

*Eligiusz PAWŁOWSKI*  
*Politechnika Lubelska*  
*Katedra Automatyki i Metrologii*

## **ESTYMACJA STAŁEJ CZASOWEJ METODĄ LINIOWEJ APROKSYMACJI POCHODNEJ FUNKCJI EKSPONENCJALNEJ**

W artykule przedstawiono metodę estymacji termicznej stałej czasowej czujnika wykorzystującą liniową aproksymację pochodnej funkcji eksponencjalnej metodą najmniejszych kwadratów. Omówiona metoda została zastosowana do zaprojektowania nowego typu anemometru typu „hot-wire”. Przedstawiono odpowiednie zależności matematyczne, zrealizowany system pomiarowy oraz uzyskane przykładowe wyniki pomiarów.

## **TIME CONSTANT ESTIMATION USING LINEAR APPROXIMATION OF THE EXPONENTIAL FUNCTION DERIVATIVE**

The paper presents method for estimating the sensor's thermal time constant using linear approximation of the exponential function derivative by the least squares method LSM. The discussed method was used to design a new type of hot-wire anemometer. Relevant mathematical relationships, the measurement system implemented and sample measurement results obtained were also presented.

### **1. WSTĘP**

Podstawy metody pomiaru prędkości płynów za pomocą anemometru z gorącym drutem dała praca Kinga [1], w której opisał on proces wymiany ciepła pomiędzy gorącym drutem i płynem poruszającym wokół tego drutu. King przedstawił odpowiednie zależności analityczne i wykazał, że ilość ciepła oddawanego przez konwekcję przez gorący drut do opływającego go płynu

zależy od prędkości tego płynu oraz od różnicy temperatur drutu i płynu. Drut stosowany w konstrukcji czujnika wykonany jest z metalu o znanym współczynniku temperaturowym rezystancji, najczęściej jest to platyna, wolfram lub stopy innych metali. Dzięki temu pomiar temperatury czujnika może być zrealizowany metodą pośrednią poprzez pomiar jego rezystancji, natomiast pomiar temperatury otoczenia wymaga zastosowania drugiego czujnika. W pracy proponuje się inne rozwiązanie, oparte na estymacji termicznej stałej czasowej czujnika, która jest zależna od prędkości przepływającego płynu i konstrukcji czujnika, nie zależy ona natomiast od temperatury płynu. Dzięki temu nie ma potrzeby stosowania drugiego czujnika do kompensacji wpływu temperatury otoczenia.

Współcześnie stosowane układy anemometrów z gorącym drutem pracują najczęściej w jednym z dwóch trybów: ze stałym prądem CCA (Constant Current Anemometer) lub ze stałą temperaturą CTA (Constant Temperature Anemometer) [2]. Drut anemometru posiada temperaturę wyższą od otaczającego go płynu dzięki ciepłu wydzielającemu się pod wpływem przepływającego przez drut prądu elektrycznego. W anemometrze CCA prąd ma stałą wartość i dlatego temperatura drutu maleje wraz ze zwiększającą się szybkością otaczającego go płynu. W anemometrze CTA układ elektroniczny ze sprzężeniem zwrotnym utrzymuje stałą wartość temperatury drutu w odniesieniu do temperatury otoczenia poprzez odpowiednią regulację prądu grzejącego drut. Regulacja wartości prądu może być zrealizowana w układzie analogowym z wykorzystaniem wzmacniaczy operacyjnych [3] lub w układzie impulsowym z modulacją wypełnienia impulsów PWM [4], modulacją sigma-delta  $\Sigma$ - $\Delta$  [5] lub modulacją częstotliwości impulsów [6]. Układ sprzężenia zwrotnego może obejmować tylko część elektroniczną [4], ale są również znane rozwiązania z termicznym sprzężeniem zwrotnym, które wykorzystują całkujące właściwości termicznej części czujnika anemometru wynikające z jego pojemności cieplnej. W ten sposób realizowany jest termiczny przetwornik przepływu sigma-delta  $\Sigma$ - $\Delta$  [5] oraz termiczny przetwornik przepływu na częstotliwość z równoważeniem ilości ciepła [7]. Szczególnie interesujące są czujniki z wyjściem częstotliwościowym ze względu na łatwość przetwarzania sygnału częstotliwościowego na postać cyfrową i jego wysoką odporność na zakłócenia [8, 9]. W układzie sprzężenia zwrotnego do regulacji temperatury czujnika metodą PWM stosowane są również mikroprocesory [10]. Opracowano również termianemometry wykorzystujące zamiast czujnika z metalowego drutu różne elementy półprzewodnikowe, takie jak: termistory [4, 7], diody lub tranzystory [11] oraz układy scalone [12]. Zasada działania tych

układów pozostaje taka sama, zmianie ulegają tylko wartości liczbowe współczynników w równaniach podanych przez Kinga [1], które należy wyznaczać każdorazowo doświadczalnie poprzez wzorcowanie.

