O niektórych możliwościach zastosowania metod matematycznych w dydaktyce literatury

WŁODZIMIERZ TROCHANOWSKI

WPROWADZENIE

Przeszło dwa tysiące lat temu starożytni filozofowie Platon i Archytas toczyli spór na temat możliwości zastosowania matematyki. Platon ostro przeciwstawiał się wszelkim próbom stosowania jej w innych naukach, natomiast Archytas dostrzegał znaczenie matematyki dla rozwoju innych dziedzin wiedzy, a szczególnie mechaniki. Spór zapoczątkowany przez filozofów starożytnych toczył się przez wiele stuleci. W dwudziestym wieku został on ostatecznie rozstrzygnięty: historia przyznała rację Archytasowi. „Dyskusja o znaczeniu matematyki jest anachronizmem pisał w związku z tym H. Steinhaus, bo właśnie ta nauka jest dziś najpotrzebniejsza. Nie dlatego, że jest najważniejsza dla człowieka, ale dlatego, że nie możemy się po dzisiejszym świecie poruszać bez niej; jeśli coś robimy bez niej — robimy to źle"[1]. Chociaż powyższy pogląd może wydawać się zbyt krańcowy, nie ulega jednak już wątpliwości, że matematyka znalazła zastosowanie nie tylko w naukach technicznych, ale również w wielu dyscyplinach społecznych i humanistycznych. Metody matematyczne są dziś powszechnie używane między innymi w lingwistyce[2] (np. w badaniach ilościowych z zakresu fonetyki, fonologii i słownictwa). Coraz częściej, ale na razie w zbyt małym stopniu, stosowane są one zarówno przez badaczy, jak i organizatorów procesu nauczania literatury. Istnieje zatem konieczność większego zainteresowania się problematyką wykorzystania owych metod w interesującej nas tu dyscyplinie naukowej. Konieczność ta wynika przede wszystkim z tego, że:

— powielanie gotowych procedur badawczych z innych nauk zwłaszcza przez badaczy niedoświadczonych czy mało krytycznych, prowadzi często do zaniechania koniecznej ostrożności w wyborze właściwej me-

---

[1] Por. E. Marczewski, J. Łanowski, *O zdegradowaniu kontemplacji*, Wrocław 1969.

[2] Por. Można tu odnotować takie prace jak: A. Bartkowiakowa, B. Gleichgewicht, *O długości sylabicznej wyrazów w tekstach autorów polskich*, „Zastosowania matematyki" 1962, Z. 6; A. Bartkowiakowa, L. Zubrzycka, *O polskich badaniach języka przy użyciu metod matematycznych*, „Wiadomości matematyczne" 1963 z. 7; W. Kuraszkiewicz, *Statystyczne badania słownictwa polskich tekstów XVI w.* „Polskie Studia Slawistyczne" Warszawa 1958; J. Sambor, *Słowa i liczby; Zagadnienia językoznawstwa stosowanego* Wrocław 1972.

tody, a w konsekwencji do wątpliwych wniosków, przekreślając cały trud badawczy;
— należy unikać fascynacji metod specyficznych dla innych dyscyplin niż dydaktyka literatury, trzeba natomiast kłaść nacisk na wytworzenie oryginalnych procedur badawczych na rozwój metodologii dydaktyki litertury jako wysoce autonomicznej dziedziny badań;
— potrzeba stworzenia teorii pomiaru dydaktycznego wraz z jej konsekwencjami w stosowaniu metod matematycznych w badaniach dydaktyki literatury.

Potrzebę podjęcia tematu uzasadnia jeszcze obserwacja pracy dydaktyczno-wychowawczej nauczyciela, bowiem w pracy szkolnej codziennie styka się on z problemem „wymierzania" realizacji postulowanych wniosków nauczania, czyli tzw. bliższych, bezpośrednich celów nauczania. Nauczyciel często bada skuteczność pewnych metod, środków nauczania czyli zabiegów dydaktycznych, mierzy w różny sposób efekty swojej pracy. U podstaw tych poczynań nauczyciela tkwi pewna teoria, którą częściej stosuje intuicyjnie (nie zawsze poprawnie), nie znając jej naukowego uzasadnienia. W wielu przypadkach jesteśmy dziś bezradni, nie potrafimy na przykład „wymierzać" realizacji ogólnych celów nauczania literatury. Jak bowiem zbadać, czy prawidłowo kształtujemy twórczą postawę młodego człowieka?, czy postawione przez nas problemy powodują rozwój intelektualny uczniów? O realizacji takich celów nie potrafimy również wnioskować za pośrednictwem wymierzania wyników nauczania, a jednak są one ze względu na swoją wagę w centrum naszych zainteresowań. W konsekwencji wybierając między tendencją do konstruowania list „operacyjnych celów" a dążeniem do ustalania ambitnych, ale mglistych celów ogólnych, staramy się w optymalny sposób uwzględniać w procesie nauczania to, co już jest i to, co jeszcze nie jest mierzalne. Zajmując się tym ostatnim, czynimy krok najważniejszy: mianowicie dochodzimy do pewnych konsekwencji terminologicznych oraz wartościowych narzędzi pomiaru właściwych metodologii dydaktyki literatury.

Zasadniczym więc celem niniejszego artykułu jest wskazanie pewnych możliwości zastosowań metod matematycznych, a szczególnie statystycznych, w badaniach z zakresu rozpatrywanej dziedziny wiedzy oraz zainicjowanie dyskusji nad celowością i obiektywnością posługiwania się nimi.

I. ZASTOSOWANIE GRAFÓW I MACIERZY

Zanim pokażemy pewne zastosowania grafów i macierzy w dydaktyce literatury zapoznamy się z tymi pojęciami.

Grafem nazywamy parę uporządkowaną G=<X; R>, gdzie X jest dowolnym skończonym zbiorem elementów, zwanych wierzchołkami, R dowolną relacją dwuargumentową określoną na zbiorze X.

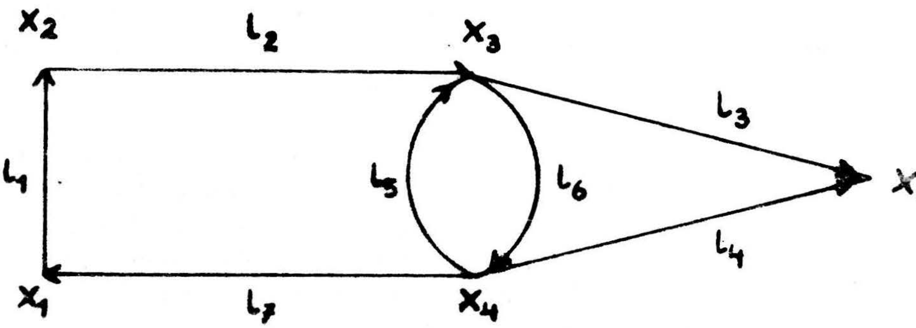
Liczbę $n = |X|$ będziemy nazywali rzędem grafu.

Parę uporządkowaną I=[x, y] wierzchołków grafu, dla których mamy x Ry, będziemy nazywali łukiem grafu G. Wierzchołki x; y nazywamy wierzchołkami łuku l, z tym, że wierzchołek x nazywamy początkiem, y końcem łuku 1. Mówimy, że łuk l łączy wierzchołki x i y. Łuk [x, y] dla którego x=y, nazywamy pętlą[3]. Przy badaniu własności grafów i zastosowaniach wygodnie jest posługiwać się geometryczną ilustracją grafu, w której wierzchołki grafu przedstawione są jako punkty w przestrzeni euklidesowej, a łuki grafu jako łuki tej przestrzeni.

Oto przykład grafu G:

Dwa łuki l_1 i l_2 nazywamy kolejnymi, jeżeli koniec pierwszego jest początkiem drugiego.

Dwa wierzchołki x, y grafu nazywamy sąsiednimi, jeżeli istnieje łuk, którego wierzchołkami są x i y.



Rys. 1. Graf rzędu piątego

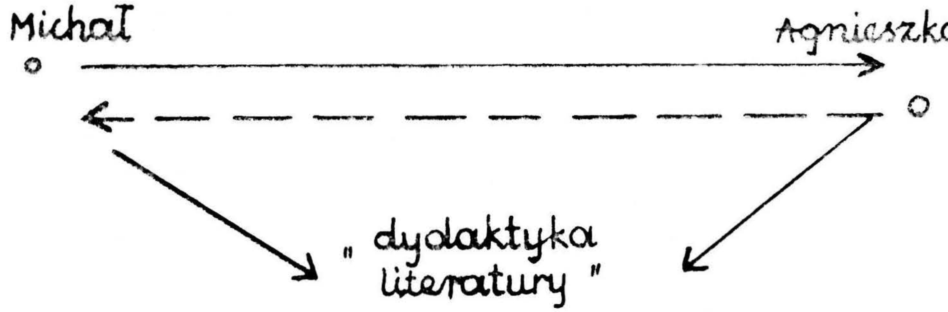
W zastosowaniach teorii grafów do dydaktyki literatury ludzie i elementy struktury wiedzy reprezentowane są przez punkty, a związki między nimi — przez linie łączące te punkty[4]. Na przykład związek: Michał, który lubi „dydaktykę literatury" kocha Agnieszkę, która nie lubi Michała, ale podziela jego entuzjazm dla „dydaktyki literatury" może być przedstawiony tak, jak ukazano na rysunku 2.

Linie ciągłe na rysunku reprezentują stosunki pozytywne, linie przerywane — stosunki negatywne.

---

[3] L. Szamkołowicz, *Teoria grafów skończonych*, Wrocław 1971.

[4] C. H. Coombs, R. M. Dawes, A. Tversky, *Wprowadzenie do psychologii matematycznej*, Warszawa 1977.



Rys. 2. Graf relacji między dwiema osobami i obiektem

Możliwości stosowania grafów do empirycznej interpretacji struktur są rozległe[5]. Wykorzystuje się je do analizy treści nauczania w celu eliminowania wiadomości zbędnych, nieistotnych, przy jednoczesnym układaniu pozostałych treści w powiązane logicznie i merytorycznie całości. Przy zastosowaniu metody grafów do analizy tekstu wierzchołki grafu mogą obrazować np. poszczególne definicje — uogólnienia, twierdzenia zawarte w analizowanym materiale, a krawędzie — obrazują zachodzące między nimi związki. Jeżeli związki te mają np. charakter wynikania, podrzędności lub nadrzędności, to na krawędzi grafu oznaczamy strzałką kierunek w jakim zachodzi związek między odpowiednimi wiadomościami.

Za pomocą grafów możemy oznaczyć występowanie lub też brak logicznych i merytorycznych powiązań między zawartymi w tekście wiadomościami, a także sprawdzić czy proponowana kolejność ich eksponowania jest prawidłowa. Przed przystąpieniem do graficznego przedstawienia struktury danego tekstu należy z niego wyodrębnić i ponumerować według kolejności ich występowania wszystkie zawarte w nim wiadomości. Otrzymamy w ten sposób tzw. listę wiadomości podstawowych występujących w danym tekście. Każdą z tych wiadomości podstawowych należy przedstawić jako wierzchołek grafu zaopatrzony w odpowiednią liczbę porządkową, a związki zachodzące między nimi jako krawędzie łączące odpowiednie wierzchołki.

Macierz jest funkcją, która parze liczb naturalnych (i, k) przypo-

[5] Por. T. Krajewski, *Kierowanie kształtowaniem struktur wiedzy w procesie nauczania i uczenia się biologii*, W: *Aktualny stan i potrzeby badań nad strukturyzacją treści kształcenia*, Koszalin 1978; J. Kmita, *Kilka uwag o możliwości wykorzystania pojęć teorii grafów w procesie nauczania*, Neodidagmata, Poznań 1970 nr 1; A. Siemak-Tylikowska, *O niektórych metodach badania treści nauczania*, W: *Kwartalnik Pedagogiczny*, 1970 nr 1; K. Sośnicki, *Struktura w procesie nauczania*. W: *Nowa Szkoła* 1965 nr 12; J. Bruner, *Proces kształcenia*, Warszawa 1964; M. Sawicki, *Struktura jako kategoria dydaktyki*, W: *Ruch Pedagogiczny* 1968 nr 5; W. Strykowski, *Struktura filmu naukowo-dydaktycznego* Poznań 1971,

rządkowuje wartości a_{ik}. Onaczej macierz możemy określić jako prostokątną tablicę liczb $[a_{ik}]$; $(i=1,2,\dots n;\ k=1,2,\dots m)$, zawierającą n wierszy i m kolumn, którą zapisujemy[6]: macierz

$$[A]=\left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{array}\right]$$

Element a_{ik} macierzy znajduje się w i-tym wierszu (poziomy szereg liczb) oraz k — tej kolumnie (pionowy szereg liczb). Jeżeli liczba wierszy równa się liczbie kolumn $(n=m=N)$, to macierz taką nazywamy kwadratową, zaś liczbę N — stopniem tej macierzy. Np: gdy macierz posiada trzy wiersze i trzy kolumny, to jest kwadratową stopnia trzeciego $n=m=3$. Macierzy kwadratowej można przyporządkować pewną wartość zwaną wyznacznikiem det A co zapisujemy:

$$\det A=\left|\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{array}\right|$$

Elementy $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ w macierzy kwadratowej i wyznaczniku tworzą główną przekątną.

Nie zawsze na miejscu a_{ik} muszą być wartości liczbowe. Mogą być również inne obiekty (elementy struktury wiedzy), którym możemy przypisać wartość jeden, gdy obiekt istnieje, lub zero, gdy go nie ma. Otrzymamy wtedy w postaci zmatematyzowanej tzw. macierz zero — jedynkową. Jeżeli między obiektami istnieją związki, to pola wzdłuż głównej przekątnej są zakreskowane. Jeśli natomiast tych związków nie ma, wówczas owe pola są puste. Takimi interesującymi nas tu obiektami mogą być np. jednostki metodyczne przy rozkładzie materiału nauczania.

Przy dużej liczbie wiadomości w celu przedstawienia wzajemnych związków zachodzących pomiędzy poszczególnymi wiadomościami występującymi w opracowanym tekście posługujemy się macierzową reprezentacją grafu. Podobnie jak przy zastosowaniu grafów pracę rozpoczynamy od ustalenia listy wiadomości podstawowych. Najwygodniej jest konstruować macierz mającą postać zakratkowanego kwadratu, w któ-

[6] W. Oktaba, E. Niedokos, *Matematyka i podstawy statystyki matematycznej*, Warszawa 1970.

rym liczba kratek w każdym boku odpowiada liczbie rozpatrywanych wiadomości. Numery wiadomości wpisuje się na przekątnej macierzy, następnie ustala się i nanosi na macierz w postaci zakreskowania kratek związki pomiędzy poszczególnymi treściami. Tak więc kwadraty zakreskowane świadczą o merytorycznym lub logicznym związku między odpowiednimi wiadomościami, kwadraty białe o braku powiązań. Gdy każda wiadomość powiązana jest z poprzednią i następną wówczas wszystkie kratki leżące obok linii przekątnej będą zakreskowane. Występowanie zakreskowanych pól poza linią leżącą obok przekątnej świadczy o możliwości wprowadzenia zmian w kolejności eksponowania poszczególnych wiadomości.

Aby ocenić strukturę wiedzy w oparciu o graf i macierz geometryczną, obliczamy wskaźnik jej optymalności posługując się wzorem[7]:

$$P = \frac{n - 1 - u}{n - 1} \cdot 100\%, \text{ gdzie}$$

P — wskaźnik optymalności kolejności zagadnień
n — liczba rozpatrywanych elementów układu informacji (wiadomości)
u — liczba brakujących związków logicznych między sąsiednimi elementami układu informacji (wiadomości)

Gdy wartość liczbowa P jest większa od 80% wtedy wskaźnik optymalności jest zadowalający. Oznacza to, iż badany materiał nauczania jest powiązany właściwie (nie ma luk). Natomiast, jeżeli wartość P jest mniejsza od 80% wskaźnik optymalności jest niezadowalający, a zatem rozpatrywany układ materiału musi ulec przebudowie.

