

POCZĄTKI KRYSZTALOGRAFICZNYCH ROZWAŻAŃ JANA KEPLERA

W 400 rocznicę urodzin Jana Keplera uczczenie zasług uczonego w wielu poza astronomią dziedzinach nauki nie powinno pominąć jego pionierskich prac w kryształografii. Badania naturalnych form geometrycznych właściwych dla minerałów i innych substancji stałych oparte są nie tylko na matematyce, ale pozostają w ścisłym związku z fizyką i chemią, natomiast metody opisowe są typowe dla nauk przyrodniczych. W przeciwieństwie do innych nauk nie znajdujemy pierwocin kryształografii w dorobku starożytnej kultury śródziemnomorskiej. U Homera *krystallos* znaczy lód. Później nazwą tą określano wszystkie przezroczyste minerały o geometrycznych postaciach, a w szczególności kryształ górski czyli kwarc, którego sześciokątne słupy opisywał Pliniusz Starszy. Obserwacje kapryśnie zmiennych form geometrycznych minerałów nie doprowadziły do żadnych naukowych wniosków nawet matematycznie wykształconych Greków, którzy znali właściwości pięciu wielościanów foremnych (czworościan, sześciian, ośmiościan, dwunastościan pięciokątny, dwudziestościan).

Wielościanami jako postaciami naturalnymi minerałów zajął się dopiero w XVI wieku złotnik norymberski Wentzel Jamitzer. Różnorodność form kryształów próbował tłumaczyć przenikaniem i wzajemnymi przecięciami się tych wielościanów, dzięki czemu powstawały twory bogatsze w ściany, występujące na miejscu stępionych krawędzi i ściętych naroży. Opisywał również zrosty wielościanów z sobą na podobieństwo bliźniaków i trójniaków. Fizyczną budowę kryształu usiłował przedstawić jako utwór złożony z małych, ściśle do siebie przylegających wielościanów. Przekonał się jednakże, iż stworzenie tą drogą dużego ośmiościanu jest niemożliwe, gdyż między małymi wielościanami powstają luki czworościenne. Wobec braku czy niedokładności obserwacji przyrodniczych na minerałach rozważania wynikłe z apriorycznych konstrukcji matematycznych nie mogły być uwieńczone pomyślnymi wynikami. Rozumowania

matematyczne i wnioski Jamitzer opublikował w *Perspectiva Corporum Regularium*¹ w roku 1568.

Na początku XVII wieku w podobny sposób zajął się wielościanami foremnymi również Jan Kepler. Dołączył do nich dwunastościan rombowy spotykany w przyrodzie w kryształach granatu, minerału nie wspomnianego przez Keplera, mimo że granaty znane były z ówczesnych kopalń cyny na terenie Saksonii. Geometryczne studia nad wielościanami foremnymi, ich przecięciami, cechami wspólnymi (na przykład symetria) i nad ich rolą w budowie materii opublikował w dwóch rozprawkach: *De nive sexangulari*² i *Harmonices Mundi*³.

Podczas gdy Jamitzer próbował wielościanami foremnymi zapełniać wnętrza kryształów dla wytłumaczenia ich budowy geometrycznej i fizycznej, u Keplera związek z przyrodą wymienionych wielościanów polegał na dostosowaniu ich do pojęć alchemicznych. Poszczególnym wielościanom przypisywał mianowicie własności czterech elementów (żywiołów) przyjętych przez alchemików od Empedoklesa z Akragas na Sycylii (490—430 p.n.e.). Sześciąt symbolizował u Keplera ziemię, ośmiościan powietrze, dwudziestościan wodę, czworościan ogień. Piąty wielościan, tj. dwunastościan pięciokątny miał przedstawiać w substancjach ich istotną właściwość nadaną im przy stworzeniu, a więc pochodzącą z nieba i nazwaną Quinta Essentia (stąd kwintesencja). Niebieską korelację między dwunastościanem pięciokątnym a ową Quinta Essentia wywodził z ilości ścian tego wielościanu, odpowiadającej dwunastu znakom Zodiaku: *Dodecaëdron vero relinquitur corpori coelesti, habens eundem planorum numerum quem Zodiacus coelestis signorum*. Podobnie uzasadnia też inne