Wspólną cechą zacytowanych rozwiązań jest wpływ temperatury otoczenia czujnika na wynik pomiaru. Jeśli temperatura czujnika jest odpowiednio wysoka, to zmiany temperatury płynu można zaniedbać, ale wtedy w bilansie ciepła należy również uwzględnić zjawiska promieniowania cieplnego. Jeśli natomiast czujnik pracuje przy niższych temperaturach, to należy kompensować zmiany temperatury otoczenia poprzez utrzymywanie stałej różnicy temperatury czujnika i płynu. Wymaga to zastosowania drugiego czujnika do pomiaru temperatury otoczenia. W pracy proponuje się inne rozwiązanie, oparte na estymacji termicznej stałej czasowej czujnika [13]. Termiczna stała czasowa czujnika jest zależna od prędkości przepływającego płynu i konstrukcji czujnika, nie zależy ona natomiast od temperatury płynu. Dzięki temu nie ma potrzeby stosowania drugiego czujnika do kompensacji wpływu temperatury otoczenia.

## 2. WYMIANA CIEPŁA Z CZUJNIKA TERMOANEMOMETRU DO PORUSZAJĄCEGO SIĘ PŁYNU

### 2.1. Wymiana ciepła w stanie ustalonej równowagi termicznej

Czujnik termooanemometru pracuje na styku dwóch obszarów: obszaru zjawisk elektrycznych i zjawisk cieplnych (Rys. 1). Prąd  $i_{sens}$  płynący przez rezystancję czujnika  $R_{sens}$  powoduje wydzielenie się mocy elektrycznej  $P_{el} = i_{sens}^2 R_{sens}$  (Rys. 1a). Wydzielająca się w czujniku moc  $P_{el}$  zwiększa temperaturę czujnika  $T_{sens}$  i jest przekazywana przez konwekcję do otaczającego go płynu poruszającego się z prędkością  $\mathfrak{G}$ , posiadającego temperaturę otoczenia  $T_{amb}$ . Moc cieplna  $P_{th}$  przekazywana z czujnika do otoczenia jest równa:

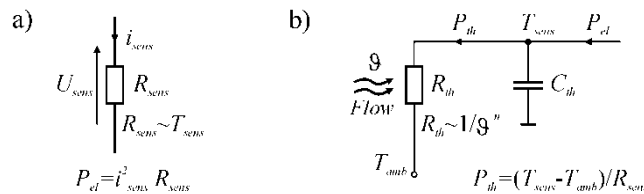
$$P_{th} = hS_{sens} (T_{sens} - T_{amb}), \quad (1)$$

gdzie  $h$  jest współczynnikiem przekazywania ciepła,  $S_{sens}$  jest powierzchnią czujnika, a  $T_{sens}$  i  $T_{amb}$  są odpowiednio: temperaturą czujnika i temperaturą otoczenia. Zgodnie z prawem Kinga [1] współczynnik  $h$  jest funkcją szybkości przepływu płynu  $\mathfrak{G}$ :

$$h = A + B\mathfrak{G}^n, \quad (2)$$

gdzie  $A$ ,  $B$ ,  $n$  są stałymi wyznaczanymi eksperymentalnie. Stała  $A$  opisuje konwekcję w nieruchomym płynie, stała  $B$  odpowiada za konwekcję w płynie poruszającym się. King wykazał, że dla czujnika w postaci długiego, cienkiego drutu przy laminarnym przepływie  $n=0,5$ . Z danych literaturowych [3, 4] wynika jednak, że dla czujników o innej konstrukcji  $n$  przyjmuje mniejsze wartości rzędu 0,3 .. 0,45. W stanie ustalonym, gdy temperatura czujnika  $T_{sens}$  i prędkość płynu  $\vartheta$  są stałe w czasie, moc elektryczna dostarczana do czujnika jest równa mocy cieplnej oddawanej z czujnika do otoczenia (Rys. 1b):

$$P_{el} = P_{th} = S_{sens} (A + B\vartheta^n) (T_{sens} - T_{amb}). \quad (3)$$



Rys. 1. Zasada działania czujnika termooanemometru: a) obszar zjawisk elektrycznych, b) obszar zjawisk cieplnych

Fig. 1. The principle of operation of a thermal anemometer's sensor: a) electrical phenomena domain, b) thermal phenomena domain

Stosunek różnicy temperatur  $T_{sens} - T_{amb}$  do mocy oddawanej przez czujnik do otoczenia  $P_{th}$  definiowany jest jako rezystancja termiczna czujnika  $R_{th}$ :

