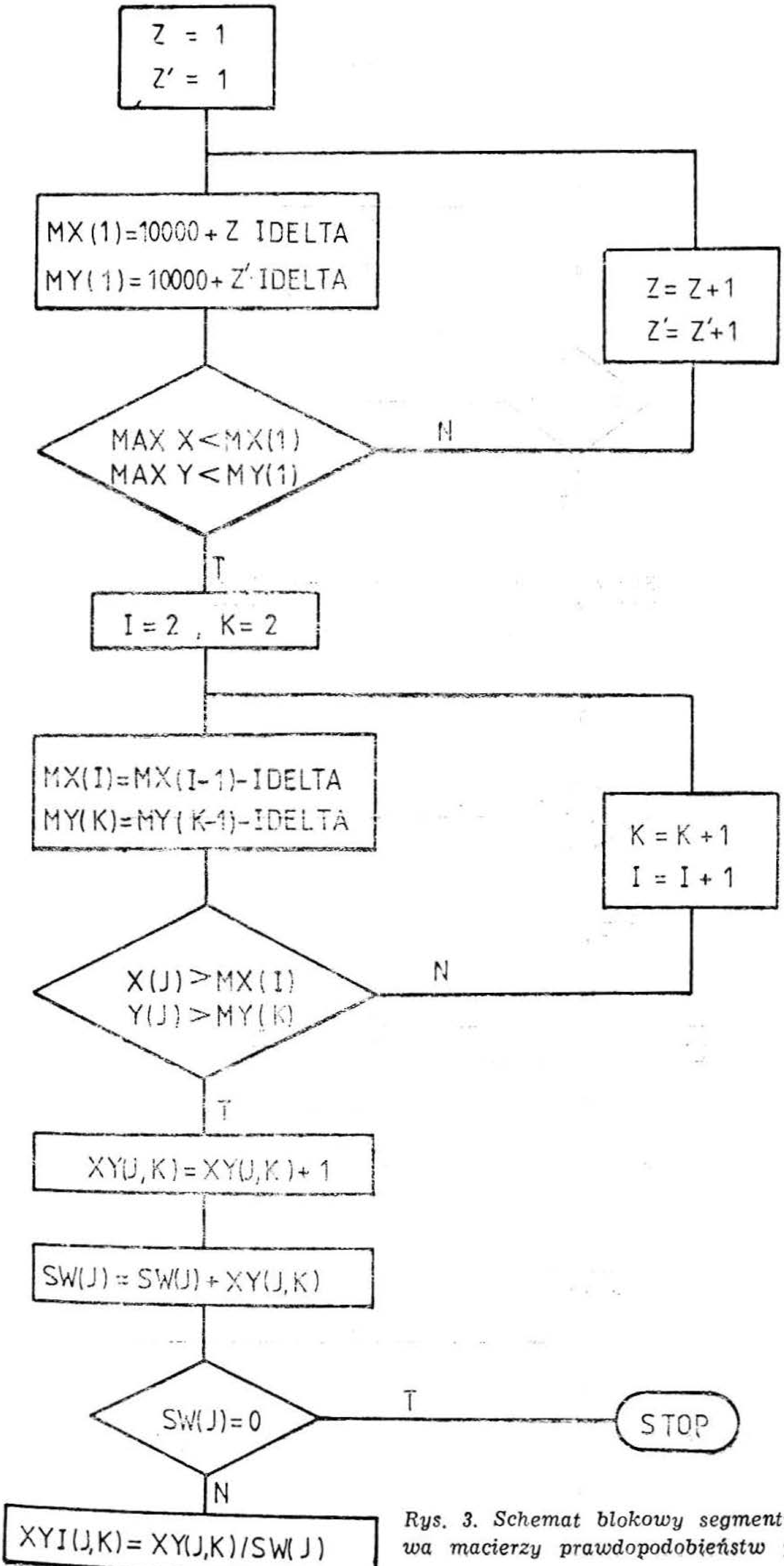
Na rys. 1 przedstawiono ogólny schemat programu MS⌀1, natomiast na rys. 2 do 7 przedstawiono szczegółowe algorytmy obliczeń realizowanych w kolejnych segmentach. Wykonywane tu obliczenia numeryczne