Grafy i macierze można między innymi stosować do: badania struktury treści nauczania, rozkładu materiału, analizy wymagań programowych oraz układu treści jednostek metodycznych przy omawianiu dzieła literackiego.

Analizę treści nauczania przeprowadzoną za pomocą grafów i macierzy można wykorzystać do ustalania poziomu wymagań na poszczególne stopnie szkolne.

Wspomniana analiza stanowi zasadniczy etap przygotowawczy do konstruowania narzędzi badawczych w postaci testu sprawdzającego wielostopniowego, w którym odrębne grupy zadań dobierane są do wymagań poszczególnych stopni szkolnych[8].

Dokładniej przedstawię zastosowanie grafów i macierzy do badania

[7] K. Denek, J. Gnitecki, I. Kuźniak, A. Mościcki *Kontrola i ocena opanowania struktury wiedzy jako warunek wzrostu efektywności kształcenia*, W: *Aktualny stan i potrzeby badań nad strukturyzacją treści kształcenia*, Koszalin 1968.

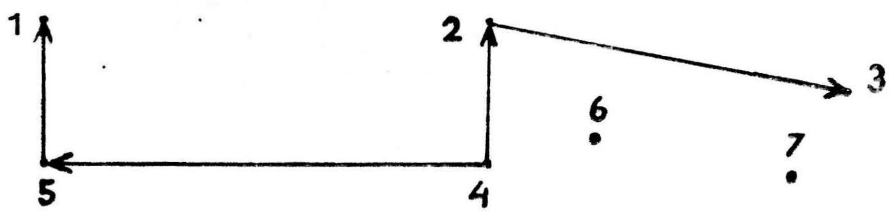
[8] Ideę testu wielostronnego w Polsce wprowadził B. Niemierko; *Oświata i Wychowanie* 1983 nr 4 wersja B.

powiązań układu treści jednostek metodycznych przy omawianiu dzieła literackiego „Nad Niemnem" Elizy Orzeszkowej[9].

Schemat tradycyjnego pod względem treści układu powiązań jednostek metodycznych dotyczących analizy, opisu i interpretacji w powieści „Nad Niemnem" przedstawia się następująco:

1. Geneza i kompozycja powieści „Nad Niemnem"
2. Dwór i zaścianek szlachecki
3. Powstanie styczniowe w świadomości bohaterów
4. Praca miernikiem wartości człowieka i grupy społecznej
5. Program pozytywistyczny i jego poszerzenie
6. Typy związków frazeologicznych
7. Celowe i poprawne posługiwanie się związkami frazeologicznymi

Na podstawie przedstawionego układu możemy sporządzić graf, aby uzmysłowić sobie, jak te treści są ze sobą wzajemnie powiązane.



Rys. 3. Graf układu tradycyjnego

Analizując graf, zauważamy, że logiczne związki istnieją między treściami 2—3, 4—5, 4—2, 5—1, kolejne tylko między 2—3, 4—5.

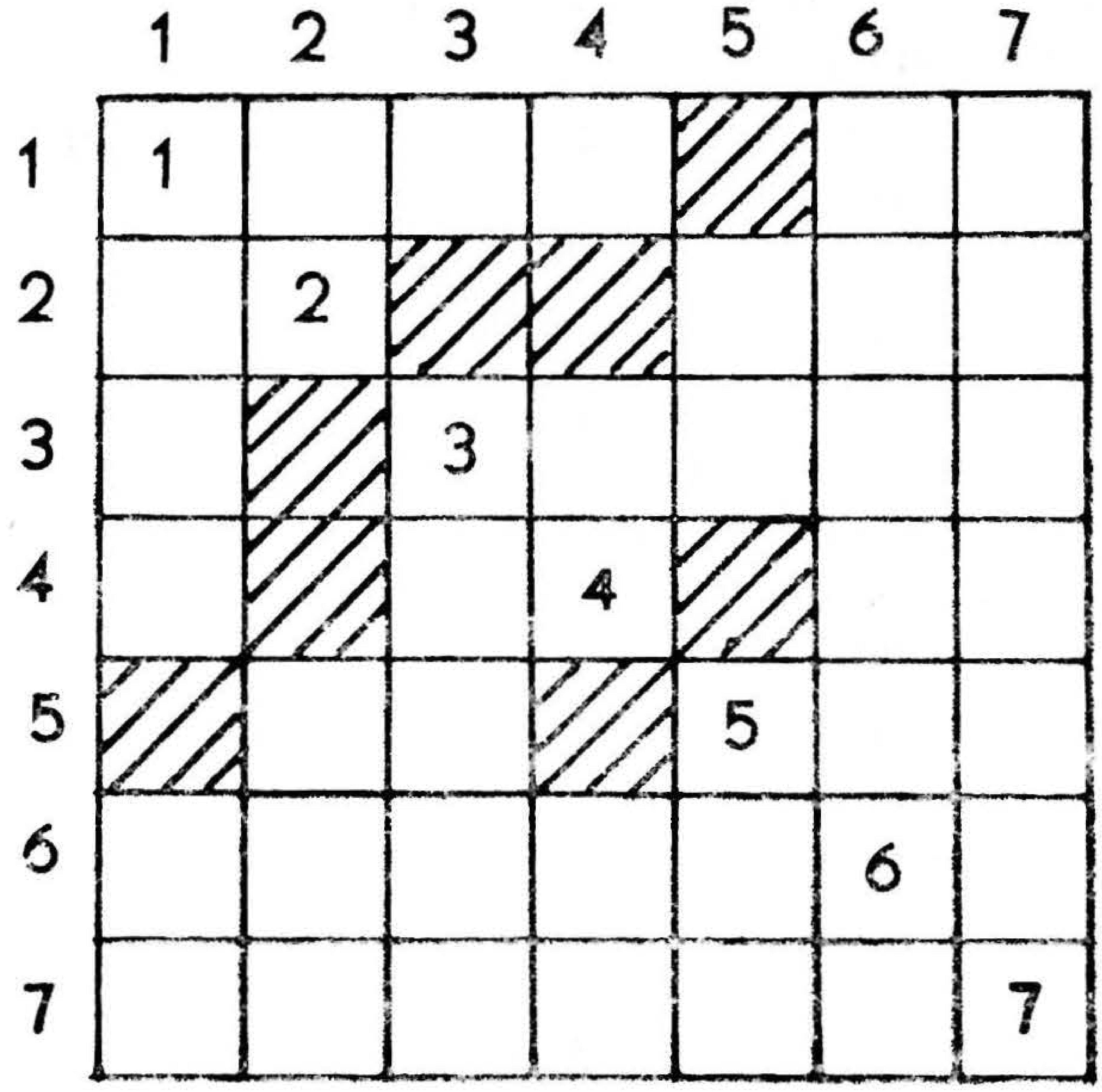
Można dla danej treści układu tradycyjnego sporządzić macierz kwadratową przedstawiającą ich wzajemne powiązania (rys. 4).

Na podstawie analizy macierzowej układu tradycyjnego obliczamy wskaźnik optymalności powiązań między wymienionymi treściami.

$$P = \frac{n-1-u}{n-1} = \frac{7-1-4}{7-1} \cdot 100\% = 33,3\%$$

gdzie: $n=7$ — liczba rozpatrywanych jednostek metodycznych
$u=4$ — liczba brakujących związków między sąsiednimi jednostkami

[9] Por. M. Mytnik, H. Piotrowska, A. Szczepanek, W. Piotrowski, *Możliwości strukturyzacji dzieła literackiego w procesie dydaktycznym*. W: *Aktualny stan i potrzeby badań nad strukturyzacją treści kształcenia*, Koszalin 1978, oraz *Efektywność strukturalnego nauczania języka polskiego*, W: *Nauczanie w teorii i praktyce szkolnej*, Koszalin 1983.



Rys. 4. Macierz układu tradycyjnego

Jest to wskaźnik niski i świadczy o małym powiązaniu badanych treści nauczania.

Ocena podstawowego układu tradycyjnego jest następująca:

— brak jest uporządkowania,
— brak spójności tekstu spowodowany przez niewłaściwą kolejność lekcji w jednostce metodycznej,
— brak powiązania materiału językowego z materiałem literackim.

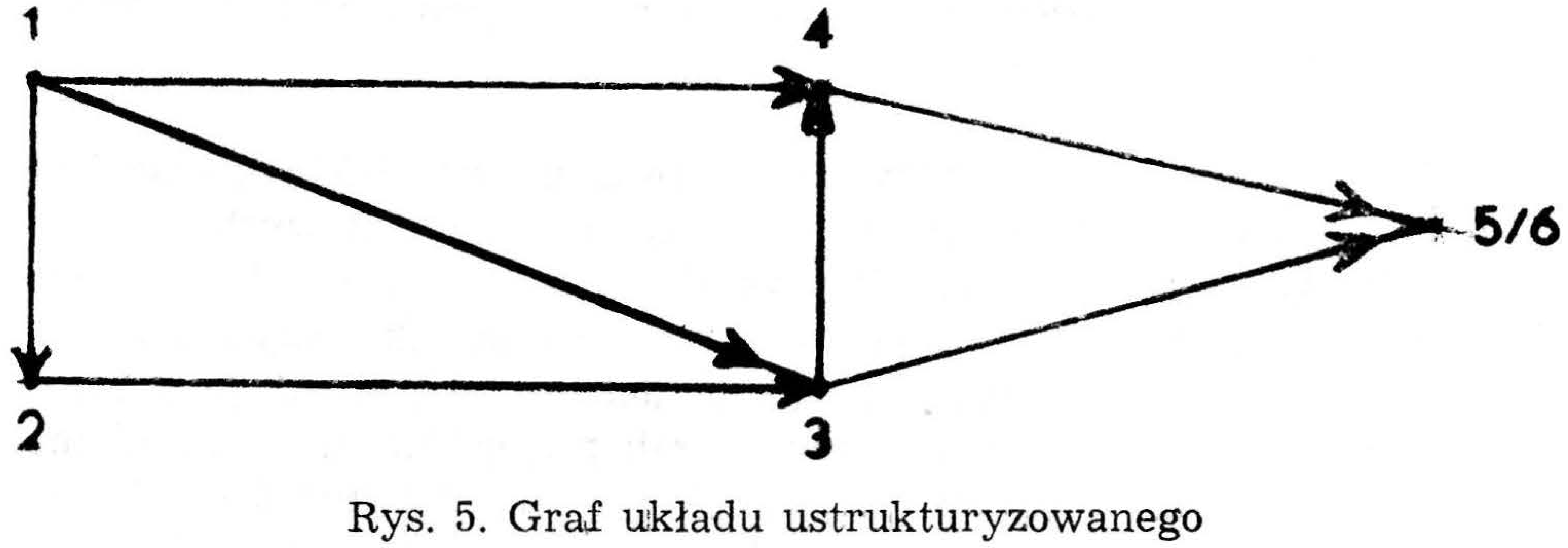
W ramach poszczególnych jednostek lekcyjnych w tradycyjnym układzie elementy poetyki omawiano w następującej kolejności:
lekcja 1: typ powieści, fabuła, wątek (główny, poboczny), konflikt;
lekcja 3: elementy statyczne i dynamiczne powieści.

Propozycje z zakresu analizy poetyki dzieła w tradycyjnym układzie są ze sobą nie powiązane. Kolejność ich występowania jest fragmentaryczna — dotyczy tylko niektórych cech kompozycyjnych, a ich układ jest całkowicie niezgodny z okrywaniem wewnętrznej struktury dzieła literackiego. I tak: motywy (w układzie tradycyjnym nazwane elementami) statyczne i dynamiczne powieści, których omawianie proponowane jest dopiero na trzeciej godzinie lekcyjnej musi wystąpić na lekcji pierwszej, są one podstawą do wyodrębnienia wątków, które rozpatrywane powinny być na kolejnych lekcjach. Układ tradycyjny całkowicie pomija zagadnienia idei a wynikające z wątków i idei utworu problemy stają się w niej, niezgodnie z normami poetyki, osnową wszystkich kolejnych tematów. Zaszła więc potrzeba powiązania pewnych jednostek metodycznych tak, aby nie występowały podczas ich opanowywania luki. Metoda strukturyzacji treści nauczania jest fundamentem umożliwiającym poszerzanie wiadomości. W ten sposób zapewniona jest realizacja podstawowego założenia teoretyków nauczania strukturalnego, wyrażona twierdzeniem: „Struktura przedmiotu powinna być maksymalnie zgodna ze strukturą treści dyscypliny naukowej, którą reprezentuje przedmiot nauczania"[10].

W wyniku strukturyzacji i odkrywania przez uczniów przy współudziale nauczyciela kolejnych elementów struktury dzieła literackiego schemat układu treści jednostek metodycznych dotyczących analizy, opisu i interpretacji powieści „Nad Niemnem" przedstawia się następująco:

1. Struktura związków frazeologicznych
2. Językowe ukształtowanie motywów
3. Wątki i ich rodzaje w powieści
4. Idee w powieści „Nad Niemnem"
5/6. Problemy w powieści „Nad Niemnem"

Proponowany model strukturyzacji można ująć schematycznie przy pomocy grafu.



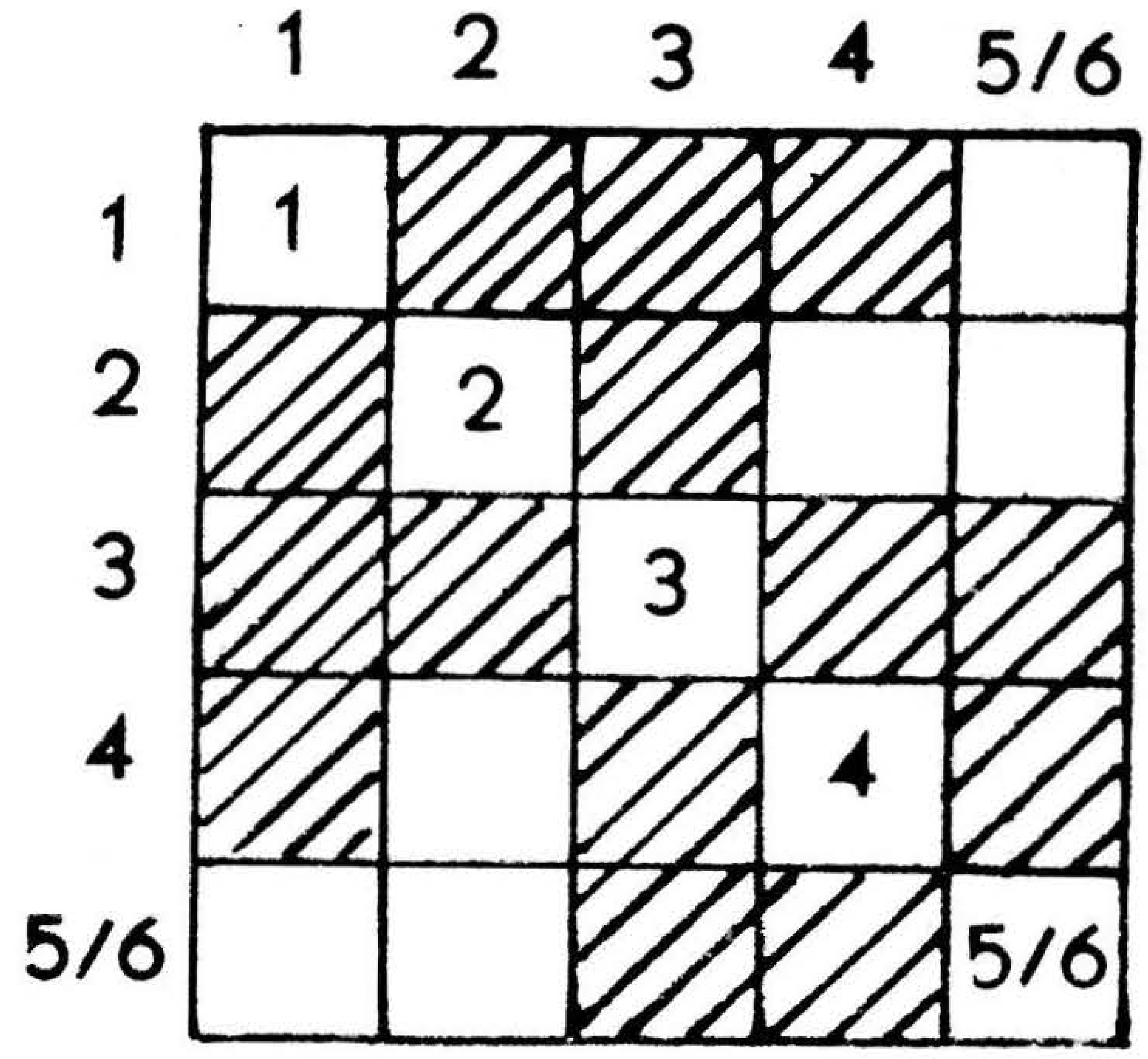
Rys. 5. Graf układu ustrukturyzowanego

Jak widać na przedstawionym grafie kolejne jednostki metodyczne są ze sobą powiązane.