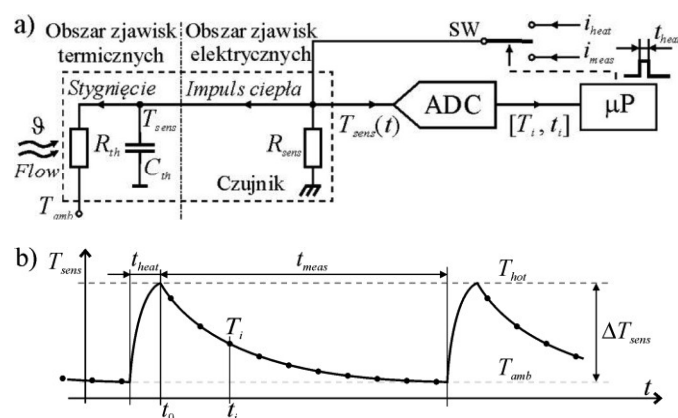
$$R_{th} = \frac{T_{sens} - T_{amb}}{P_{th}} = \frac{1}{S_{sens} (A + B\vartheta^n)}. \quad (4)$$

Ponieważ  $S_{sens}$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $n$  są stałymi, to znając temperaturę otoczenia  $T_{amb}$  oraz moc elektryczną  $P_{el}$  niezbędną do utrzymania czujnika w temperaturze  $T_{sens}$ , można na podstawie zależności (3) wyznaczyć prędkość płynu  $\vartheta$ . Wymaga to jednak zastosowania drugiego czujnika do pomiaru temperatury otoczenia  $T_{amb}$ . Innym rozwiązaniem jest pomiar w stanie dynamicznym czujnika.

## 2.2. Idea proponowanej metody pomiaru w stanie dynamicznym

Schemat blokowy układu realizującego proponowaną metodę pomiaru prędkość płynu  $\vartheta$  w stanie dynamicznym czujnika termooanemometru przedstawiono na Rys. 2a, natomiast na Rys. 2b przedstawiono przebieg

czasowy temperatury czujnika  $T_{sens}$ . Pracą układu steruje mikroprocesor  $\mu P$ . Przełącznik SW umożliwia dołączenie do czujnika prądu o odpowiednio dużej wartości  $i_{heat}$  na zadany czas  $t_{heat}$  odmierzany przez mikroprocesor, co zapewnia podgrzanie czujnika do odpowiednio wysokiej temperatury. Natomiast dołączenie prądu o małej wartości  $i_{meas}$  umożliwia pomiar temperatury czujnika podczas jego stygnięcia. Za pomocą przetwornika analogowo-cyfrowego ADC mierzony jest spadek napięcia na rezystancji czujnika  $R_{sens}$  i na podstawie jego współczynnika temperaturowego rezystancji mikroprocesor oblicza aktualną temperaturę czujnika  $T_{sens}$ .



Rys. 2. Zasada pomiaru w stanie dynamicznym czujnika termoanemometru: a) schemat układu pomiarowego, b) przebieg czasowy temperatury czujnika

Fig. 2. The measurement principle of a thermal anemometer's sensor under dynamic conditions: a) the measurement system's diagram, b) changes in the sensor's temperature over time

Układ pracuje cyklicznie. Najpierw przełącznik SW w czasie  $t_{heat}$  dołącza do czujnika prąd grzania  $i_{heat}$ , co powoduje wydzielenie się w czujniku energii:

$$Q_{heat} = P_{el} t_{heat} = i_{heat}^2 R_{sens} t_{heat}, \quad (5)$$

w wyniku czego temperatura czujnika zwiększa się od temperatury początkowej równej temperaturze otoczenia  $T_{amb}$  do wartości  $T_{hot}$ :

$$T_{hot} = T_{amb} + \frac{Q_{heat}}{C_{th}}, \quad (6)$$

gdzie  $C_{th}$  jest pojemnością cieplną czujnika,  $C_{th}=m_{sens}c_{th}$ ,  $m_{sens}$  jest masą czujnika,  $c_{th}$  jest ciepłem właściwym materiału z którego wykonano czujnik. Następnie w chwili  $t_0=0$  przełącznik SW przełącza do czujnika bardzo mały prąd pomiarowy  $i_{meas}$ , dla którego efekt samopodgrzewania czujnika można zaniedbać. Czujnik stygnie i jego temperatura  $T_{sens}(t)$  obniża się od temperatury  $T_{hot}$  do temperatury otoczenia  $T_{amb}$  zgodnie z zależnością eksponencjalną (Rys. 2b):

$$T_{sens}(t) = (T_{hot} - T_{amb}) \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_{th}}\right) + T_{amb}, \quad (7)$$

gdzie  $\tau_{th}$  jest termiczną stałą czasową czujnika definiowaną jako iloczyn rezystancji termicznej czujnika  $R_{th}$  (4) i jego pojemności cieplnej  $C_{th}$  równej iloczynowi masy czujnika  $m_{sens}$  i ciepła właściwego  $c_{th}$  materiału z którego został czujnik wykonany:

$$\tau_{th} = R_{th}C_{th} = \frac{m_{sens}c_{th}}{S_{sens}(A + B\vartheta^n)}. \quad (8)$$