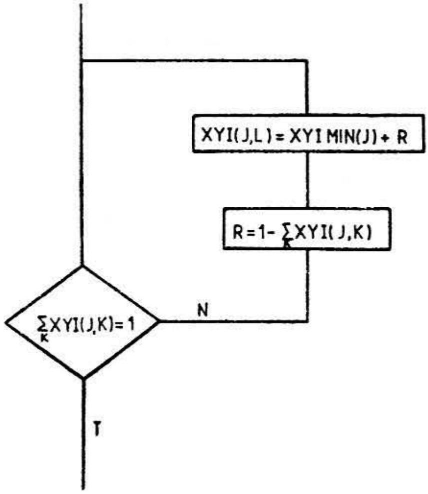
Rys. 1. Ogólny schemat obliczeń realizowanych przez program MS01



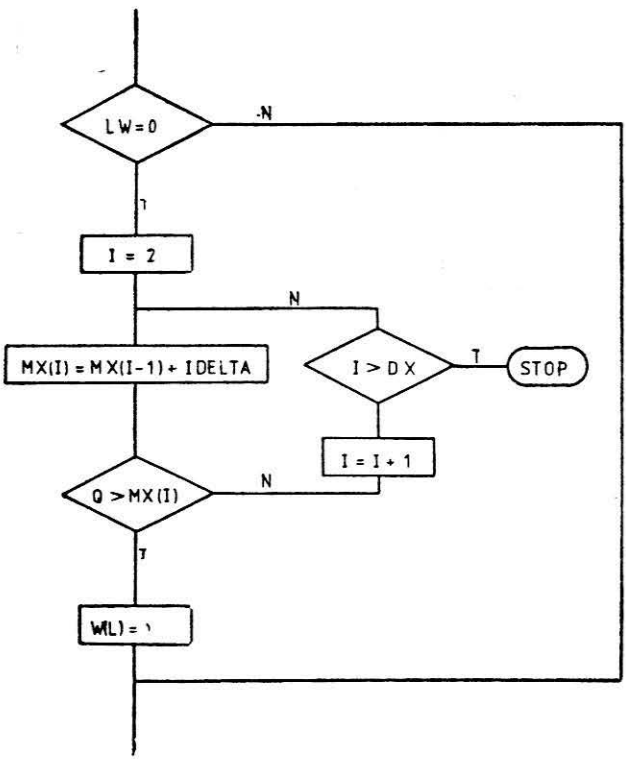
Rys. 2. Schemat blokowy segmentu „Czytanie danych"



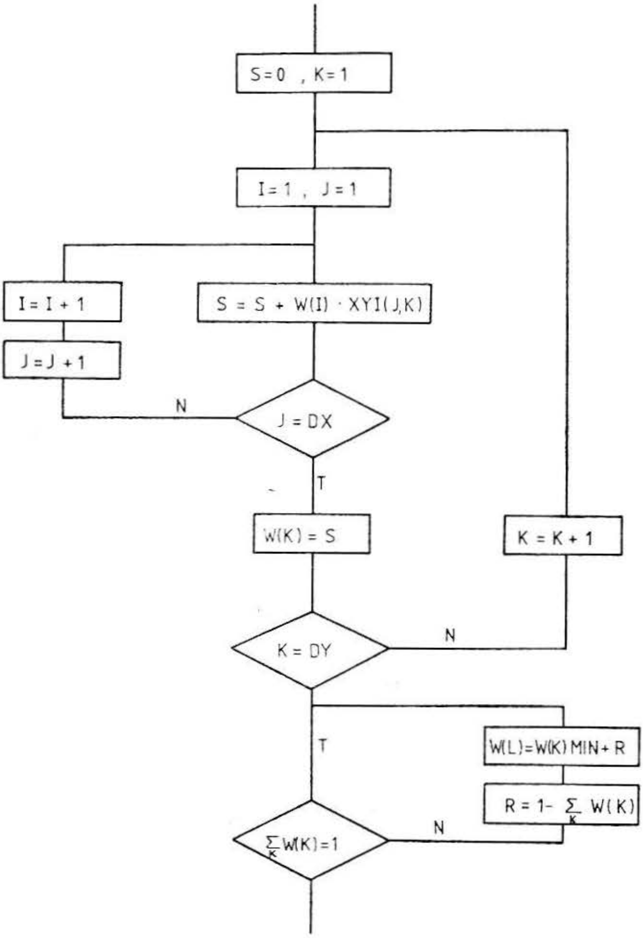
Rys. 3. Schemat blokowy segmentu „Budowa macierzy prawdopodobieństw przejścia"