Natomiast macierz odpowiadająca podanym treściom jest następująca: (rys. 6).

Analizując macierz zauważamy, że wszystkie pola wzdłuż głównej przekątnej są zakreskowane, co świadczy o powiązaniu omawianych treści nauczania.

[10] K. Denek, J. Gnitecki, I. Kuźniak, R. Meller, *Pomiar i ocena osiągnięć szkolnych*, Zielona Góra 1977.



Rys. 6. Macierz układu ustrukturyzowanego

Obliczając wskaźnik optymalności otrzymujemy:

$$P = \frac{n - 1 - u}{n - 1} \cdot 100\% = \frac{5 - 1 - 0}{5 - 1} \cdot 100\% = 100\%$$

Świadczy to, że proponowany sposób strukturalizacji treści jest maksymalny. Oceniając proponowany układ można powiedzieć, że charakterystycznymi jego cechami są:

— klasyczna spójność,

— integralny związek struktury języka ze strukturą dzieła literackiego,

— ekonomiczność czasu realizacji obu działów programowych.

Przykłady powyższe wyraźnie wykazały przydatność grafów i macierzy do badania powiązań treści nauczania. Na skutek ustrukturyzowania analizy dzieła literackiego uczniwie dokładniej poznali jego budowę, kompozycję i problematykę oraz zostali przygotowani do świadomego, zgodnego z metodami naukowymi odkrywania struktur dzieł literackich. Ponadto łączenie materiału językowego z literackim pozwoliło uczniom uświadomić sobie celowość poznawania teorii językowej.

II. ZASTOSOWANIE RACHUNKU PRAWDOBODOBIEŃSTWA

Wpływ różnych czynników, w tym również losowych, powoduje, że wyniki powtarzanych w podobnych warunkach obserwacji i eksperymentów różnią się w mniejszym lub większym stopniu. Metody nauczania mogą różnić się stopniem skuteczności, np. jedna z nich przyczynia się do wzrostu operatywności wiedzy u wszystkich uczniów inna tylko u uczniów zdolnych. Wnioski z takich badań są często obciążone pewną niepewnością. W takim przypadku konieczne jest znalezienie sposobu określenia prawdopodobieństwa tego, że wnioski, które zostaną wysnute z wyników obserwacji lub eksperymentów będą słuszne. W tym zakresie pomocna jest teoria prawdopodobieństwa, której elementy i pewne zastosowania zostaną przedstawione.

Prawdopodobieństwo dotyczy zdarzeń losowych, tj. takich, których wyniku nie można przewidzieć[11]. Np. nie można przewidzieć wyniku rzutu monetą. Można sobie wyobrazić, że w kolejnych rzutach monetą uzyskano następującą sekwencję wyników:

OO RRR O R O OOO RR OO RR

Część względna pojawienia się danego wyniku orła lub reszki w długiej losowej serii powtórzonych doświadczeń jest równoznaczna z prawdopodobieństwem tego wyniku.

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A wyraża się stosunkiem liczby zdarzeń sprzyjających (n) do liczby wszystkich możliwych zdarzeń (N) i zapisujemy $P(A) = \frac{n}{N}$ przy warunku, że wszystkie zdarzenia są jednakowo prawdopodobne. Prawdopodobieństwa są to liczby, które przyporządkowujemy zdarzeniom, takim jak np. wyciągnięcie króla z talii kart wynosi $\frac{4}{52}$; pojawienie się orła w rzucie monetą $\frac{1}{2}$; wyrzucenie pewnej ilości oczek w rzucie kostką $\frac{1}{6}$

Prawdopodobieństwo każdego zdarzenia wyrażone jest liczbą zawartą między 0 i 1 co zapisujemy $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$. Prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego do A równa się $P(A') = 1 - P(A)$. Zbiór pusty ϕ posiada prawdopodobieństwo równe 0.

Jeżeli prawdopodobieństwo zdania egzaminu wynosi 75%, to nie zdania 25%.

Prawa dotyczące dodawania i mnożenia prawdopodobieństwa są następujące:

1. Prawdopodobieństwo sumy dwu zdarzeń A i B równa się sumie prawdopodobieństw gdy zdarzenia nawzajem się wyłączają (w jednym doświadczeniu nie można uzyskać równocześnie wyników A i B) co zapisujemy: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Gdy zdarzenia nie wyłączają się wzajemnie, wówczas, prawdopodobieństwo zdarzenia A lub B równa się sumie prawdopodobieństw P(A) i P(B) zmniejszone o prawdopodobieństwo łącznej realizacji tych zdarzeń P(A i B) co zapisujemy: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

[11] A. Płocki, *Rachunek prawdopodobieństwa*, Warszawa 1981.

2. Prawo mnożenia prawdopodobieństw odnosi się zarówno do zdarzeń niezależnych, jak i zależnych. Zdarzenia są zależne, jeżeli wynik jednego zdarzenia wpływa na wyniku drugiego zdarzenia.
Jeżeli zdarzenia A i B są niezależne wówczas prawo mnożenia prawdopodobieństw można zapisać: $P(A \cap B) = P(A). P(B)$.
Gdy zdarzenia są zależne, to otrzymujemy $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$
Prawdopodobieństwo warunkowe $P(B/A)$ zdarzenia B pod warunkiem, że zaszło zdarzenie A, jeżeli zdarzenia są zależne oblicza się według wzoru

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Jednym z zastosowań rachunku prawdopodobieństwa jest dobór losowy próbki reprezentatywnej, gdzie każda jednostka zbiorowości posiada jednakową szansę wylosowania.

W pewnym mieście zbadano testem z gramatyki wszystkich uczniów klas piątych, których było 300 i otrzymano pewne wyniki. Po wyborze metodą losową 100 uczniów z przedstawionej zbiorowości otrzymano podobne rezultaty do osiągniętych przez wszystkich uczniów klas piątych.

Tabela 1

PORÓWNANIE WYNIKÓW TESTU Z GRAMATYKI W KLASACH PIĄTYCH CAŁEJ ZBIOROWOŚCI Z WYBRANĄ LOSOWO PRÓBKĄ

Oceny	zbiorowość 300 uczniów bez losowania		zbiorowość 100 uczniów wybranych metodą losową	
	ilość uczniów	procent	ilość uczniów	procent
niedostateczny	80	27	30	30
dostateczny	130	43	40	40
dobry	60	20	20	20
bardzo dobry	30	10	10	10

Z porównania tabeli wynika, że struktura wybranej próbki wykazuje znaczne podobieństwo do struktury całej zbiorowości statystycznej co dowodzi reprezentatywności próbki, a więc poprawności doboru.

Elementy rachunku prawdopodobieństwa można wykorzystać również przy układaniu testów z języka polskiego.

Analizę testu dydaktycznego przeprowadzamy po raz pierwszy po całkowitym ukończeniu czynności związanych z jego planowaniem i konstruowaniem, a drugi raz po pierwszej przeprowadzonej kontroli wiedzy uczniów za pomocą opracowanego testu. Analiza ta w obu przypadkach obejmować powinna pojedyncze zadania i całość testu. W pierwszym etapie analiza testu powinna objąć: określenie braków i luk treści programowej objętej kontrolą; stwierdzenie, czy rozwiązanie lub sformułowanie jednego zadania, lub kilku zadań nie dostarczy rozwiązania dla innego zadania występującego w teście; określenie czasu przeznaczonego na rozwiązanie całego testu; określenie miejsca i roli testu w systemie kontroli efektów kształcenia; ustalenie odpowiedniej punktacji zadań według ich stopnia trudności.

W drugim przypadku analiza testu powinna dotyczyć empirycznego określenia trudności poszczególnych zadań testowych, mocy różnicującej zadań i rzetelności testu. Strukturalność przekazywanej uczniom wiedzy powinna znaleźć swoje odzwierciedlenie podczas kontroli i oceny postępów w nauce za pomocą testów dydaktycznych. Przyjmując ten punkt rozumowania zakładamy, że w miarę udzielania przez uczniów odpowiedzi na coraz trudniejsze zadania należące do wyższego poziomu wiedzy, wzrasta prawdopodobieństwo rozwiązania przez nich wszystkich postawionych im problemów dotyczących danego tematu, zagadnienia lub partii materiału nauczania. Możemy w ten sposób skontrolować stopień opanowania całego materiału lub jego części posługując się jak najmniejszą liczbą zadań i odpowiedzi. Prawdopodobieństwo odpowiedzi na cały zestaw zadań dotyczący danej tematyki zagadnień w zależności od odpowiedzi na dane pytanie lub grupę zadań nazywamy ciężarem diagnostycznym pytania. Każde więc zadanie posiada ciężar diagnostyczny. Wyznacza się go w drodze badań eksperymentalnych.

W celu określenia ciężaru diagnostycznego zadania, po ustaleniu liczby zadań kontrolnych oraz odpowiedzi, które świadczyłyby o przyswojeniu danego materiału programowego, należy określić empirycznie częstotliwość prawidłowych na nie odpowiedzi. Przyjmijmy, że w grupie liczącej „N" uczniów, którzy poddani zostali kontroli i ocenie, „n" oznacza liczbę tych uczniów, którzy odpowiedzieli na jedno lub grupę tych samych zadań, a „m" liczbę uczniów, którzy prawidłowo rozwiązali wszystkie zadania. Oznaczając przez P(A) prawdopodobieństwo odpowiedzi uczniów na zadanie lub grupę zadań oraoz przez P(B) prawdopodobieństwo odpowiedzi uczniów na wszystkie zadania, otrzymujemy:

$$P(A) = \frac{n}{N} \text{ i } P(B) = \frac{m}{N}$$

Prawdopodobieństwo, że uczeń odpowie na wszystkie zadania przy założeniu odpowiedzi na dane pytanie lub grupę pytań obliczamy według wzoru:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Ze względu na to, że B jest podzbiorem zbioru A co zapisujemy $B \subset A$ otrzymamy $P(A \cap B) = P(B)$ oraz $P(B/A) = \frac{P(B)}{P(A)}$

Korzystając z prawidłowości ustalonych we wzorach otrzymujemy wzór na obliczenie ciężaru diagnostycznego zadania $P(B/A) = \frac{m}{n}$ Określa on jednocześnie trudność danego zadania testowego, lub grupę zadań testowych, w stosunku do wszystkich zadań występujących w danym teście dydaktycznym. Można go więc przyjąć za moc różnicującą zadania testowego.

Dogodność posługiwania się przytoczonymi wzorami polega na prostocie obliczeń jak i bezpośrednim wyznaczeniu trudności zadania „q". Trudność zadania testowego jest to stosunek liczby uczniów, którzy nie odpowiedzieli poprawnie na dane zadanie, do liczby wszystkich uczniów objętych kontrolą.

$$q = 1 - P(A) \text{ czyli } q = 1 - \frac{n}{N}$$

Dla ukazania przydatności wzorów w przeprowadzeniu empirycznej analizy testu dydaktycznego odwołamy się do wyników testu z języka polskiego składającego się z czterech grup zadań przeprowadzonego w klasie III liceum ogólnokształcącego.

Tabela 2

OKREŚLENIE CIĘŻARU DIAGNOSTYCZNEGO I TRUDNOŚCI ZADAŃ TESTOWYCH

Grupy zadań	Wiadomoś (10 zadań)	Zastosowanie w sytuacjach typowych (5 zadań)	Rozumieni (5 zadań)	Zastosowanie w sytuacjach problemowych (1 zadanie)
Liczba prawidłowych odpowiedzi na dane zadanie	20	16	9	6
Trudność zadania q	0,46	0,57	0,76	0,84
Ciężar diagnostyczny zadania P(B/A)	0,25	0,31	0,56	0,83

N = 37

Z analizy wyników zawartych w tabeli wnioskujemy, że największy ciężar diagnostyczny mają zadania sprawdzające wiedzę uczniów w zakresie jej rozumienia i zastosowania. Zadania te odznaczają się również największym stopniem trudności. Nie wynika jednak z tego, że tylko zadania tego typu powinny znaleźć się w teście dydaktycznym, gdyż rodzaj zadań ze względu na ich stopień trudności i ciężar diagnostyczny uzależniony jest od celu wykorzystania danego testu.

Inną ważną cechą testu jest jego rzetelność, którą rozumiemy jako dokładność narzędzia pomiarowego. Dokładność tę określamy na podstawie wartości liczbowej współczynnika rzetelności r_{tt}. Obliczyć możemy go według Kudera — Richardsona:

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s^2 - \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot q_i}{s^2}$$

gdzie n oznacza liczbę zadań w teście; s^2 — wariancję wyników testu; p_i — stosunek liczby uczniów, którzy rozwiązali i-te zadanie, do wszystkich uczniów poddanych kontroli; $q_i = 1 - p_i$; Σ — znak sumy;

$$\sum_{i=1}^{n} = \Sigma$$

Gdy współczynnik r_{tt} jest większy od 0,8 to test dydaktyczny zapewnia umiarkowaną rzetelność wyników. Na podstawie otrzymanych wyników testu, mamy pełną podstawę do stawiania stopni (ocen szkolnych) z objętego kontrolą zakresu treści nauczania. W tym celu należy przejść z wyników ilościowych testu do jakościowych, według przyjętej skali ocen. Z reguły przyjmuje się następującą zależność:

Tabela 3

PRZELICZENIE PUNKTÓW NA OCENY

Punkty w procentach	0—50	51—60	61—70	71—80	81—90	91—100
Oceny	niedostateczny	dst.	dst. plus	dobry	dobry plus	bardzo dobry

Stosowane testy muszą spełniać wymogi niżej podane:

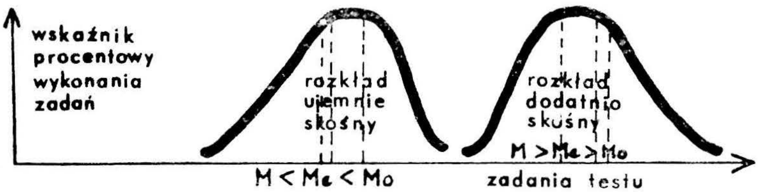
— opracowany test może być weryfikowany w tej klasie uczniowskiej, która nie stanowi populacji badań zasadniczych,

— test może być ponownie stosowany wśród tych samych jednostek po uzyskaniu pewności, że badani uczniowie już tego nie pamiętają.

Test może być za trudny lub za łatwy, to znaczy nie mierzy tego co zamierzamy. W przypadku zastosowania testu zbyt trudnego, otrzymujemy rozkład dodatnio skośny z wydłużeniem prawego ramienia krzywej, a przy zastosowaniu testu zbyt łatwego rozkład będzie ujemnie skośny z przedłużonym lewym ramieniem wykresu.