Z równania (8) wynika, że termiczna stała czasowa czujnika  $\tau_{th}$  zależy tylko od prędkości płynu  $\vartheta$ , pozostałe współczynniki w równaniu (8) dla danego czujnika mają wartości stałe. Termiczna stała czasowa czujnika  $\tau_{th}$  nie zależy od temperatury otoczenia  $T_{amb}$ , co umożliwi pomiar prędkości płynu  $\vartheta$  za pomocą tylko jednego czujnika. W tym celu mikroprocesor za pomocą przetwornika ADC (Rys. 2a) mierzy spadek napięcia na rezystancji czujnika  $V_{sens}=R_{sens}i_{meas}$  oraz oblicza i rejestruje przebieg temperatury stygnącego czujnika (7) jako ciąg wartości temperatur  $T_i$  w chwilach  $t_i$ . Na tej podstawie estymowana jest stała czasowa  $\tau_{th}$  oraz obliczana prędkość przepływu  $\vartheta$ .

### 3. ESTYMACJA TERMICZNEJ STAŁEJ CZASOWEJ CZUJNIKA

#### 3.1. Metoda skoku jednostkowego

Wyznaczanie termicznej stałej czasowej  $\tau_{th}$  czujnika temperatury na podstawie danych eksperymentalnych jest zagadnieniem znanym [13, 16]. Po prostym przekształceniu równania (7) i obustronnym logarytmowaniu otrzymujemy zależność:

$$\ln\left(\frac{T_{sens}(t) - T_{amb}}{T_{hot} - T_{amb}}\right) = -\frac{1}{\tau_{th}}t, \quad (9)$$

którą należy przedstawić na wykresie i aproksymować linią prostą typu  $y=ax+b$ , gdzie  $a$  jest współczynnikiem kierunkowym,  $b=0$  jest wyrazem wolnym. Stałą czasową czujnika  $\tau_{th}$  estymuje się jako:

$$\tau_{th} = -\frac{1}{a}. \quad (10)$$

Metoda ta wymaga jednak znajomości temperatury końcowej stygnącego czujnika równej temperaturze otoczenia  $T_{amb}$ , dlatego metoda ta nie jest przydatna do pomiarów termooanemometrem z jednym czujnikiem.

### 3.2. Prosta metoda wykorzystująca dwa punkty

Zależność (7) opisująca temperaturę czujnika  $T_{sens}$  jako funkcję czasu  $t$  posiada dwa nieznanne parametry, tj. termiczną stałą czasową czujnika  $\tau_{th}$  oraz temperaturę otoczenia  $T_{amb}$ , które można wyznaczyć rozwiązując układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi. Sposób postępowania przedstawiono na Rys. 3. Linia styczna poprowadzona w punkcie  $T_1$  charakterystyki czasowej (7) przecina poziom temperatury końcowej  $T_{amb}$  po czasie równym termicznej stałej czasowej  $\tau_{th}$  od chwili  $t_1$ , analogicznie dla punktu  $T_2$ :

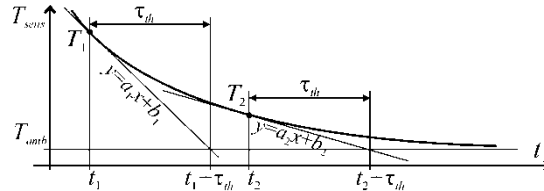
$$\begin{cases} T_{amb} = T_1 + a_1\tau_{th} \\ T_{amb} = T_2 + a_2\tau_{th} \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie  $a_1, a_2$  są współczynnikami kierunkowymi stycznych w punktach  $T_1, T_2$ . Rozwiązując układ (11) otrzymamy stałą czasową  $\tau_{th}$ :

$$\tau_{th} = -\frac{T_1 - T_2}{a_1 - a_2}. \quad (12)$$

Podstawiając (12) do (11) można również dodatkowo wyznaczyć temperaturę otoczenia  $T_{amb}$ . Współczynniki kierunkowe  $a_1, a_2$  można

wyznaczyć różniczkując numerycznie [14] dane pomiarowe  $t_i$ ,  $T_i$  zgromadzone przez mikroprocesor (Rys. 2a).



Rys. 3. Wyznaczanie stałej czasowej na podstawie dwóch punktów  
Fig. 3. Determining thermal time constant using two points

### 3.3. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów

Metoda wykorzystująca tylko dwa punkty charakterystyki (7) jest czuła na błędy pomiarowe. Lepsze rezultaty można uzyskać estymując stałą czasową na podstawie wszystkich punktów charakterystyki stygnięcia czujnika. Sposób postępowania przedstawiono na Rys. 4. Różniczkując zależność (7) oraz przyjmując  $t_0=t_i$ ,  $T_{hot}=T_i$  obliczymy współczynnik kierunkowy  $a_i$  stycznej  $y=a_ix+b_i$  w punkcie  $t_i$  (Rys. 4a):

$$a_i = \left. \frac{d}{dt} T_{sens}(t) \right|_{t=t_i} = - \frac{1}{\tau_{th}} (T_i - T_{amb}). \quad (13)$$