¹ *Perspectiva Corporum Regularium. Das ist, Eine fleysige Fürweisung, wie die Fünf Regulariten Körper, darvon Plato in Timão, und Euclides inn sein Elementis schreibt und durch einen sonderlichen, neuen, behenden und gerechten weg, der vor nie in gebrauch ist gesehen worden, gar Künstlich inn die Perspectiva gebracht, Und darzu eine schöne Anleytung, wie auss denselbigen Fünff Körpern one Endt, gar viele andere Körper, mancherley Art oder gestalt gamacht und gefunden werden mögen. Allen Liebhabern der freyen Kunst zu Ehrn, durch Wentzel Jamitzer, burgern und Goldtschmid in Nürnberg mit Göttlicher hülf an tag geben. Anno MDLXVIII.* (Perspektywa brył regularnych tj. staranna wskazówka jak drogą osobliwą, nową, szybką i właściwą, której przedtem nigdy nie widziano w użyciu, ujęto wcale kunstownie w perspektywie pięć brył regularnych, o których pisze Plato w *Timaiosie* i Euklides w swych *Elementach*, a do tego piękne wprowadzenie, jak z tych pięciu brył może być bez końca znalezionych i zrobionych bardzo wiele innych brył. Wszystkim miłośnikom sztuk wyzwolonych na cześć na światło dzienne wydano z Bożą pomocą przez Wacława Jamitzera, obywatela i złotnika w Norymberdze w roku 1568).

² *J. Kepleri S. C. Maiest. Mathematici Strena Seu de Nive Sexangula. Cum privilegio S. Caes. Maiest. ad annos XV Francofurti ad Moenum apud Godefridum Tambach. Anno MDCXI. Wydanie drugie: Jo. Kepleri Strena seu de Nive sexangulari in C. Dornavii Amphitheatr. Sapient. Socrat. joco-seriae. Hannov. 1619.* Pomysł napisania rozprawki i ofiarowanie jej jako podarku noworocznego (strena) cesarskiemu radcy dworu Waskherowi von Wackeherfels powstał u Keplera podczas zimowej przechadzki przy padającym śniegu.

³ *J. Kepleri, Harmonices Mundi. Lincii Austriae 1619.*

alegorie alchemiczne jak np. sześciianu czy czworościanu: *Nam in Cubo rectitudo super basi quadrata stabilitatis quandam adumbrationem habet, quae eadem proprietates est et Materiae terrestres gravitatis momentis impetentis, cum etiam totus Terrae globus vulgo credatur in medio Mundi quiescere* (Albowiem w sześciianie prostopadle ponad kwadratową podstawą położenie posiada jakieś naśladowanie stabilności, które jest taką samą właściwością materii ziemskiej siłami ciężkości skierowanej do wnętrza, gdyby też uważało się popolicie, że cały glob Ziemi spoczywa w środku Świata). *...In Tetraëdri acumine ab una basi surgente, vis Ignis penetrativa et divisoria videtur adumbrata esse* (w wierzchołku czworościanu wzniesionym na jedną podstawę zdaje się być wskazana przenikająca i rozdzielcza siła ognia). Zacytowane tu rozumowanie Keplera posiada charakterystyczne cechy żartobliwie poważnej mądrości sokratycznej i ironii, na którą zwrócił uwagę I. I. Szafranowski⁴ przy szczegółowym omawianiu traktatu o śniegu.

Rozprawę o sześciokątnych płatkach śniegu zaczyna Kepler od przeglądu tworów przyrodniczych posiadających również symetrię sześciokrotną. Zatrzymuje uwagę na komórkach plastra miodu wypełniających ścielnie dostępną dla pszczoł płaszczyznę przy jak najbardziej oszczędnym zużyciu wosku. Każda komórka jest oddzielona od komórek znajdujących się po przeciwnej stronie plastra denkiem zbudowanym z trzech ścianek nachylonych do siebie tak jak każda trójka ścian w dwunastościanie rombówym, zgrupowana obustronnie wokół jednej z przekątnych odgrywających rolę osi trójrotnej. Z postaci dwunastościanu rombówego można dojść do postaci komórki woskowej przez wydłużenie sześciu jego ścianek równoległych do jednej z osi trójrotnych. Zachowują one swe pierwotne położenie względem innych ścianek, zmieniając jedynie swe zarysy i przekrój całego wielościanu. Kepler słusznie zauważył, że przestrzeń można ścielnie wypełnić dwunastościanami rombówymi, czego nie da się otrzymać korzystając z dwunastościanu pięciokątnego, dwudziestościanu, ośmiościanu ani czworościanu. Nie zauważył natomiast, że przy zmianie przekroju dwunastościanu rombówego nie zmienia się położenie jego ścian względem siebie, „non mutatis angulis”, jak się wyraził 50 lat później Mikołaj Steno⁵. Kepler nie odkrył prawa stałości kątów, mimo że był bliski tego zagadnienia.