Wykres 1

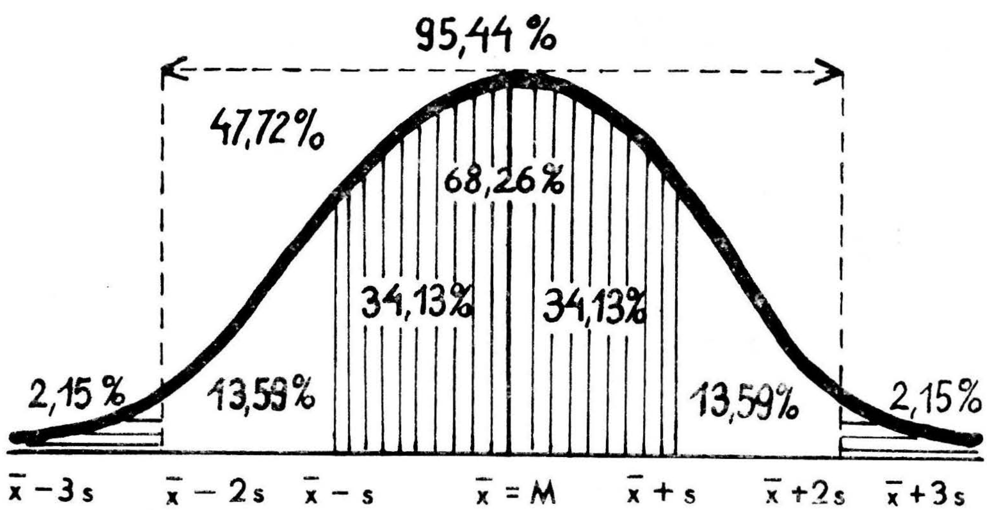
ROZKŁADY ASYMETRYCZNE



Jeżeli test jest dobrze ułożony a dobór próby jest właściwy, to wyniki układają się w sposób zbliżony do rozkładu normalnego (Krzywej Gaussa). Rozkład ten jest jednym z wielu znanych rozkładów teoretycznych[12], a znaczenie jego wynika z tego, że wiele innych rozkładów ma związek z rozkładem normalnym. Rozkład krzywej normalnej ma kształt dzwonu, jest symetryczny, jednowierzchołkowy. W rozkładzie normalnym większość wartości skupia się wokół jednej centralnej wartości.

Wykres 2

PROCENTOWE POWIERZCHNIE POD KRZYWĄ NORMALNĄ PRZY RÓŻNYCH ODCHYLENIACH STANDARDOWYCH



[12] Por. F. Sawicki, *Elementy statystyki dla lekarzy*, Warszawa 1982. Inne teoretyczne rozkłady zmiennych takie jak „t", „chi²", „F" mają duże zastosowanie w badaniach prób i testowaniu hipotez.

$\bar{x}$ — średnia
s — odchylenie standardowe

Istotna cecha rozkładu normalnego polega na tym, że jest on całkowicie określony przez średnią ($\bar{x}$) i odchylenie standardowe (s). Analizując powierzchnie pod krzywą zauważamy, że przedział rozciągający się na jedno odchylenie standardowe poniżej i powyżej średniej obejmuje globalnie około 2/3 wszystkich obserwacji z populacji tj. około 68,26%.

Jeżeli z wykresu krzywej normalnej wynika, że test jest nie dostosowany do badanych uczniów, to należy ułożyć lepszy, zmieniając niektóre pytania czy też cały test.

Znajomość wyników liczbowych z badań testowych na krzywej normalnej pozwala badaczowi przyjmować właściwe testy statystyczne do badania istotności między średnimi czy innymi zmiennymi.

III. ZASTOSOWANIE METOD STATYSTYCZNYCH

1. ETAPY BADANIA NAUKOWEGO

Proces badawczy składa się zasadniczo z trzech faz:
— planowania (przygotowania badań),
— realizacji planu (badania właściwego),
— opracowania wyników i wyciągnięcia wniosków (ocena).

Dokładnie schemat postępowania badawczego obejmuje następujące etapy:
1°. Wybór zagadnienia — tematu badań.
2°. Sformułowanie problemu badawczego.
3°. Określenie zmiennych.
4°. Sformułowanie hipotezy badawczej.
5°. Wybór określonej procedury badawczej.
6°. Dobór — względnie konstrukcja nowych narzędzi badań.
7°. Dobór populacji.
8°. Badania pilotażowe — weryfikacja narzędzi badawczych.
9°. Przeprowadzenie właściwego badania.
10°. Statystyczny opis uzyskanych wyników.
11°. Statystyczna weryfikacja hipotezy badawczej.
12°. Wyprowadzenie z badań wniosków końcowych.

Przytoczony schemat postępowania badawczego jest w zasadzie typowy dla badań drogą eksperymentu. W badaniach ankietowych nie muszą mieć miejsca czynności badacza, związane ze stawianiem i weryfikacją statystyczną hipotez. Jednak wymienione etapy badań mogą występować z różnym nasileniem, zarówno w badaniach diagnostycznych, koncepcyjno-wdrożeniowych, jak i w badaniach weryfikacyjnych.

Jeśli nauczyciel w procesie dydaktyczno-wychowawczym chce wprowadzić nowy, efektywny sposób nauczania, chce rozwiązać prosty czy też kompleksowy problem to powinien uwzględnić następujące etapy:

a) badanie diagnostyczne — badanie istniejącego stanu. Trudno byłoby „optymalizować" proces dydaktyczny nie znając go. Sformułowanie wniosków z badań diagnostycznych ułatwi poszukiwanie kierunków modyfikacji działania, zabiegów, środków, form i będzie przejściem do następnego etapu badań.
b) projektowanie zmian i przedstawienie koncepcji badań. Zaplanowanie działań sprzyjać ma realizacji ich celów założonych przez badacza i kończyć się konkretyzacją nowej idei.
c) wdrażanie koncepcji do praktyki. Wstępna korekta planu i jego wykonanie. Zapis trudności uczniów i zaobserwowanych później efektów jakościowych.
d) weryfikacja koncepcji i wyciągnięcie wniosków. Etap ten umożliwia sformułowanie wcześniej uzasadnionych wniosków. Wnioski te mogą dotyczyć „nowej" diagnozy, albo projektowania dopracowanej ostatecznie koncepcji do dalszego wdrażania i weryfikacji.

Planowanie należy rozumieć jako dość złożone stadium badań, które rozpoczyna się sformułowaniem problemu badawczego, jego uzasadnieniem i jego umiejscowieniem w analizie dotychczasowych osiągnięć nauki. Przechodzi ono przez kolejne etapy, związane z poszukiwaniem metod i narzędzi badań, a kończy się przedstawieniem szczegółowych założeń metodologicznych w opisie procedury badawczej. Kolejno przeanalizujemy na przykładach poszczególne etapy planowania badań.

Sformułowanie tematu badawczego, np. „Efektywność nauczania zróżnicowanego języka polskiego", jest wstępnym etapem każdego usystematyzowanego poszukiwania i orientuje badacza w zakresie jego niewiedzy dotyczącej przedmiotu. Potem następuje analizowanie doświadczeń pedagogicznych nauczycieli, analiza fachowej literatury i próba określenia problemu badawczego.

Problem rodzi się często w wyniku analizy własnych doświadczeń nauczyciela ,na gruncie praktyki i wizji jej doskonalenia. Początkujący badacz powinien szczególną uwagę przywiązywać do etapu poszukiwania odpowiedniego dla siebie problemu badań. Lepiej nastawić się na twórcze uzupełnienie badań, mających już pewną bibliografię naukową niż zbyt odważnie ustalać nowe procedury badawcze i konstruować słabe narzędzia pomiaru. Im bardziej szczegółowo jest sformułowany problem, tym większa jest gwarancja poprawności jego rozwiązania.

Do tematu ustalonego w pierwszym etapie postawimy problemy: główny i szczegółowe.

Problem główny: Jaki jest wpływ nauczania zróżnicowanego języka polskiego na efekty dydaktyczne?

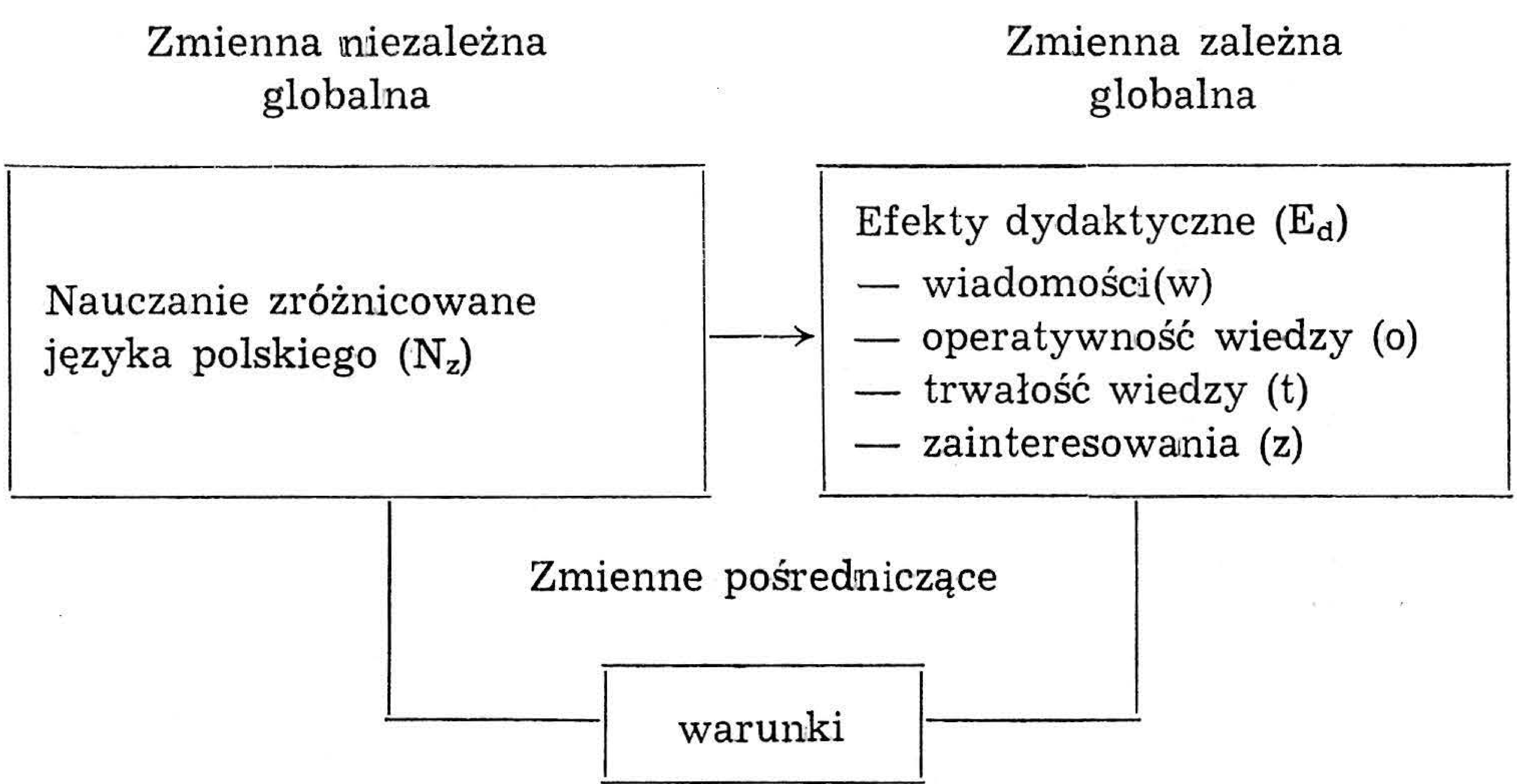
Problemy szczegółowe: W jakim stopniu nauczania zróżnicowane języzyka polskiego wpływa na efekty dydaktyczne w zakresie:

— wiadomości (w), — operatywności wiedzy (o), — trwałości wiedzy (t), — rozwoju zainteresowań (z).

Przedstawiony problem badawczy będziemy rozumieć jako pytanie o wartość zmiennych, albo o relacje zachodzące między zmiennymi, charakteryzującymi pewne interesujące nas zjawiska. Zjawiska stanowiące obiekt zainteresowań badawczych podlegają zmianom zarówno ilościowym, jak i jakościowym i stąd przyjęło się je określać mianem zmiennych. Na ogół mamy do czynienia z trzema zmiennymi:

— zmienną niezależną globalną (program działania),
— zmienną zależną globalną (efekt — realizowane cele),
— zmienna pośrednicząca (warunki, w których występuje działanie i jego efekt).

Nasz problem i odpowiadające mu zmienne można przedstawić na schemacie



Lub za pomocą wzoru w taki oto sposób

E_d (w, o, t, z) = f (N_z), gdzie w, o, t. z — zmienne cząstkowe

Należy określić dokładnie wszystkie zmienne zależne i niezależne. Ilość zmiennych określa sam badacz. Dokładnie należy również określić

model nauczania zróżnicowanego jaki będzie realizowany na lekcjach języka polskiego.
Do poszczególnych zmiennych dobieramy wskaźniki, za pomocą których będziemy je mierzyć.
Wskaźnik zmiennej określamy najczęściej jako zjawisko, którego zaobserwowanie pozwala stwierdzić stan rzeczy objęty zakresem pojęciowym badanej zmiennej.

Hipoteza badawcza jest przypuszczeniem co do charakteru i kierunku zależności między zjawiskami opisanymi w zmiennych. Wynika ona jasno z dobrze umotywowanego i sformułowanego problemu i stanowi bezpośrednią odpowiedź na pytanie zawarte w problemie.

Hipoteza ogólna: Wprowadzenie nauczania zróżnicowanego na lekcjach języka polskiego w klasach eksperymentalnych prowadzi do wzrostu efektów dydaktycznych w takcih klasach w stosunku do klas kontrolnych.

Hipotezy szczegółowe — formujemy do każdego problemu szczegółowego.
Nauczanie zróżnicowane języka polskiego prowadzi do wzrostu efektów dydaktycznych w klasach eksperymentalnych w stosunku do kontrolnych w zakresie:

— wiadomości $E_d^{Nz}(w) > E_d^k(w)$
— operatywności wiedzy $E_d^{Nz}(o) > E_d^k(o)$
— trwałości wiedzy $E_d^{Nz}(t) > E_d^k(t)$
— rozwoju zainteresowań $E_d^{Nz}(z) > E_d^k(z)$

Hipotezę ogólną można przedstawić za pomocą wzoru

$E_d^{Nz}(w,o,t,z) > E_d^k(w,o,t,z)$

E_d^{Nz} — efektywność dydaktyczna nauczania zróżnicowanego

E_d^k — efektywność dydaktyczna nauczania tradycyjnego (nauczania konwencjonalnego)

W klasach eksperymentalnych stosujemy nowy sposób nauczania i badamy jakie są efekty w czterech zmiennych w porównaniu z klasami kontrolnymi.

Rozwiązanie konkretnego problemu może wymagać zastosowania swoistej metody badań i technik badawczych. Pewne najczęściej stosowane metody badań scharakteryzujemy.
Metoda obserwacyjna — sposób prowadzenia badań, w których czynność obserwacyjna odgrywa rolę istotną i specyficzną, a której stosowanie nie pociąga za sobą zmian w badanym zjawisku. Ostatni warunek istotnie różniący metodę obserwacyjną od metody eksperymentalnej jest szczególnie ważny, choć niejednokrotnie trudny do osiągnięcia. Organizowanie

obserwacji w warunkach normalnych gwarantuje wierne zarejestrowanie zjawisk.

Eksperyment naukowy, w przeciwieństwie do obserwacji, polega na czynnej ingerencji w przedmiot badań. Eksperyment naukowy zastosowany w dydaktyce jest elementem szeroko rozumianej metody eksperymentalnej.

Nowy czynnik intencjonalnie wprowadzony do procesu dydaktycznego dla wywołania lub modyfikowania zjawiska, to czynnik eksperymentalny czyli zmienna niezależna. Natomiast obserwowane zmiany zaistniałe pod jego wpływem, to zmienna zależna.