Zależność (13) można przekształcić do postaci równania linii prostej, traktując  $a_i$ ,  $T_i$  jako zmienne oraz  $\tau_{th}$ ,  $T_{amb}$  jako stałe współczynniki:

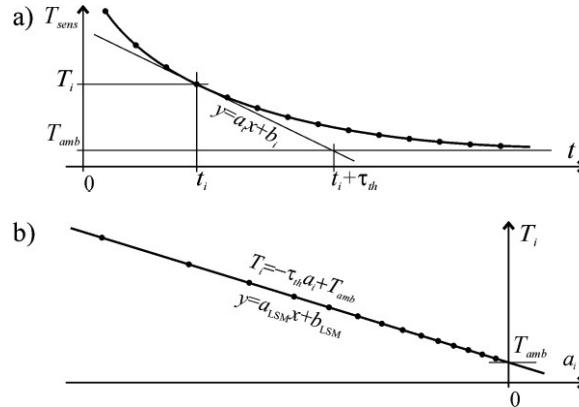
$$T_i = - \tau_{th} a_i + T_{amb}, \quad (14)$$

a następnie przedstawić na wykresie (Rys. 4b). Pochodną (13) oblicza się numerycznie [14] z danych pomiarowych  $t_i$ ,  $T_i$  zarejestrowanych przez mikroprocesor podczas stygnięcia czujnika (Rys. 2). Otrzymane na wykresie punkty  $a_i$ ,  $T_i$  aproksymuje się następnie linią prostą  $y=a_{LSM}x+b_{LSM}$  metodą najmniejszych kwadratów LSM (Least Square Method). Estymowana wartość stałej czasowej  $\tau_{th}$  będzie równa:

$$\tau_{th} = - a_{LSM}. \quad (15)$$

Dodatkowo można wyznaczyć temperaturę otoczenia  $T_{amb}=b_{LSM}$ .





Rys. 4. Wyznaczanie stałej czasowej metodą najmniejszych kwadratów: a) różniczkowanie charakterystyki stygnięcia, b) wykres równania (14)

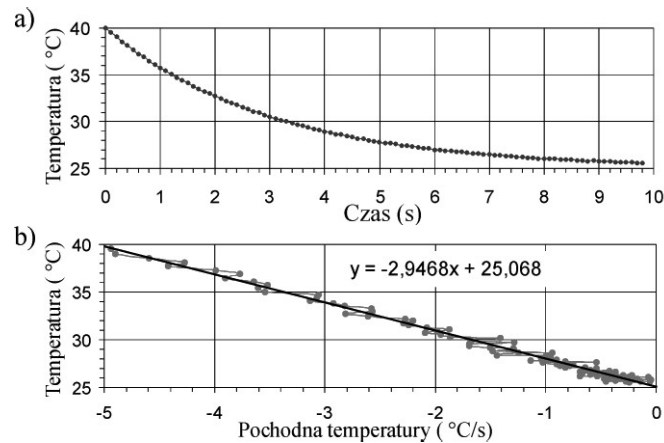
Fig. 4. Determining time constant using the least squares method: a) differentiating of the cooling characteristics (7), b) graph of equation (14)

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE PROPONOWANEJ METODY

Poprawność przedstawionej metody estymacji stałej czasowej metodą najmniejszych kwadratów zweryfikowano symulacyjnie. Na podstawie (7) wygenerowano ciąg wartości temperatury czujnika  $T_i$  w chwilach  $t_i$  równomiernie rozmieszczonych w czasie z okresem próbkowania  $\Delta t_{\text{sampl}} = t_i - t_{i-1}$ . Przyjęto parametry symulacji:  $\tau_{th} = 3$  s,  $T_{hot} = 40$  °C,  $T_{amb} = 25$  °C,  $\Delta t_{\text{sampl}} = 0,1$  s. Dodatkowo wartości temperatury  $T_i$  zakłócono szumem gaussowskim o wartości skutecznej  $\Delta T_{RMS} = 0,02$  °C symulującym przypadkowe błędy pomiarowe. Zasympulowany przebieg temperatury przedstawiono na Rys. 5a. Pochodną (13) obliczano numerycznie stosując trzy-punktową formułę dla punktu środkowego [14]:

$$a_i = \frac{d}{dt} T_{\text{sens}}(t_i) = \frac{1}{2\Delta t_{\text{sampl}}} (T_{i+1} - T_{i-1}). \quad (16)$$

Na Rys. 5b przedstawiono uzyskaną liniową zależność (14) aproksymowaną LSM. Estymowana stała czasowa  $\tau_{th} = -a_{LSM} = 2,947$  s, temperatura otoczenia  $T_{amb} = b_{LSM} = 25,07$  °C. Uzyskane wyniki potwierdziły poprawność przedstawionej metody. Błąd estymowanej wartości stałej czasowej nie przekroczył 1,8%, co można uznać za potwierdzenie poprawności prezentowanej metody.