Rys. 4. Schemat blokowy segmentu „Sprawdzanie warunku koniecznego macierzy stochastycznej"



Rys. 5. Schemat blokowy segmentu „Obliczanie współrzędnych wektora wejściowego μ_i (o)"



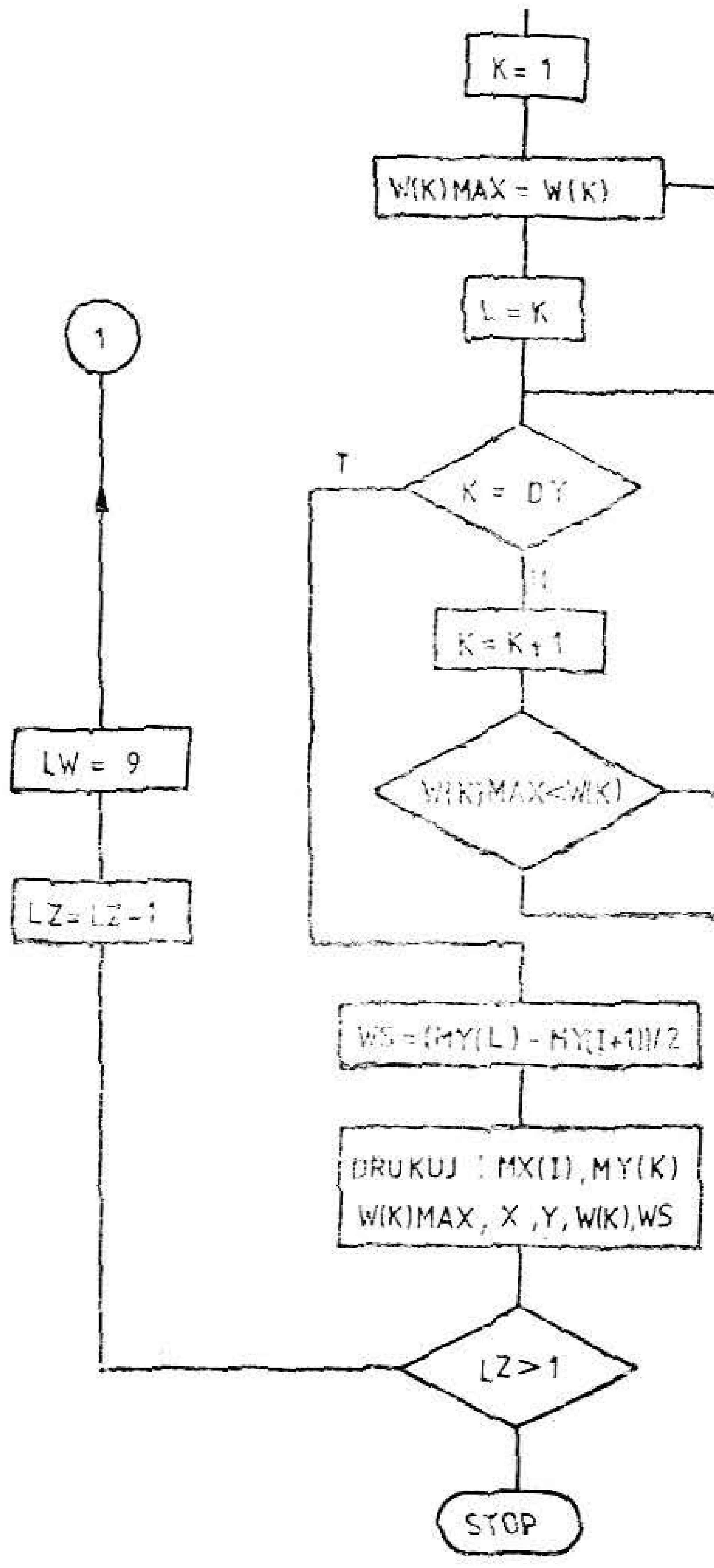
Rys. 6. Schemat blokowy segmentu „Obliczanie współrzędnych wektora wyjściowego μ_j *(n)"*