Tabela 4

SCHEMAT BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Rotacja	Grupy	Badania początkowe	Badanie wstępne B_w (0)	Warunki	Badania końcowe B_k (1)	Badania dystansowe B_d (2)
I	(Va) eksperymentalno-	T_p	T_{do}	c_x	T_{d1}	T_{d2}
	kontrolna (Vb)			c		
II	kontrolna Va	T'_p	T'_{do}	c	T'_{d1}	T'_{d2}
	eksperymentalna Vb			c_x		

Przez T ze wskaźnikiem oznaczamy test stosowany w badaniach. „c_x" i „c" — warunki w jakich przeprowadzono eksperyment, przy czym „c" obejmuje warunki wspólne (identyczne) dla grupy eksperymentalnej i kontrolnej, natomiast „x" oznacza element jedynej różnicy czynnikiem eksperymentalnym może być nowy sposób nauczania — nauczanie zróżnicowane, systemowe, problemowe itp.

U podstaw badań eksperymentalnych, badań związków przyczynowo-skutkowych leży znana powszechnie teoria pięciu kononów J. S. Milla[13].

Typowe plany badawcze dla organizacji weryfikacyjnych badań projektowych na etapie eksperymentu dydaktycznego są następujące:

a) plan z grupą kontrolną, z pomiarem początkowym i końcowym,
b) plan z grupą kontrolną, ale bez pomiaru początkowego,

[13] Por. H. Muszyński, *Wstęp do metodologii pedagogiki*, Poznań 1971; S. Nowak, *Metodologia badań socjologicznych*, Warszawa 1970; N. Zaczyński, *Rozwój metody eksperymentalnej i jej zastosowanie w dydaktyce*, Warszawa 1967.

c) plan bez grupy kontrolnej z pomiarem początkowym,
d) plan Salomona[14].

Oprócz metod obserwacyjnych i eksperymentalnych można korzystać też z kilku innych, takich jak:

— metoda wywiadu — informację zdobywamy drogą bezpośredniego stawiania pytań badanym,
— metoda ankiety — jest metodą zdobywania danych przez pisemne udzielanie odpowiedzi wybranych osób na pytania zawarte w drukowanej liście pytań,
— metoda analizy dokumentów i wytworów ucznia.

Narzędzia badawcze muszą być skonstruowane zgodnie z przyjętą procedurą badań[15]. Jeśli przeprowadzamy badania początkowe dla określenia grupy eksperymentalnej, to zawsze zostaje ta klasa, która osiąga gorsze wyniki z testu. Klasą kontrolną jest ta klasa, która osiągnęła lepsze wyniki z testu. Można również inaczej dobierać grupy równoważne.

Dla zweryfikowania narzędzi badawczych przeprowadzamy badania pilotażowe na innej, podobnej zbiorowości. Wyniki tych badań mogą nam pomóc w zweryfikowaniu narzędzi badań. Test może okazać się trudny lub za łatwy, a tylko jego weryfikacja może pozwolić na ustalenie właściwego.

Po sformułowaniu problemów i hipotez badawczych, ustaleniu zmiennych i wskaźników, zaplanowaniu i przeprowadzeniu badania, do kolejnych czynności badacza należy:

— statystyczne opisanie zbioru wyników oraz
— statystyczna weryfikacja hipotez.

2. SKALE POMIAROWE

Podstawowym warunkiem stosowania metod statystycznych jest mierzalność badanych zmiennych. Jeśli chcemy opracować statystycznie dane empiryczne, musimy je najpierw wyskalować, czyli skonstruować skalę pomiarową. W badaniach dydaktycznych mogą być użyte zasadniczo cztery typy skali pomiarowych[16]:

— skala nominalna (imienna)

---

[14] J. Brzeziński, *Elementy metodologii badań psychologicznych*, Warszawa 1980; H. Mystek, *Modele eksperymentów w naukach społecznych*, Warszawa 1980.

[15] B. Niemierko, *Testy osiągnięć szkolnych*, Warszawa 1975.

[16] Por. Zainteresowanych skalami pomiarowymi odsyłam do wybranych pozycji literatury J. Brzeziński, *Metody badań psychologicznych w zarysie*, Poznań 1975 s. 111—147; M. Choynowski, *Pomiar w psychologii*, W: J. Kozielecki (red.), *Problemy psychologii matematycznej*, Warszawa 1971 s. 15—42; G. Clauss, H. Ebner, *Podstawy statystyki dla psychologów i socjologów*, Warszawa 1972, s. 21—30; K. Walenta, *Podstawowe pojęcia teorii pomiaru*, W: J. Kozielecki (red.), Problemy psychologii matematycznej s. 43—63; M. Jahoda, M. Deutsch, S. Cook, *Skale nominalne, porządkowe, interwatowe i ilorazowe*, W: S. Nowak (red.), Metody badań socjologicznych, Warszawa 1965, s. 274—278.

— porządkowa (rangowa)
— przedziałowa (interwatowa, metryczna)
— stosunkowa (ilorazowa, absolutna)

Spośród szeregu wymienianych w literaturze zastosowań wybrano jedynie te, co do których istnieje przypuszczenie, że mogą mieć miejsce w badaniach dydaktycznych, co przedstawiono w tabeli.

Tabela 4

TYPOLOGIA SKAL POMIAROWYCH

Działania na skalach	Skale pomiarowe			
	nieparametryczny poziom pomiaru		parametryczny poziom pomiaru	
	nominalna	porządkowa	przedziałowa	stosunkowa
Podstawowe operacje empiryczne	stwierdzenie równości (A=B), różności (A≠B)	stwierdzenie mniejszości (A<B) i większości (A>B)	stwierdzenie równości przedziałów i równości różnic (o ile A różni się od B)	stwierdzenie równości stosunków między wartościami skali (o ile A jest większe od B)
Przykłady zastosowania skali	— klasyfikacja dwudzielna i wielodzielna, — numeracja grup nie uporządkowanych	— numeracja grup uporządkowanych, — surowe wyniki testowe, — wyniki rangowe, — skale ocen	— standaryzowane skale testowe	— czas reakcji, — standaryzowane skale postaw
Dopuszczalne operacje statystyczne	— liczebność, proporcje, procenty, modalna; — współczynnik korelacji phi; — testy istotności różnic; chi^2, Mc Nemara	— mediana, centyle; — współczynnik tan-Kendalla rho-Spearmana w- Kendalla. — testy stotności różnic, c. Wilcoxona, Kołmogorowa — Sirmonowa, Manna — Whitney	— średnia arytmetyczna, wariancja, odchylenie standardowe; — współczynnik korelacji r — Pearsona, stosunek korelacyjny, — testy istotności różnic „z, t, F”	wszystkie pozostałe obliczenia statystyczne

Zasada posługiwania się skalą nominalną jest taka, że dla danej zmiennej zwanej nominalną określa się jakościowo różne, rozłączne kategorie (klasy), a następnie ustala się liczebność, z jaką każda z nich jest reprezentowana.

Pomiar na skali porządkowej polega na ustaleniu hierarchii wartości zmiennej pod pewnym względem. Skala użyta do mierzenia jest złożona z symboli liczbowych, zwanych rangami, które ilustrują uporządkowanie przedmiotów ze względu na mierzoną własność. Skala pomiarowa złożona z symboli, których pary przedstawiają różnice między przedmiotami, wyrażone w jednostkach miary nosi nazwę skali przedziałowej. Na skali tego typu dokonuje się pomiaru zmiennych ilościowych takich, które pozwalają stwierdzić, o ile jeden z dwu przedmiotów posiada daną cechę w stopniu wyższym niż drugi.

Skalę pomiarową złożoną z symboli, których pary przedstawiają stosunki wartości przedmiotów nosi nazwę skali stosunkowej. Posiada ona ostatni z warunków doskonałej skali pomiarowej, jakim jest bezwzględne zero wartości zmiennej. Dzięki stałemu naturalnemu punktowi zerowemu, w którym zachodzi zupełny brak mierzonej wielkości możliwe jest określenie stosunków między wynikami pomiaru. Na danych uzyskanych za pomocą skal stosunkowych dozwolone jest wykonywanie wszelkich operacji statystycznych.

3. SZEREG ROZDZIELCZY

Przed przystąpieniem do analizy zgromadzony materiał powinien być poddany kontroli. Kontrola materiału polega na sprawdzeniu jego kompletności i wiarygodności, tj. sprawdzeniu czy wszystkie jednostki, które zamierzamy zbadać zostały zbadane, a także, czy uzyskano wszystkie informacje oraz przeprowadzono wszystkie zaplanowane pomiary. Po kontroli zebranego materiału można przystąpić do analizy, którą należy na początku przeprowadzić dla każdej cechy oddzielnie. W przypadku, gdy badana zbiorowość jest liczna, uporządkowanie materiału polega na zbudowaniu szeregu rozdzielczego[17]. Szereg statystyczny porządkujemy od cechy najczęściej do najmniej występującej lub odwrotnie (od najwyższej do najniższej). Jeśli szereg obejmuje dużą ilość obserwacji, to dzielimy obszar zmienności cechy na przedziały klasowe, ustalając dolne i górne granice klas. Liczba klas, z których składa się szereg rozdzielczy, może być różna. Na ogół przyjmuje się, że nie powinna być ona mniejsza od 6 i nie większa od 20. Liczba klas zależy od liczebności badanej zbiorowości, od wielkości rozstępu (różnicy między największą, a naj-

[17] J. Freud, *Podstawy nowoczesnej statystyki*, Warszawa 1971.

mniejszą wartością cechy), od zróżnicowania wartości badanej cechy. Rozpiętość przedziału klasowego „d" oblicza się dzieląc rozstęp „R" przez ilość klas „b" według wzoru

$$d = \frac{R}{b} = \frac{X_{max} - X_{min}}{b}$$

Jeśli w teście wiadomości z języka polskiego w klasie VI otrzymano najmniejszy wynik $X_{min} = 11$, największy $X_{max} = 59$ i przyjmiemy ilość klas $b=10$, to wielkość przedziału klasowego wyniesie:

$$d = \frac{X_{max} - X_{min}}{b} = \frac{59-11}{10} = \frac{48}{10} = 4{,}8 \approx 5 \text{ punktów}$$

Celowe jest budowanie szeregu rozdzielczego o klasach o równej rozpiętości, ponieważ ułatwia to późniejsze obliczenia. Po ustaleniu rozpiętości przedziału klasowego należy każdą jednostkę, zgodnie z wartością badanej cechy, przyporządkować do odpowiedniej klasy. W tym celu przygotowuje się odpowiednią tabelę (tabela 5).

Tabela 5

WYNIKI BADAŃ TESTEM WIADOMOŚCI Z JĘZYKA POLSKIEGO UCZNIÓW KLAS VI SZKÓŁ PODSTAWOWYCH W ZIELONEJ GÓRZE W ROKU SZKOLNYM 1981/1982

Wyniki testu	Granice dokładne	Środek przedziału	Ilość badanych liczbowo	Ilość badanych %	Wyniki kolejne	Skumulowane liczebności cum f	Skumulowane procenty cum P
55—59	54,5—59,5	57	2	0,7	10—59	317	100,00
50—54	49,5—54,5	52	12	3,84	10—54	315	99,36
45—49	44,5—49,5	47	42	13,27	10—49	303	95,58
40—44	39,5—44,5	42	68	21,58	10—44	261	82,33
35—39	34,5—39,5	37	80	25,12	10—39	193	60,88
30—34	29,5—34,5	32	56	17,34	10—34	113	35,64
25—29	24,5—29,5	27	29	9,08	10—29	57	17,98
20—24	19,5—24,5	22	13	4,35	10—24	28	8,83
15—19	14,5—19,5	17	10	3,14	10—19	15	4,73
10—14	9,5—14,5	12	5	1,58	10—14	5	1,58

Jak wynika z tabeli otrzymane wyniki z badań ujęto w 10 przedziałach. Każdy następny przedział zaczyna się dokładnie tam, gdzie poprzedni się kończy, dlatego też musimy operować dokładnymi wynikami przedziałów, bowiem wynik 22 oznacza faktycznie od 21,5 do 22,5. Środek przedziału klasowego „x_s" jest średnią arytmetyczną wartości dolnej x_d i górnej x_g granicy, np. dla przedziału 20—24 otrzymamy:

$$x_s = \frac{x_d + x_g}{2} = \frac{20+24}{2} = 22$$

Zbiorowość dzielimy przeważnie na równe klasy, ale gdy struktura zbiorowości jest niejednolita, wtedy możemy podzielić na nierówne klasy. Każda jednostka badana powinna znaleźć się w jednym z przedziałów klasowych (nie powinno być klas pustych). Granice tych przedziałów powinny być wyraźnie ograniczone.

Kolejnym etapem analizy jest utworzenie kolumny skumulowanych procentów. Kolumnę skumulowanych liczebności tworzy się z prostych szeregów rozdzielczych przez dodawanie kolejnych przedziałów klasowych i odpowiadających im liczebności. Skumulowane procenty obliczamy ze wzoru

$$\text{cum P} = \frac{\text{cum f}}{\text{N}} \cdot 100\%$$

$$\text{np.: cum } P_{10} = \frac{5}{317} \cdot 100\% = \frac{500}{317} = 1{,}58\%$$

W badaniach często nie interesuje nas jakie liczebności przyjmują poszczególne klasy, ale ile lub jaki ich procent znajduje się poniżej lub powyżej pewnej zmiennej. Na podstawie szeregu kumulacyjnego można się dowiedzieć ilu badanych uczniów i jaki procent należy objąć zajęciami typu wyrównawczego.

W poszczególnych klasach, czy w szkole do zajęć wyrównawczych należy zakwalifikować uczniów, którzy w badaniach uzyskują poniżej 60% poprawnych rozwiązań testu. Z szeregu o ogólnej liczbie 317 uczniów wynika, że w granicach od 10 do 34 punktów uzyskało 113 badanych, co stanowi 35,64% zbiorowości. Wszyscy ci uczniowie słabo się uczą i powinni być objęci zajęciami typu wyrównawczego.