By unaocznić budowę wewnętrzną kryształu, Kepler rozważał sposoby

⁴ I. I. Šafranovskij, *Kristallografičeskie predstavlenija I. Keplera i ego traktat „O šestigolnom snege”*. Moskwa 1971.

⁵ N. Steno (Stenonis sc. filius, Stensen Niels), *De solido intra solidum naturaliter contento dissertationis prodromus*. Florencja 1669. Tłumaczy się zwykle: *O czymś stałym zawartym w sposób naturalny w ciele stałym*. K. Mieleitner tłumaczy raczej zgodnie z treścią: *O substancji stałej (wrostku) zawartej w ciele stałym w sposób naturalny*.

równomiernego rozmieszczenia w przestrzeni małych kuleczek o jednakowych wymiarach. Wyprzedził w tym jedną z nowoczesnych metod badania struktur kryształów, opierającej się na zasadzie zwartego wypełnienia przestrzeni (closest packing) i prowadzącej do pojęcia promieni jonowych i atomowych. Kepler przekonał się, że kuleczki tej samej wielkości układają się zwarcie według sześciątów prostych lub o scentrowanych ścianach, bądź według prostopadłościów sześciobocznych czy trójboocznych. Gdy Erazm Bartholinus⁶ odkrył podwójne załamanie światła w kalcyście islandzkim, Chrystian Huygens⁷ w podobny jak u Keplera sposób tłumaczy budowę tego minerału, biorąc za cząsteczki spłaszczone eliipsoidy zamiast kuleczek.

Gdyby Kepler przyjął za podstawę swego rozumowania punkty środkowe kuleczek, otrzymałby utwór geometryczny zwany siecią przestrzenną (Aug. Bravais 1850; C. Jordan i A. Schoenflies 1868—1891). Wielościany odtwarzane przez Keplera z takich zbiorów kuleczek posiadają osie cztero- lub sześciokrotne, brak natomiast wśród nich osi pięciokrotnych charakterystycznych np. dla kwiatów jabłoni. Porównując symetrię utworów mineralnych z symetrią obserwowaną u istot żywych, Kepler uogólnił swe spostrzeżenia twierdząc, że kryształom jest właściwa symetria względem przekątnych wielościanów (osi), zaś w świecie ożywionym przeważa odbicie zwierciadlane czyli symetria względem płaszczyzny. Ta ostatnia jest wraz z osią pięciokrotną znamieniem „siły nasiennej” przyrody. Kepler nie wspomina o osi dwukrotnej, przeczuwa jednak obecność w kryształach kilku elementów symetrii, to jest osi i płaszczyzn, może nawet i centrum symetrii. Prawo symetrii formułuje jednak dopiero J. R. Haüy w roku 1815 (*Sur une loi de cristallisation appelée loi de symétrie*). Ilość osi symetrii mogących występować w kryształach, ich n-krotność i wzajemne położenie względem siebie wyznaczył S. Kreutz przy pomocy wzoru na pokrycie powierzchni kuli wielobokami foremnyymi (*Elemente der Theorie der Krystallstruktur*. Lipsk 1913).

Zastanawiając się nad przejściem z bezkształtnej pary w geometrycznie uporządkowany płatek śniegu podkreślił Kepler istnienie trzech kierunków wzrostu kryształów (czyżby przeczuwał anizotropowość wzrostu i innych właściwości fizycznych kryształów?). Te trzy kierunki, jak gdyby osie odniesienia Kartezjusza, są szczególnie wyraźne w sześciacie i ośmiościanie, z tym że w sześciacie każdemu z tych kierunków odpowiada ją ściana, zaś w ośmiościanie naroża. Niejasne jednak w dalszym ciągu

⁶ E. Bartholinus (Bartelsen), *Experimenta Crystalli Islandici disdiacastici Hafniae* 1670.