nie wymagają stosowania specjalnych procedur ani podprogramów. Jego prostota sprawia, że może być kodowany również w innych niż FORTRAN językach konwersacyjnych. Poniżej zestawiono wykaz użytych w schematach oznaczeń:

OBJAŚNIENIA SYMBOLI UŻYTYCH NA RYS. 2 DO 7

N — liczba obserwacji zużycia wody w ciągu X i w ciągu Y,

DX — liczba wierszy w macierzy XY (J,K) lub XYI(J,K),



Rys. 7. Schemat blokowy segmentu „Wybór przedziału prognozowego w wektorze wyjściowym"

DY	— liczba kolumn w macierzy XY(J,K) lub XYI(J,K),
Q	— predyktor,
LZ	— zadeklarowana liczba zadań,
LW	— stała oznaczająca występowanie wektora prognozowanego,
MAXX	— wyraz o wartości maksymalnej w ciągu X,
MAXY	— wyraz o wartości maksymalnej w ciągu Y,
SW(J)	— suma wyrazów w wierszu J macierzy XY (J, K),
XYI(J, K)	— prawdopodobieństwo przejścia $p_{ij}(n)$,
K	— licznik kolumn,

L	— licznik wierszy,
W(L), W(K), W(I)	— wektor wejściowy,
W(K) MIN	— współrzędna wektora W(K) o wartości minimalnej,
W(K) MAX	— współrzędna wektora W(K) o wartości maksymalnej,
XYIMIN	— wyraz $p_{ij}(n)$ o wartości minimalnej w J tym wierszu macierzy,
MY(L), MY(L+1)	— wartości skrajne w przedziale o największym prawdopodobieństwie zużycia wody,
WS	— prognozowana wartość zużycia wody.

4. Podsumowanie

Nowoczesne metody predykcji zdarzeń losowych narzucają stosowanie coraz efektywniejszych i bardziej wyrafinowanych technik obliczeniowych. Zaprezentowana w niniejszej pracy metoda jest jedną spośród możliwych do stosowania przy prognozowaniu godzinowego lub dobowego zapotrzebowania na wodę. Jej atrakcyjność polega na automatycznym wyborze wartości przewidywanej i niewielkiej liczbie łatwo dostępnych danych będących podstawą prognozowania. Zdaniem autorów należy w dalszym ciągu adaptować i rozwijać różne metody prognozowania, rozumiane jako przewidywanie wartości zmiennej w przyszłości na podstawie obserwacji i statystycznej obróbki danych pochodzących z minionych okresów czasu.

LITERATURA

1. Benjamin J. R. Comell C. A. — *Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów.* Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1977.
2. Kushner H. — *Wprowadzenie do teorii sterowania stochastycznego.* PWN, Warszawa, 1983.
3. Siwoń Z. Stanisławski J. Bogaczewicz S. — *Wstępne wyniki badań nad zastosowaniem stochastycznego procesu Markowa do matematycznego modelowania zapotrzebowania na wodę w miastach.* Materiały z Konferencji Naukowo-Technicznej „*Współczesne problemy gospodarki wodno-ściekowej*", Kołobrzeg, 1983
4. Siwoń Z., Stanisławski J. — *Podstawy stochastycznego modelowania godzinowego zużycia wody w miastach dla potrzeb sterowania systemem jej dystrybucji.* Materiały z seminarium w ramach PR-07 *Zużycie wody wodociągowej — Wielkość, Zmienność i Racjonalizacja*, Białystok, 1984.
5. Siwoń Z, Stanisławski J. — *O możliwości wykorzystania stochastycznego procesu Markowa do prognozowania godzinowego zapotrzebowania na wodę.* Zeszyty Karkonoskiego Towarzystwa Naukowego,