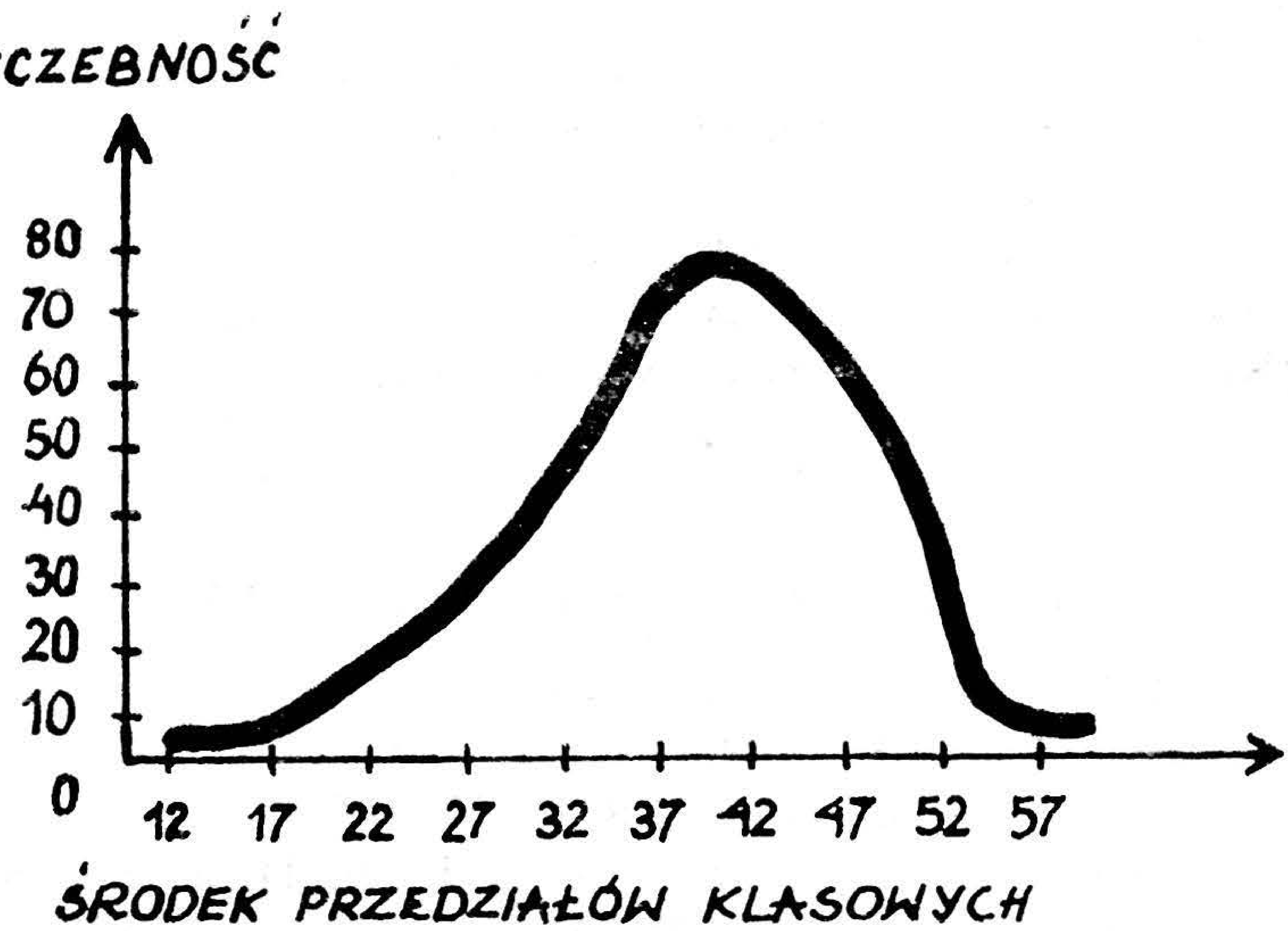
Otrzymane dane statystyczne często się umieszcza w tablicy statystycznej lub na wykresie, które są skróconym, uporządkowanym obrazem tego, co zawarte jest w danych pierwotnych. Zasadniczo każda tablica składa się z następujących elementów tworzących integralną całość:

— nagłówka, tytułu tablicy, która wyraża w zwięzłej formie treść tablicy i określa ją pod względem rzeczowym, przestrzennym, czasowym i cechy według których dokonano klasyfikacji;
— tablicy właściwej;
— informacji na temat źródła materiałów zawartych w tablicy.

Wykres obok tablicy jest drugim równorzędnym sposobem przedstawienia danych. Jest on postacią graficzną szeregu rozdzielczego. Charakteryzuje się takimi samymi cechami, jak tablica. Wykres może być w formie wieloboku, histogramu czy diagramu.

Wykres 3

WIELOBOK LICZEBNOŚCI WYNIKÓW BADAŃ TESTEM WIADOMOŚCI Z JĘZYKA POLSKIEGO KLAS VI SZKÓŁ PODSTAWOWYCH W ZIELONEJ GÓRZE W ROKU SZKOLNYM 1981/1982



Jeżeli zamiast środków przedziałów klasowych na osi odciętych umieścimy dokładne granice klasy np. 9,5—14,5; 14,5—19,5 itd., a na osi rzędnych liczebność, to otrzymamy wykres w postaci prostokątów, zwany histogramem. Gdy liczebność jest bardzo duża, to lepiej i dokładniej jest odkładać na osi rzędnej wskaźniki procentowe. Wielobok liczebności daje znacznie lepsze pojęcie o zarysie rozkładu od histogramu.

4. MIARY POŁOŻENIA

Zbiorowości statystyczne mogą się różnić między sobą:
— wartością przeciętnego poziomu cechy (przesiętne)[18],
— obszarem zmienności (dyspersji),
— miarami asymetrii lub skośności (stopień odchylenia od symetrii).
Miary położenia są czasami określone jako miary tendencji centralnych. Przedstawiają one centrum, środek lub najbardziej typową wartość w zbiorze danych. Przy opracowaniu wyników stosujemy następujące przeciętne:

[18] D. Magnusson, *Wprowadzenie do teori testów*, Warszawa 1981.

a) średnia arytmetyczna „M" — daje prawdziwą charatkerystykę zbiorowości gdy jednostki nie różnią się od siebie bardzo, czyli zbiorowość jest względnie jednorodna;

$$M = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

N — liczebność zbiorowości

b) mediana „M_e" — jest to punkt środkowy na skali pomiarowej, poniżej którego znajduje się dokładnie jedna połowa obserwacji, a powyżej druga połowa.
Gdy szereg zawiera nieparzystą liczbę wyrazów, to jest wynik środkowy, $M_e = x_{n+1}$, a gdy zawiera parzystą ilość wyrazów to jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów:

$$M_e = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}$$

np. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; $M_e = 4$; 1, 2, 3, 4, 5, 6; $M_e = 3{,}5$

c) modalna „M_o" — wielkość pomiarowa, która w danym rozkładzie występuje najczęściej (moda — M_o)
np. 1, 2, 2, 2,2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; $M_o = 2$

d) średnia ważona „M_w" — średnia ze średnich. Dane są średnie szeregów o różnej liczebności: M_1, M_2, M_3, ... M_n oraz liczebność N_1, N_2, N_3, ... N_n, średnia ważona tych szeregów wyniesie:

$$M_w = \frac{M_1 \cdot N_1 + M_2 \cdot N_2 + \ldots + M_n N_n}{N_1 + N_2 + N_3 + \ldots + N_n} = \frac{\Sigma M \cdot 'N}{\Sigma N}$$

Średnia arytmetyczna różnych zbiorowości równa się średniej ważonej średnich arytmetycznych tych zbiorowości, przy czym wagami są ich liczebności. Wagi mają na celu zróżnicowanie nierównego znaczenia średnich.

Przykład. Zbadano wiadomości uczniów klas szóstych z języka polskiego i otrzymano takie wyniki:

Klasa	Ilość uczniów N	Średni wynik M
VI a	26	74,7
VI b	32	85,2
VI c	35	71,5
VI d	21	86,4

Średnia ważona wszystkich uczniów wynosi:

$$M_w = \frac{26 \cdot 74{,}7 + 32 \cdot 85{,}2 + 21 \cdot 86{,}4 + 35 \cdot 71{,}5}{26 + 32 + 35 + 21} = 78{,}8$$

e) kwartyle, kwintyle i centyle — dzielą zbiorowość na części o jednakowej liczebności. Mediana dzieli zbiorowość na dwie równe części o równej liczebności, kwartyle na cztery części, kwintyle na pięć, a centyle na sto części.

Ta sama ocena liczbowa może być dla jednych za wysoka, dla innych za niska, aby temu zapobiec posługujemy się metodą rangowania. Polega na tym, że każdemu wynikowi wyznaczonemu w punktach nadajemy kolejną rangę, co przedstawiono w tabeli 6. Wynik najwyższy otrzymuje rangę 1 (3 kolumna w tabeli), kolejny rangę 2 itd. Te same wyniki otrzymują średnią arytmetyczną kolejnych rang. Tak otrzymane wyniki pochodzące z równych szeregów nie można porównywać, do tego służą centyle, które mówią o położeniu danego wyniku względem innych wyników w danym rozkładzie, w ujęciu procentowym. Rangę tego rodzaju nazywamy centylową albo centylą. Centyla jest to liczba wyrażająca procent wyników w danym rozkładzie odpowiadający danej ocenie i wszystkim ocenom leżącym poniżej niej. Każda liczebność (ilość wyników) jest sprowadzona do wielkości jednakowej do 100.

Tabela 6

OBLICZENIE RANG I CENTYLI

Rangowanie wyników			Centyle dla przedziałów klasowych			
Wyniki testu, X	kolejne miejsce	Ranga	Wyniki testu Y	Liczebność N=50	Liczebność zsumowana	Centyle (C)
1	2	3	4	5	6	7
60	1	1	56—60	2	50	100
40	2	2	51—55	2	48	96
30	3		46—50	4	46	92
30	4	4	41—45	4	42	84
30	5		36—40	7	38	76
25	6	6	31—35	11	31	62
22	7		26—30	8	20	40
22	8	8	21—25	5	12	24
22	9		16—20	4	7	14
15	10	10	11—15	2	3	$C_2=6$
10	11	11	6—10	1	1	$C_1=2$

N=50

Przy obliczaniu centyli każdą liczebność zsumowaną mnożymy przez ułamek $\frac{100}{N}$. W naszym przypadku $\frac{100}{50} = 2$, to znaczy każdą liczebność zsumowaną mnożymy przez 2; $C_1 = 1 \cdot \frac{100}{50} = 2\%$.

Najważniejsze znaczenie mają centyle przy standaryzacji testów, gdy chcemy się przekonać, w jakim stopniu dany jest ewentualnie test za trudny lub za łatwy dla danej grupy osób badanych. Badając uczniów kilkoma testami i obliczając centyle, możemy porównać wyniki i stwierdzić, jak ten test dana osoba wykonała.

5. MIARY DYSPERSJI

Zadaniem miar dyspersji jest wskazanie, w jakim stopniu poszczególne wartości zbiorowości koncentrują się wokół wartości centralnej badanej cechy[19].

Wnioskowanie o badanych zbiorowościach na podstawie tylko ich średnich nie jest wystarczające, a często może prowadzić do zupełnie fałszywych wniosków o zbiorowościach. Np. w dwóch klasach otrzymaliśmy jednakowe średnie arytmetyczne rozwiązanego testu z języka polskiego W jednej klasie była przewaga uczniów z wynikami przeciętnymi przy znikomej ilości uczniów uzyskujących bardzo wysokie i niskie rezultaty, w drugiej klasie było dużo wyników dobrych i słabych. Mimo znaczniejszego zróżnicowania wyników w drugiej klasie, średnie obu klas były identyczne. Wśród miar rozproszenia szczególnie należy wyróżnić:

a) obszar zmienności lub rozpiętości między najwyższą wartością, a najniższą wyniku w danym teście
$$R = X_{max} - X_{min}$$
b) odchylenie standardowe „S" — jest miarą najpowszechniej stosowaną i najbardziej rzetelną. Jest rodzajem przeciętnej odchyleń wszystkich obserwacji od średniej, nadaje właściwego znaczenia średniej.
Odchylenie standardowe jest pierwiastkiem kwadratowym ze średniej arytmetycznej kwadratów odchyleń poszczególnych wartości zbiorowości statystycznej od ich średniej arytmetycznej.
Podstawowy wzór na obliczenie odchylenia standardowego:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} \quad \text{lub} \quad S = \sqrt{\frac{(X - M)^2}{N}}$$

Σx^2 — suma kwadratów odchyleń danych wyników od średniej

N — liczebność,

$\frac{\Sigma x^2}{N}$ — wariancja (kwadrat odchylenia standardowego)

$$S^2 = \frac{\Sigma x^2}{N} \quad \text{lub} \quad \Sigma x^2 = N \cdot S^2 = N \cdot \delta^2$$

[19] J. S. Coleman, *Wstęp do socjologii matematycznej*, Warszawa 1968.

W niektórych pracach ze statystyki odchylenia standardowe oznaczamy przez S = δ, a wariancję $S^2 = \delta^2$.
Zarówno odchylenie standardowe, jak i wariancja są miernikami dyspersji w rozkładzie.
Odchylenie standardowe, to miara precyzyjna i logiczna. W granicach jednego odchylenia standardowego od średniej powinno się znaleźć 2/3 wyników zbiorowości. Wtedy rozproszenie wyników w zbiorowości jest prawidłowe. Badana grupa wtedy wykazuje normalny rozkład zróżnicowany pod względem wiadomości z testu;

c) współczynnik zmienności „V" — określa ile procent średniej arytmetycznej wynosi odchylenie standardowe. Przy pomocy współczynnika zmienności możemy porównywać wielkości rozproszenia w procentach.
Obliczamy według wzoru:

$$V = \frac{100\,S}{M} \quad \text{lub} \quad V = \frac{S}{M} \cdot 100$$

Im większa jest wartość tego współczynnika, tym bardziej odchylają się wyniki od średniej.

6. WSPÓŁZALEŻNOŚĆ ZJAWISK — STOSUNEK KORELACYJNY

Niejednokrotnie ważnym zadaniem staje się wykrycie i określenie stosunku zachodzącego między badanymi cechami lub zjawiskami. Będzie tu chodzić o stwierdzenie związku między zmiennymi, np. między wynikami testu z języka polskiego uczniów klas VI, a ich ocenami w dzienniku. Można zbadać również współzależność między zasobami słownictwa a czytaniem ze zrozumieniem danego tekstu. Stwierdzenie stopnia tego związku i wyrażenia go za pomocą liczby, umożliwia rachunek korelacyjny. Korelację można określić jako współzależność, związek, który najczęściej wyraża się w ten sposób, że w miarę wzrastania jednej wielkości (cechy) wzrasta inna wielkość (korelacja dodatnia), lub w miarę wzrastania jednej wielkości (cechy) maleje inna wielkość korelacja ujemna). Natomiast współczynnik korelacyjny jest to liczba, która mówi nam, w jakim stopniu dwa zjawiska są powiązane, w jakim stopniu zmiana jednego zjawiska odpowiadałaby zmianie drugiego. Istnieje szereg metod obliczania korelacji, ściślej mówiąc współczynnika korelacji[20]. Najczęściej stosowane i najbardziej znane to metoda Pearsona i metoda Spearmana. Omówimy je kolejno, zaczynając od metody Pearsona. Wzór na obliczenie współczynnika korelacji Pearsona jest następujący:

---

[20] Por. L. Wołoszynowa, *Metody badań psychologicznych*, Warszawa 1965 tom I; Z. Zaborowski, *Wstęp do metodologii badań pedagogicznych*, Warszawa 1973.

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \; \Sigma y^2}}$$

gdzie, r — współczynnik korelacji
x — odchylenie od średniego wyniku $(X - M_1)$
y — odchylenie od średniego wyniku $(Y - M_2)$
xy — iloczyn odchyleń

W tabeli 7 przedstawiono wyniki testów i pewne przeliczenia potrzebne do obliczenia współczynnika korelacji miarowej, gdy obie zmienne są liczbowe.

Tabela 7

OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI MIĘDZY WYNIKAMI TESTU Z GRAMATYKI DYKTANDA METODĄ PEARSONA DLA 5 UCZNIÓW

Osoby	Wyniki testu z gramatyki X	Wyniki testu z dyktanda Y	$x = X - M_1$	x^2	$y = Y - M_2$	y^2	$x \cdot y$
1	3	3	—7	49	—3	9	21
2	7	5	—3	9	—1	1	3
3	11	7	1	1	1	1	1
4	14	6	4	16	0	0	0
5	15	9	5	25	3	9	15
$N = 5$	$M_1 = 10$	$M_2 = 6$		$\Sigma x^2 = 100$		$\Sigma y^2 = 20$	$\Sigma xy = 40$

Na podstawie wyliczeń z tabeli, dane podstawiamy do wzoru i obliczamy współczynnik korelacji

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \; \Sigma y^2}} = \frac{40}{\sqrt{100 \cdot 20}} = \frac{40}{20\sqrt{5}} = 0{,}89$$

Współczynnik korelacji wynosi 0,89 a więc jest wysoki to znaczy, że istnieje duża współzależność między wynikami testu z gramatyki i dyktanda. Chociaż współczynnik korelacji jest wysoki, to z uwagi na małą próbę musi być poddany interpretacji. W interpretacji współczynnika korelacji należy uwzględnić błąd prawdopodobny, gdyż wskazuje on na wahania współczynnika korelacji w określonych granicach.

Wzór na obliczenie błędu prawdopodobnego przy zastosowaniu wzoru Pearsona jest następujący:

$$b_p = 0{,}675 \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}} = 0{,}675 \frac{1 - 0{,}89^2}{\sqrt{5}} = 0{,}03$$

b_p — błąd prawdopodobny
0,675 — stały współczynnik
r — współczynnik korelacji
N — liczba osób badanych

Ustalamy granicę współczynnika korelacji według wzoru:
$r_{1,2} = r \pm b_p$ zgodnie z którym: $r_1 = 0{,}89 + 0{,}03 = 0{,}92$
$r_2 = 089 — 0{,}03 = 0{,}86$
$r = 0{,}86$ do $0{,}92$
Aby dokładnie zinterpretować współczynnik korelacji określone są granice wielkości dla tego współczynnika[21].