Rys. 5. Badania symulacyjne: a) przebieg temperatury w funkcji czasu, b) liniowa aproksymacja metodą najmniejszych kwadratów

Fig. 5. Simulation studies: a) changes in temperature over time, b) linear approximation (14) using the least squares method

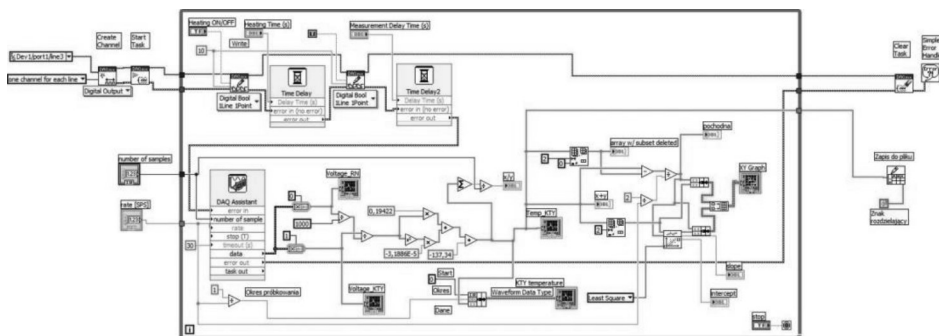
## 5. POMIARY W UKŁADZIE RZECZYWISTYM

### 5.1. Układ pomiarowy

W celu eksperymentalnej weryfikacji proponowanej metody oraz dla wyznaczenia wartości współczynników  $A$ ,  $B$ ,  $n$  w równaniu Kinga (2) zaplanowano i przeprowadzono serię pomiarów. Układ pomiarowy według schematu blokowego przedstawionego na Rys. 2a zrealizowano w oparciu o kartę pomiarową NI USB 6009 z 14-bitowym przetwornikiem analogowo-cyfrowym, dołączoną do komputera PC poprzez interfejs USB. Algorytm sterowania cyklicznym nagrzewaniem czujnika, pomiary temperatury oraz algorytm przetwarzania danych zrealizowano w środowisku LabVIEW, zainstalowanym na komputerze PC. Pomiary zrealizowano umieszczając czujnik w tunelu aerodynamicznym zbudowanym specjalnie do tego celu.

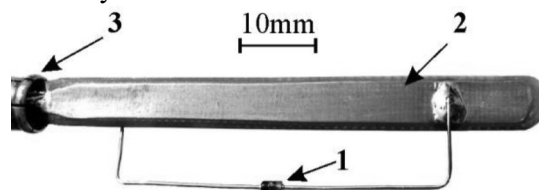
Na Rys. 6 przedstawiono diagram LabVIEW algorytmu opracowanego na potrzeby zrealizowanych badań. Algorytm odmierza czas nagrzewania czujnika oraz czas rejestracji temperatury podczas jego stygnięcia. Poprzez wyjścia cyfrowe karty pomiarowej sterowany jest przełącznik SW (Rys. 2a) dołączający do czujnika prąd grzania  $i_{heat}$  lub prąd pomiarowy  $i_{meas}$ . Dwukanałowy przetwornik ADC mierzy spadek napięcia na czujniku oraz na włączonym z nim w szereg rezystorze wzorcowym. Rezystancja czujnika obliczana jest ze stosunku dwóch napięć i rezystancji wzorcowej. Na podstawie znanej

charakterystyki czujnika KTY83/110 [15] obliczana jest następnie jego temperatura. W dalszej kolejności algorytm oblicza pochodną temperatury (16) i aproksymuje ją metodą najmniejszych kwadratów. Wyniki pomiarów i obliczeń prezentowane są na ekranie komputera oraz zapisywane do pliku dyskowego.



Rys. 6. Diagram algorytmu LabVIEW sterującego termooanemometrem  
Fig. 6. LabVIEW diagram of the algorithm controlling the thermoanemometer

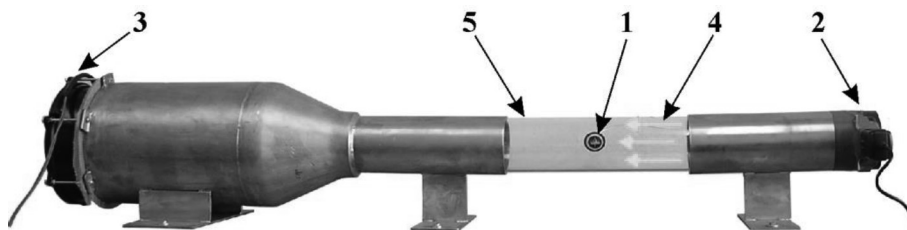
Na Rys. 7 przedstawiono prototypową konstrukcję sondy termooanemometru zbudowanej na potrzeby zrealizowanych badań. Jako czujnik temperatury zastosowano termistor KTY83/110 [15]. Czujniki serii KTY są termistorami PTC, posiadają znamionową rezystancję 1 kOhm w temperaturze 25 °C z dodatnim współczynnikiem temperaturowym 0,7635 %/K. Są więc one dwukrotnie czulsze od termorezystorów platynowych. Posiadają one stosunkowo niewielką nieliniowość i można je dodatkowo łatwo linearyzować za pomocą jednego rezystora w układzie zalecanym przez producenta [15]. Czujnik przylutowano do niewielkiej płytki laminatu szklano-epoksydowego dwustronnie miedziowanego z odpowiednim uchwytem do mocowania w tunelu aerodynamicznym.