⁷ Ch. Huygens (Hugenius), *Traité de la lumière où sont expliquées les causes de ce qui arrive dans la réflexion et dans la réfraction. Et particulièrement dans l'étrange réfraction du cristal d'Islande* par C. H. D. Z. Leide 1690.

było dla niego ułożenie tych trzech kierunków w jednej płaszczyźnie w przypadku płatków śniegu. Najwidoczniej powstawanie płaskiego kształtu spowodowało, że kierunki te ułożyły się w jednej płaszczyźnie, są jednakowo nachylone do siebie, a więc w postaci sześciu promieni wychodzących z jednego punktu. Punkt ten odgrywając rolę zarodka regulował — zdaniem Keplera — od samego początku swym kształtem wzrost kryształu. Wydawało mu się, że najważniejszym czynnikiem powodującym płaski i promienisty wystrój śnieżynek jest niejednakowe rozmieszczenie chłodu wokół nich. Rozumowanie to przypomina doświadczenie P. Niggliego, który zamknąwszy śnieżynkę w eksykatorze o stałej temperaturze i ciśnieniu przekonał się po kilku dniach, że straciła ona swe promienie i zmieniła się w grudkę. Rekryształizacja była wynikiem różnic równowag pary nad poszczególnymi elementami kryształu, a może też minimalnymi różnicami temperatur nad rozrastającymi się jego ścianami.

Poza warunkami termicznymi oraz twórczą siłą formującą Ziemi, na powstanie określonej formy kryształu mogły wpłynąć — zdaniem Keplera — sole towarzyszące, zwłaszcza o podobnych postaciach wielościennych. Tę myśl rozwinął szerzej Domenico Guglielmini⁸, przyjmując współdziałanie w kryształizacji następujących substancji: soli kamiennej dla form sześciennych, saletry dla form słupowych sześciobocznych (przyjęcie Keplera), ałunu w przypadku ośmiościanów i witriolu dla równoległościannów. Rola temperatur i substancji towarzyszących przy kryształizacji minerałów o różnych przekrojach jest nadal i dziś tematem interesujących badań nad złożami mineralnymi.

Jest rzeczą godną podkreślenia, że niektóre substancje względnie procesy ich wytwarzania lub przeróbki przyczyniały się do odkrycia praw krystalograficznych: dla Guglielminiego obiektem badań był ałun z Tolfa koło Cività Vecchia względnie witriol żelaza lub miedzi z kopalń kruszcowych, dla M. Stenona kryształy kwarcu znajdowane przez „strahlerów” w Alpach i obrabiane w pracowniach Mediolanu i Florencji, dla Łomonosowa lutowanie saletry dla potrzeb wojskowych, otrzymywanej ze stadnin na Ukrainie. Odkrywanie ważnych praw krystalograficznych i gromadzenie spostrzeżeń odbywało się na przestrzeni XVII wieku zanim ugruntowała się nazwa nowej gałęzi nauki (A. M. A. Cappeller⁹). Osiągnięcia tego czasu były na nowo odkrywane jak np. prawo stałości kątów przez Łomonosowa, nauka o figurach Fiodorowa itd.

⁸ D. Guglielmini, *Riflessioni Filosofiche dedotte dalle Figure de'Sali*. Bologna MDCLXXXIIX 1688. Tłumaczenie na język niemiecki w artykule: Karl Mieleitner, *Die Anfänge der Theorien über die Struktur der Kristalle. Fortschritte der Mineralogie, Kristallographie u. Petrographie*. Bd. 8. Jena 1923.

⁹ A. M. A. Cappeller, *Prodromus Crystallographiae sive de Crystallis improprie sic dictis commentarium*. Lucerna 1723.

Zapoczątkowane przez J. Keplera badania śniegu rozrosły się w olbrzymią literaturę. W Polsce zebraniem wyników tych rozpraw oraz własnych opracowań w jedną monograficzną całość zajął się Antoni Bolesław Dobrowolski¹⁰, uczestnik wspólnej z prof. Arctowskim wyprawy „Belgici” do Antarktydy, gdzie baza Bungera, nazwana dziś jego imieniem, jest placówką naukową polskich badaczy polarnych.

¹⁰ A. B. Dobrowolski, *Historia naturalna lodu*. Warszawa 1923, nakładem Kasy im. Mianowskiego (900 stron druku, 350 figur w tekście, spis literatury).