Tabela 8

INTERPRETACJA WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI W GRANICACH 0 DO 1

Współczynnik korelacji	Stopień korelacji	Zależność
poniżej 0,20	słaby	nic nieznacząca
0,20—0,40	niski	wyraźna mała
0,40—0,70	umiarkowany	istotna
0,70—0,90	wysoki	znacząca
0,90—1,00	bardzo wysoki	bardzo pewna

Interpretując otrzymany współczynnik korelacji $r = 0{,}86$ do $0{,}92$ zauważamy, że mamy do czynienia z korelacją leżącą na pograniczu dwu najwyższych przedziałów interpretacyjnych.
Wartość współczynnika korelacji może się wahać od —1 do +1.
Gdy zmienne określone są za pomocą rang, to współczynnik korelacji obliczamy według wzoru Spearmana:

$$r = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)}$$

D — różnica rang $R_1 — R_2$
N — liczba osób badanych

Na przykładzie pokażemy jakie należy wykonać czynności, aby obliczyć współczynnik korelacji Spearmana

Tabela 9

OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI SPEARMANA MIĘDZY WYNIKAMI TESTU SŁOWNIKOWEGO I DYKTANDA

Osoby	Wynik z testu słownikowego X	Wynik z dyktandy Y	Ranga R_1	Ranga R_2	Różnica $D = R_1 — R_2$	D^2
H	10	7	5	5	0	0
K	20	36	4	3	1	1
Z	30	36	3	3	0	0
F	40	36	2	3	—1	1
E	50	70	1	1	0	0

N = 5 $D^2 = 2$

[21] J. P. Guilford, *Podstawowe metody statystyczne w psychologii i pedagogice*, Warszawa 1964.

Wynikom z poszczególnych testów przyporządkowujemy odpowiednie rangi. Wynik najwyższy otrzymuje rangę 1, kolejny 2 itd.
Przeliczone wyniki z tabeli podstawiamy do wzoru

$$r = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 2}{5(25 - 1)} = 1 - \frac{12}{120} = 0,85$$

Następnie obliczamy błąd prawdopodobny według wzoru

$$b_p = 0,704 \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}}$$

Symbole użyte w tym wzorze są takie same jak poprzednio, tylko współczynnik jest większy, ponieważ metoda Spearmana jest mniej dokładna.

Po uwzględnieniu błędu prawdopodobnego interpretujemy współczynnik korelacji według tabeli 8. Otrzymany wynik r = 0,85 świadczy, że istnieje wysoki stopień korelacji między słownikiem uczniów, a pisownią.

Rachunek korelacyjny stosuje się również przy określeniu stopnia rzetelności, trafności i mocy różnicującej zadań testowych. Często dla określenia w jakim stopniu rozkład wyników danego zadania testowego jest zgodny z rozkładem wyników całego testu, obliczamy współczynnik korelacji punktowo-dwuseryjny według wzoru[22]:

$$r_{pb} = \frac{x^+ - x^-}{S^2} \cdot \sqrt{pq}$$

x^+ — średnia wyników testowania w grupie uczniów, którzy odpowiedzieli na dane pytanie (zadanie),

x^- — średnia wyników testowania w grupie uczniów, którzy nie odpowiedzieli na dane pytanie (zadanie),

p — łatwość zadania; q = 1 — p trudność zadania,

S^2 — wariancja wyników testowania.

Na przykładzie pokażemy jak oblicza się r_{pb} dla zadania X w grupie 20 osób testowanych, testem zero — jeden jeśli rozkład wyników testowania wygląda następująco:

Tabela 10

OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI PUNKTOWO-DWUWERSYJNEJ

(pg) pierwsza połowa (pd) druga połowa

Osoba nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Wynik w zadaniu X	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Ogólny wyn testowa nia	31	23	23	21	20	20	18	18	18	17	16	14	14	12	12	11	11	10	3	2

(L) lepsza połowa (G) słabsza połowa

[22] Z. Szurig, *Konstrukcje testów i sprawdzianów z matematyki*, Warszawa 1978.

Z tabeli wynika, że lepszej połowie było przyporządkowane 7 osób, które prawidłowo wykonały zadanie testowe, a w gorszej były tylko 2 takie osoby.

$$x^{+} = \frac{171}{9} = 19; \qquad x^{-} = \frac{143}{11} = 13; \qquad p = \frac{9}{20} = 0,45;$$

$$q = 1 - 0,45 = 0,55; \qquad S^2 = 6,66; \qquad r_{pb} = \frac{19 - 13}{6,66} = 0,45$$

Współczynnik korelacji $r_{pb} = 0,45$ określa moc różnicującą zadania (pytania). Zadania (pytania), dla których $r_{pb} > 0,4$ różnicują grupę badanych dobrze. Obliczenie współczynnika r_{pb} jest dość trudne, dlatego korzysta się z przybliżonego obliczenia współczynnika mocy różnicującej D_{50} ze wzoru:

$$D_{50} = p_q - p_d = \frac{2(L - G)}{N} = \frac{7}{10} - \frac{2}{10} = 0,5$$

N — liczba badanych

p_q — łatwość zadania w pierwszej połowie, ci co rozwiązali zadanie (lepsza połowa)

p_d — łatwość zadania w drugiej połowie, o wyższych numerach kolejnych (słabsza połówka)

Widzimy, że obliczone wartości 0,45 i 0,5 nie różnią się istotnie między sobą.

Są jeszcze graficzne metody obliczania korelacji, które nie są w postaci liczbowej, ale są bardziej obrazowe i przejrzyste.

7. HIPOTEZY STATYSTYCZNE

Wnioskowanie statystyczne rozpoczynamy od sformułowania hipotezy statystycznej, a następnie w oparciu o badania próby losowej sprawdzamy, czy hipoteza ta sprawdza się, czy nie. Hipotezę statystyczną podlegającą weryfikacji nazywamy hipotezą zerową (H_0) w przeciwieństwie do tzw. hipotezy alternatywnej (H_1), tj. hipotezy roboczej, którą wprowadzamy jako hipotezę konkurencyjną w stosunku do hipotezy zerowej.

Rodzaj hipotezy (sposób jej sformułowania) uwarunkowany jest typem problemu badawczego. Hipoteza zerowa wyraża przypuszczenie, że dwie próby różnią się między sobą nie w sposób istotny, lecz tylko w przypadkowy. Hipoteza alternatywna, robocza będzie hipotezą mówiącą, że próby różnią się w sposób istotny, co możemy zapisać w sposób następujący:

$H_0 : K = K_0$ czyli $K - K_0 = C$

$H_1 : K \neq K_0$ czyli $K < K_0$ lub $K > K_0$

Jeśli badamy uczniów dwoma testami z języka polskiego i otrzymamy średnie arytmetyczne wyników tych testów, to hipoteza zerowa mówi nam, że średnie arytmetyczne nie różnią się między sobą, a hipoteza robocza, że różnią się w sposób istotny.

Do badania istotności różnic między średnimi stosuje się test „t — studenta" niezależnie od wielkości próby, przy czym im mniejsza jest próba, tym rozkład odbiega coraz bardziej od rozkładu normalnego. Gdy liczba prób rośnie do nieskończoności, rozkład zbliża się do normalnego. Istotność różnic obliczamy przy pomocy wzoru[23]:

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{\Sigma x^2 + \Sigma y^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \cdot \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 \cdot N_2}\right)}}$$

M_1, M_2 — średnie arytmetyczne pierwszej i drugiej próby,
N_1, N_2 — odpowiednie liczebności dla prób,
Σx^2 i Σy^2 — sumy kwadratów odchyleń od średniej w próbach.

Umiejętność stosowania tego testu ma bardzo duże znaczenie praktyczne. Bowiem często w badaniach za szybko wyciąga się na podstawie średniej arytmetycznej (gdy w klasie eksperymentalnej jest wyższa od kontrolnej) wniosek, że przyczyną lepszych wyników w klasie eksperymenaalnej niż w kontrolnej jest czynnik eksperymentalny (nauczanie problemowe, systemowe), nie zwracając uwagi na istotność różnic między średnimi.

Na przykładzie przedstawimy, jak oblicza się współczynnik „t". W klasie VI zbadano 9 chłopców i 10 dziewcząt testem z literatury. Ustalić, czy różnice między uzyskanymi średnimi są istotne. Dokonać oceny istotności na poziomie 0,01 (Tabela 11). Przy obliczaniu istotności różnic między średnimi wskazane jest obliczenie pewnych parametrów „po drodze", które lepiej scharakteryzują zbiorowość statystyczną.

Kolejno obliczamy:

a) średnie arytmetyczne

$$M_1 = \frac{387}{9} = 43; \qquad M_2 = \frac{390}{10} = 39$$

[23] Cz. Nowaczyk, *Podstawy metod statystycznych dla pedagogów*, Zielona Góra 1976.

Tabela 11

SPOSÓB OBLICZENIA WSPÓŁCZYNNIKA ISTOTNOŚCI „t"

Osoby	Chłopcy X	$x = X - M_1$	x^2	Dziewczęta Y	$y = Y - M_2$	y^2
1	52	+9	81	50	+11	121
2	50	+7	49	46	+7	49
3	47	+4	16	42	+3	9
4	47	+4	16	41	+2	4
5	42	—1	1	39	0	0
6	39	—4	16	38	—1	1
7	39	—4	16	36	—3	9
8	37	—6	36	35	—4	16
9	34	—9	81	33	—6	36
10	—	—	—	30	—9	81
	$\Sigma X = 387$		$\Sigma x^2 = 312$	$\Sigma Y = 390$		$\Sigma y^2 = 326$

b) odchylenie standardowe

$$S_1 = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{312}{9}} = 5{,}9; \; S_2 = \sqrt{\frac{326}{10}} = 5{,}7$$

c) współczynnik zmienności

$$V_1 = \frac{100\, S_1}{M_1} = \frac{5{,}9}{43} \cdot 100 = 13{,}7\%$$

$$V_2 = \frac{100\, S_2}{M_2} = \frac{5{,}7 \cdot 100}{39} = 14{,}6\%$$

Współczynniki zmienności są prawie równe i odchylenie standardowe stanowi około 14% średniej.

d) t — istotności różnic między średnimi

$$|t| = \frac{43 - 39}{\sqrt{\left(\frac{312 + 326}{17}\right)\left(\frac{9 + 10}{9 \cdot 10}\right)}} = 1{,}51$$

t — obliczone $= t_{obl} = 1{,}51$

Przy obliczeniu bierzemy wartość bezwzględną z „t".
Z tabeli statystycznej odczytujemy tak zwane t — tablicowe, które znajduje się prawie w każdej książce ze statystyki, (t_{tab}) na poziomie istotności $\alpha = 0{,}01$ dla $df = N_1 + N_2 - 2 = 9 + 10 - 2 = 17$ stopni swobody, które wynosi:

$$t_{tab} = t_{0,01};\; df = 17 = 2{,}898 = 2{,}90$$

Porównując t — obliczone z t — tablicowym otrzymujemy, że $1{,}51 < 2{,}90$, to znaczy iż $t_{obl} < t_{tab}$. Z tego wynika, że nie możemy odrzucić hipotezy zerowej, czyli różnica między średnimi wynikami chłopców i dziewcząt w teście z literatury nie jest istotna statystycznie na poziomie 0,01 mimo, iż średnia chłopców $M_1 = 43$, a dziewcząt $M_2 = 39$. Można krótko powiedzieć, że chociaż chłopcy osiągnęli średnią arytmetyczną wyższą o 4 punkty od dziewcząt, to poziom wiedzy z literatury obu grup badanych jest podobny. Gdybyśmy stosowali w grupie chłopców przy nauczaniu literatury czynnik eksperymentalny np. nauczanie problemowe, a w grupie dziewcząt nie, to lepszy wynik w grupie chłopców niż dziewcząt przy $t_{obl} < t_{tab}$ nie upoważnia nas do wyciągania wniosków, że przyczyną lepszych wyników jest czynnik eksperymentalny — nauczanie problemowe.

Jeśli $t_{obl} > t_{tab}$, to wtedy należy odrzucić hipotezę zerową, a przyjąć alternatywną, roboczą o istnieniu różnic między średnimi. W naszym przykładzie, gdyby taka sytuacja istniała, to wtedy można byłoby wyciągnąć wnioski, że przyczyną lepszych wyników u chłopców jest czynnik eksperymentalny — nauczanie problemowe.

Przyjmując istotność różnic między średnimi na poziomie $\alpha = 0{,}01$ lub $\alpha = 0{,}05$ oznacza, że istnieje mniej niż 1% lub 5% pewności, że uzyskane wyniki są dziełem przypadku, albo inaczej, istnieje co najmniej 99% lub 95% pewności, że wyniki nie są przypadkowe, a świadczą o działaniu zmiennej niezależnej czynnika eksperymentalnego.

Do badania istotności, czy rozkład empiryczny jest zgodny z rozkładem normalnym służy test chi — kwadrat[24].

Chi — kwadrat obliczamy według wzoru:

$$\text{chi}^2 = \varkappa^2 = \Sigma \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}, \text{ gdzie } \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

obliczamy oddzielnie dla każdego rozkładu

f_o — liczebność aktualna poszczególnych wyników,
f_e — liczebność spodziewana w najlepiej dobranym rozkładzie normalnym.

W podejmowaniu decyzji, o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy, o zgodności rozkładów kierujemy się następującą zasadą:

$\varkappa^2_{obl} < \varkappa^2_{tab}$ hipotezę H_o przyjmujemy
$\varkappa^2_{obl} \geqslant \varkappa^2_{tab}$ hipotezę H_o odrzucamy

[24] A. Góralski, *Metody opisu i wnioskowania statystycznego w psychologii*, Warszawa 1974.

Istotność badamy przeważnie na poziomie $\alpha = 0{,}01$ i $\alpha = 0{,}05$, a stopnie swobody df obliczamy tak jak przy t. Ze względu na dość długie obliczenia nie będziemy szczegółowo przedstawiać sposobu obliczania chi — kwadrat, znaleźć je można w książkach ze statystyki[25].

IV. ZASTOSOWANIE INNYCH METOD OBLICZENIOWYCH

1. Mierniki efektywności metod, form i środków nauczania

W literaturze naukowej podaje się różne propozycje mierników efektywności metod, form i środków kształcenia[26]. Muszą one wyrażać w sposób ilościowy, ilościowo-jakościowy rezulaty procesu kształcenia. Za podstawowe kryteria efektywności kształcenia można przyjąć zakres przyswojonych wiadomości, umiejętności, trwałości wiedzy, rozumienia tych wiadomości, zastosowanie wiadomości w sytuacjach typowych i problemowych. Kryteria wyprowadza się z celów kształcenia.

Efektywność nauczania jest funkcją (wielu) czynników, co można wyrazić przy pomocy wzoru:

$E = f\ (N, U, n, u, t, i, m, w, s)$

N — nauczyciel; U — uczeń; n — nauczanie; u — uczenie się; t — treść nauczania; i — infrastruktura; m — metody; w — formy; s — środki.

Można inaczej $E = f\ (W_{sz}, m_u)$

W_{sz} — wymagania szkoły

m_u — możliwości ucznia

W dotychczasowych badaniach z dydaktyki literatury zajmowano się przeważnie wpływem jednego czynnika na efekty dydaktyczne np. metody, formy lub środków dydaktycznych. Jest to podejście zawężone do jednej zmiennej. Trzeba podchodzić do badań efektywności systemowo przez badanie wpływu wielu czynników na efekty dydaktyczne[27]. Najlepszym sposobem badania efektywności nauczania w pracy szkolnej i w badaniach z dydaktyki języka polskiego i literatury jest przeprowadzenie eksperymentów dydaktycznych. Chodzi o to, aby odpowiedzieć na

[25] T. Puchalski, *Statystyka*, Warszawa 1977.