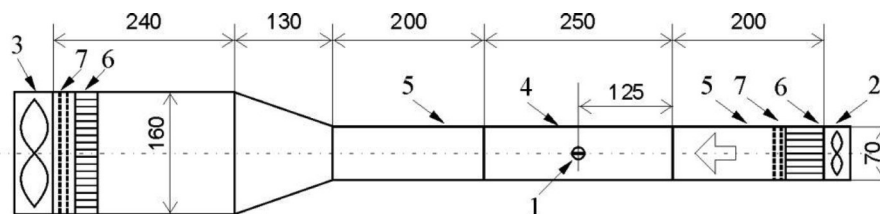
Rys. 7. Sonda termicznego przetwornika przepływu powietrza z jednym czujnikiem: 1- krzemowy czujnik PTC KTY83/110, 2-płytki PCB, 3-uchwyt czujnika  
Fig. 7. Single sensor thermal air flow probe: 1-silicon PTC sensor KTY83/110, 2-PCB plate, 3-sensor holder

## 5.2. Stanowisko badawcze

Na rys. 8 przedstawiono stanowisko badawcze na którym przeprowadzono pomiary. Tunel aerodynamiczny zbudowano z przezroczystej rury poliwęglanowej 5 w której zamocowano badaną sondę 1 z czujnikiem temperatury KTY83/110 (Rys. 7). Przepływ powietrza 4 wymusza wentylator ssący 3 o regulowanej napięciowo wydajności. Prędkość przepływu powietrza mierzona jest wzorcowym anemometrem za pomocą sondy wirnikowej 2. Szczegóły konstrukcyjne i główne wymiary tunelu przedstawiono na Rys. 9.



Rys. 8. Stanowisko pomiarowe do badań czujnika w układzie rzeczywistym: 1-sonda z jednym czujnikiem, 2-wirnikowy przetwornik przepływu powietrza wzorcowego anemometru, 3-wentylator ssący, 4-kierunek przepływu powietrza, 5-przezroczysta rura poliwęglanowa  
 Fig. 8. A laboratory stand used to carry out the real-world sensor experiments: 1-single sensors probe, 2-reference anemometer air flow vane probe, 3-extractor fan, 4-air flow direction, 5-transparent polycarbonate pipe



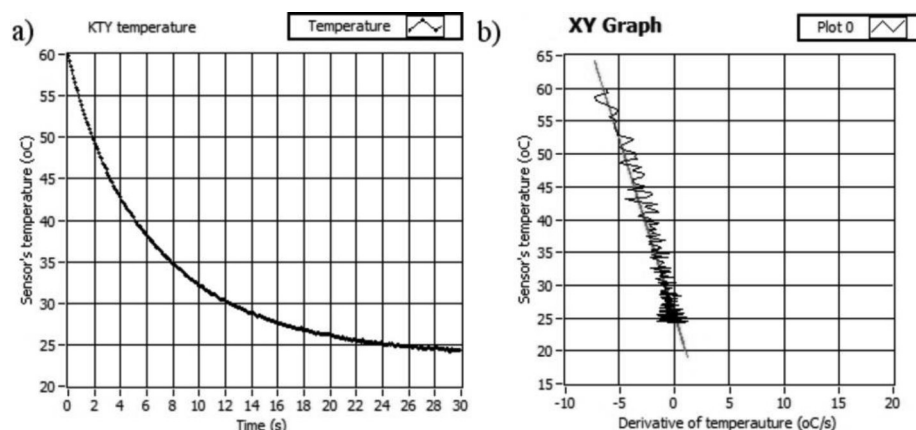
Rys. 9. Główne wymiary stanowiska badawczego (wszystkie wymiary w milimetrach): 1- czujnik, 2-wirnikowy przetwornik przepływu powietrza wzorcowego anemometru, 3-wentylator ssący, 4-przezroczysta rura poliwęglanowa, 5-rura ze stali nierdzewnej, 6-plaster miodu, 7-ekrany  
 Fig. 9. Main dimensions of the laboratory stand (all dimensions in millimeters): 1- sensor, 2- reference anemometer air flow vane probe, 3-extractor fan, 4-transparent polycarbonate pipe, 5-stainless steel pipes, 6-honeycomb, 7-screens

Tunel zbudowano z rur o średnicy 70 mm, w głównej, środkowej części zastosowano przezroczystą rurę poliwęglanową 4, a w pozostałych miejscach rury ze stali nierdzewnej 5. Średnica wentylatora ssącego wynosi 160 mm. Laminarny przepływ powietrza zapewniają kierownice typu plaster miodu

6 oraz ekrany ze stalowej siatki 7. Część czynna tunelu posiada długość 650 mm, a całe stanowisko ma długość 940 mm.