[26] Por. K. Podoski, *Ekonomiczno-społeczne aspekty kształcenia*, Gdańsk 1968, Wprowadzenie do ekonomiki kształcenia, Warszawa 1971; L. Leja, *Efektywność nowych technik i metod nauczania*, Gdańsk 1968; K. Danek, *Kryteria i metody oceny efektywności nauczania programowego*, Gdańsk 1968; Cz. Kupisiewicz, *O efektywności nauczania problemowego*, Warszawa 1975; K. Denek, *Pomiar efektywności kształcenia w szkole wyższej*, Poznań 1980; Podstawy pomiaru i oceny efektywności procesu kształcenia, Koszalin 1980.

[27] S. Kawula, *Przesłanki sytemowego podejścia w badaniach nad wychowaniem;* W Okoń, *O zasadach kształcenia*, W: Kwartalnik Pedagogiczny 1982 nr 2.

pytanie o ile efektywniejsze jest nauczanie w klasach w których stosowano czynnik eksperymentalny w stosunku do klas kontrolnych.

Jeśli efekty dydaktyczne będziemy mierzyć w zakresie wiadomości (w), umiejętności (u), trwałości wiedzy (t), to możemy obliczać wskaźnik efektywności dydaktycznej.

Przykład.

W roku szkolnym 1981/82 przeprowadzono w klasie IIa Liceum Ogólnokształcącego nr 1 w Zielonej Górze eksperyment dydaktyczny w celu zbadania efektywności nauczania zróżnicowanego języka polskiego w zakresie wiadomości (w), umiejętności (u) i trwałości wiedzy (t). Uczniowie kl. IIb stanowili grupę kontrolną.

Obliczyć kompleksowy współczynnik efektywności dydaktycznej.

Tabela 12

WYNIKI UZYSKANE W BADANIACH

Klasy	Badania wstępne (o)	Warunki	Badania końcowe (1)			Badania dystansowe (2) w+u=t
			w	u	w+u=t	
IIa (E)	$\bar{x}_{oe} = 2$	C_x	$\bar{x}_{1e} = 90$	70	160	$\bar{x}_{2e} = 130$
IIb (K)	$\bar{x}_{ok} = 2{,}5$	C	$\bar{x}_{1k} = 60$	50	110	$\bar{x}_{2k} = 70$

C_x — nauczanie zróżnicowane, czynnik eksperymentalny
C — nauczanie konwencjonalne (tradycyjne)

Aby określić, o ile bardziej efektywne jest nauczanie w grupie eksperymentalnej niż kontrolnej kolejno obliczamy wymienione wskaźniki efektywności.

W_w — wskaźnik opanowania wiadomości

$$W_w = \left[\frac{\Delta\bar{x}_e}{\Delta\bar{x}_k} \cdot 100 - 100\right]\% \text{ lub } W_w = \left[\frac{\bar{x}_{1e}}{\bar{x}_{1k}} \cdot 100 - 100\right]\%$$

$\Delta\bar{x}_e = \bar{x}_{1e} - \bar{x}_{oe}$ — przyrost średni wiadomości grupy eksperymentalnej między badaniami końcowymi i wstępnymi,

$\Delta\bar{x}_k = \bar{x}_{1k} - \bar{x}_{ok}$ — przyrost średni wiadomości grupy kontrolnej między badaniami końcowymi a wstępnymi.

W badaniach wstępnych grupy eksperymentalne i kontrolne osiągają w testach z nowego materiału przeważnie wartości liczbowe bardzo małe, prawie równe zeru. Dlatego też nie bierzemy pod uwagę badań wstępnych, tylko badania końcowe. Korzystamy więc z drugiego wzoru

$$W_w = \left[\frac{90}{60} \cdot 100 - 100\right]\% = 50\%$$

Analogicznie obliczamy wskaźnik w zakresie umiejętności

$$W_u = \left[\frac{70}{50} \cdot 100 - 100\right]\% = 40\%$$

Współczynnik trwałości obliczamy według wzoru

$$W_t = \left[\frac{\bar{x}_{2e} : \bar{x}_{1e}}{\bar{x}_{2k} : \bar{x}_{1k}} \cdot 100 - 100\right]\%$$

$\bar{x}_{1e}$, $\bar{x}_{2e}$ — średnie punktów zdobytych przez grupę eksperymentalną w badaniach końcowych i dystansowych,

$\bar{x}_{1k}$, $\bar{x}_{2k}$ — średnie punktów zdobytych przez grupę kontrolną w badaniach końcowych i dystansowych

$$W_t = \left[\frac{130 : 160}{70 : 110} \cdot 100 - 100\right]\% = 27\%$$

Istnieje jeszcze procentowy wskaźnik ubytku (przyrostu) wiedzy w badaniach dystansowych w stosunku do końcowych, który obliczamy według wzoru:

$$U_w = \left[100 - \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1} \cdot 100\right]\%$$

$\bar{x}_2$ — średnie wyniki w badaniach dystansowych grupy eksperymentalnej lub kontrolnej

$\bar{x}_1$ — średni wynik badań końcowych grupy eksperymentalnej lub kontrolnej

Wskaźniki te obliczamy osobno dla grupy eksperymentalnej i kontrolnej. Im wskaźnik cyfrowy ubytku jest mniejszy, tym lepsza jest trwałość wiedzy uczniów

$$U_{we} = \left[100 - \frac{130}{160} \cdot 100\right]\% = 19\% \text{ dla klasy eksperymentalnej}$$

$$U_{wk} = \left[100 - \frac{70}{110} \cdot 100\right]\% = 36\% \text{ dla klasy kontrolnej}$$

W celu określenia, o ile nauczanie w grupach eksperymentalnych jest efektywniejsze niż w grupach kontrolnych, obliczamy kompleksowy współczynnik efektywności dydaktycznej, który równa się średniej arytmetycznej wszystkich badanych współczynników.
Obliczamy według wzoru:

$$E_d = \frac{\Sigma W_1}{n}$$

gdzie: ΣW_1 — suma wszystkich współczynników
n — ilość współczynników efektywności dydaktycznej.

W naszym przykładzie, kompleksowy współczynnik efektywności jest następujący: $E_d = \frac{W_w + W_u + W_t}{3} = \frac{50+40+27}{3} = 39\%$

Na podstawie obliczonych współczynników możemy stwierdzić, że nauczanie zróżnicowane języka polskiego stosowane w IIa jest efektywniejsze od nauczania konwencjonalnego w zakresie wiadomości o 50%, umiejętności 40%, trwałości wiedzy 27%, a ogólnie o 39%.
Tak wyrażony współczynnik pozwala w prosty sposób mierzyć innowacje wprowadzane przez nauczyciela w klasie eksperymentalnej w porównaniu do klasy kontrolnej.

2. Wskaźnik wykorzystania możliwości umysłowych[28]

W nauczaniu szkolnym treści nauczania T_n mogą zajmować w stosunku do możliwości uczniów M_u trzy warianty:

a) $T_n \geqslant M_u$ — treści nauczania są dostosowane do możliwości umysłowych uczniów w klasie, wtedy następuje rozwój zdolności poznawczych wszystkich uczniów,
b) $T_n > M_u$ — stopień trudności treści nauczania znacznie przekracza możliwości uczniów, wtedy uczniowie słabi i przeciętni nie mogą sprostać wymaganiom i popadają w stany stresowe i przestają się uczyć,
c) $T_n < M_u$ — możliwości ucznia przekraczają wymagania stawiane przy pomocy treści nauczania, wtedy uczniowie nie wykorzystują swoich możliwości i nudzą się na lekcji, istnieją tzw. „wagarowicze intelektualni".

Na podstawie wymienionych wariantów możemy stwierdzić, że duża ilość uczniów w zróżnicowanej klasie szkolnej nie wykorzystuje swoich możliwości umysłowych.
Aby obliczyć wskaźnik wykorzystania możliwości umysłowych, należy:
— określić stopień opanowania wiedzy szkolnej z języka polskiego,
— określić poziom ogólnej sprawności umysłowej.

Wskaźnik opanowania wiedzy jest wykładnikiem wiedzy, jaką uczeń powinien opanować.

$W_{ow} = \frac{S_o}{S_{max}} \cdot 100\%$, gdzie W_{ow} — wskaźnik opanowania wiedzy,
S_o — średni wynik opanowania testu,
S_{max} — maksymalny wynik testu

[28] Cz. Nowaczyk, *Uczniowie zdolni*, Zielona Góra 1976.

Przykład 1: W klasie szóstej uczniowie rozwiązywali test z języka polskiego o maksymalnej liczbie punktów 80. Obliczyć wskaźnik opanowania wiedzy dla obu uczniów, jeśli uczeń X uzyskał 60 punktów z testu, a uczeń Y tylko 30 punktów.

Uczeń X: $W_{ow} = \frac{60}{80} \cdot 100\% = 75\%$

Uczeń Y: $W_{ow} = \frac{30}{80} \cdot 100\% = 35\%$

Uczeń X osiągnął wyższy wskaźnik opanowania wiedzy.
Wskaźnik wykorzystania możliwości umysłowych obliczamy według wzoru

$$W_{wmu} = \frac{W_{ow}}{I_{io}} \cdot 100, \text{ gdzie: } I_{io} = \frac{W_i}{W_ż}$$

W_i — wiek inteligencji;
$W_ż$ — wiek życia;
I_{io} — iloraz inteligencji ogólnej jest równy wiekowi umysłowemu ucznia. Ustalamy go na podstawie skali Weschlera.

Przykład 2: Dwaj uczniowie mieli następujące wskaźniki opanowania wiedzy; jeden $W_{ow} = 40\%$, a drugi $W_{ow} = 50\%$. Obliczyć wskaźnik wykorzystania możliwości umysłowych przez każdego z nich, jeśli obaj mieli ten sam iloraz inteligencji $I_{io} = 120$.

Uczeń X: $W_{wmu} = \frac{40}{120} \cdot 100 = 33\%$

Uczeń Y: $W_{wmu} = \frac{50}{120} \cdot 100 = 42\%$

Większy wskaźnik wykorzystania możliwości umysłowych osiągnął drugi uczeń.

Znajomość obliczania tego wskaźnika jest bardzo ważna, bo bardzo dużo uczniów w szkole zdolnych, przeciętnych i słabych nie wykorzystuje swoich możliwości umysłowych. Nawet uczniowie bardzo dobrzy często wykorzystują swoje możliwości umysłowe tylko w 50%. Według stwierdzenia A. Fessarda „człowiek średnio wykorzystuje 10% potencjalnych możliwości mózgowych, pozostałe 90%, to ugór przyszłości zdatny do racjonalnej uprawy"[29].

Dlatego też w nauczaniu języka polskiego w szkole należy stosować takie sposoby nauczania, aby wykorzystać w maksymalnym stopniu moż-

[29] M. et F. Ganquelin, *La psychologie au XX siecle*. Les Editions socjales Francaises, Paris 1963.

liwości umysłowe uczniów. Zadania i polecenia dla uczniów powinny wyprzedzać ich możliwości umysłowe, aby mogli optymalnie rozwijać swoje zdolności poznawcze i zainteresowania, bowiem w uczniach drzemią dużą możliwości rozwojowe, czego szkoła często nie dostrzega.

ZAKOŃCZENIE

Spośród szeregu metod matematycznych i statystycznych niektóre mogą mieć zastosowanie w badaniach z dydaktyki literatury.[30] Stosując metody matematyczne w badaniach zyskujemy na przejrzystości i obiektywiźmie. Nie wszystkie zagadnienia dają się w pełni opisać matematycznie, ale można je zastosować chociaż na niektórych etapach badań. Dlatego też odróżnianie tego, co jest mierzalne, a co nie, jest niewłaściwe. Możliwości lub niemożliwości mierzenia zależą jedynie od tego czy rozporządzamy odpowiednią do tego metodą.

Jeżeli badania empiryczne mają dostarczyć wyników ilościowych, musimy przede wszystkim ściśle i jednoznacznie zdefiniować wielkość poddawaną pomiarowi. Definiowanie zmiennych, poza konstrukcją wartościowych narzędzi badań, stanowi największą trudność w badaniach przewidujących użycie skal pomiarowych. Gdy w badaniach mamy dwie skale pomiarowe, to należy użyć skali mocniejszej, bo wówczas możemy stosować lepsze narzędzie matematyczne do analizy danych. Wnioski i uogólnienia naukowe z badań empirycznych mogą być wtedy tylko wiążące, gdy pochodzące z różnych prób losowych, wartości pomiarowe zostaną sprawdzone w prawidłowy sposób pod względem ich istotności.

Można wysunąć na zakończenie następujące postulaty:

a) badania powinny być bardzo dobrze przygotowane pod względem metodologicznym, bo jedynie wtedy ich rezultaty mogą mieć wartość praktyczną i naukową.

U badaczy mało doświadczonych i nauczycieli praktyków zauważa się słabą realizację tego etapu badań. Często badacz widzi tylko wyniki końcowe, a nie potrafi właściwie ustawić problematyki badań. Dopiero po przeprowadzeniu badań dopasowuje do otrzymanych wyników problemy badawcze. Taka postawa przeczy obiektywizmowi badań i jest niewłaściwa, bo jest pseudo-naukowa. Dlatego też badacz powinien dokładnie określić cel badań i co chce mierzyć przy pomocy skonstruowanych narzędzi pomiaru;

b) narzędzia pomiaru powinny spełniać wszystkie wymagania w zakresie teorii pomiaru, aby test był funkcjonalny.

---

[30] Por. T. Pawłowski, *Pojęcia i metody współczesnej humanistyki*, Warszawa 1977.

Test jest funkcjonalny, który spełnia następujące warunki:
— wyniki testu spełniają model gaussowski, czyli zachowują średnią trudność,
— rzetelność testu spełnia warunek, że r_{tt} jest większe od 0,8, to znaczy wykazuje wysoki stopień korelacji przy badaniu dwukrotnie tej samej populacji tym samym testem,
— moc różnicująca zadań spełnia warunek, że współczynnik korelacji punktowo-dwuseryjnej r_{pb} lub D_{50} jest większe od 0,4,
— współczynnik trudności poszczególnych zadań zawarty jest między 0,4 a 0,8,
— jest trafny, to znaczy mierzy to co zamierzamy;
c) badania powinny być pod każdym względem obiektywne;
d) wyniki badań powinny być opracowane wyczerpująco i zgodnie z wymogami metod matematycznych;

Przedstawione w niniejszym artykule podstawowe metody matematyczne mają zasadnicze znaczenie podczas przygotowywania badań z dydaktyki literatury i języka, przeprowadzenia i opracowania wyników z badań.

ON CERTAIN POSSIBILITIES OF MATHEMATICAL METHODS APPLICATIONS WITHIN THE LITERATURE DIDACTICS.

WŁODZIMIERZ TROCHANOWSKI

Summary

The paper is devoted to certain applications of mathematical methods within the literature didactics.

It is concerned with four main applications which have been discussed:

a) the application of graphemes and matrix to the examination of the structure of the teaching content, the distribution of the teaching material and the unit structure in the discussion of the literary piece of work.

b) the application of the probability theory to determining the difficulties and the discriminating power of the tests.

c) The application of the statistical methods to the experimental and questionnaire inquiries.

d) the application of the computational methods in the evaluating the effectiveness of methods, forms and aids employed in the didactic process.

The procedure of statistical inquiry comprises four stages:

— the preparation (planning) of the inquiry

— the collection of the statistical data

— the description of the statistical class

— the analysis of the obtained results

The conclusions drawn from the empirical inquiry are permitted only when the measurement values from different random checks are tested according to their valdity in a proper manner.

Applying the mathematical methoda to the research of the literature didactics we achieve clearness, objectivity, sistematization and preciseness. And the possibility or impossibility of measuring something depends only on the fact if we have the proper method at our disposal.

translated by Z. Adaszyński