### 5.3. Uzyskane rezultaty

Przygotowany w środowisku LabVIEW algorytm sterujący pomiarami umożliwia zadawanie w szerokim zakresie wartości kluczowych parametrów układu. Dla ustalonego napięcia zasilającego zmiana czasu grzania czujnika  $t_{heat}$  wpływa na ilość ciepła dostarczonego impulsowo do czujnika, a tym samym na przyrost jego temperatury. Na Rys. 10 przedstawiono przykładowe przebiegi temperatury czujnika oraz obliczonej pochodnej (16) dla czasu  $t_{heat}=3,5$  s, co powodowało przyrost temperatury czujnika  $\Delta T_{sens}\approx 35$  K. Większe zmiany temperatury czujnika dają korzystniejszy stosunek sygnału do szumu, jednak z drugiej strony uwidaczniają się nieliniowości charakterystyki przetwarzania czujnika. Ostatecznie zdecydowano się na mniejsze przyrosty temperatury.

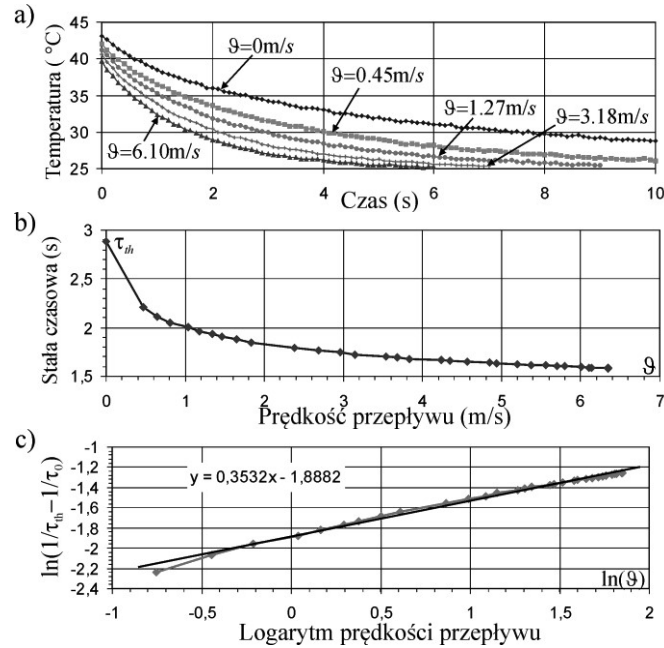


Rys. 10. Przykładowe wyniki pomiarów: a) zmiany temperatury czujnika w czasie stygnięcia, b) linowa aproksymacja pochodnej temperatury czujnika metodą najmniejszych kwadratów

Fig. 10. Examples of obtained measurement results: a) changes in sensor temperature over time during cooling, b) linear least squares approximation of the sensor temperature derivative

Docelowe pomiary przeprowadzono w powietrzu poruszającym się z prędkością w zakresie  $\vartheta=0..6$  m/s. W cyklu grzania czujnik KTY83/110 o rezystancji  $R_{sens}\approx 1$  k $\Omega$  zasilany był napięciem  $V_{heat}=24$  V w czasie  $t_{heat}=1,5$  s, co powodowało wydzielenie się w nim impulsowo energii  $Q_{heat}\approx 0,87$  J i skutkowało przyrostem temperatury czujnika  $\Delta T_{sens}\approx 15$  K przy pojemności cieplnej czujnika  $C_{th}\approx 0,0625$  J/K [15]. Na Rys. 11a przedstawiono

charakterystyki stygnięcia dla różnych prędkości powietrza, a na Rys. 11b estymowane wartości termicznej stałej czasowej (15).



Rys. 11. Wyniki eksperymentu w układzie rzeczywistym: a) charakterystyki stygnięcia dla różnych szybkości przepływu powietrza, b) estymowane wartości termicznej stałej czasowej w funkcji szybkości przepływu powietrza, c) linowa aproksymacja zależności (18)

Fig. 11. Real-world experiment results: a) cooling characteristics for various air flow rates, b) estimated values of thermal time constant as a function of air flow velocity, c) linear approximation of the relationship (18)

W celu wyznaczenia współczynników równania Kinga (2) przekształcono zależność (8) do postaci:

$$\frac{1}{\tau_{th}} = A' + B' \gamma^n, \quad (17)$$

gdzie współczynniki  $A'$ ,  $B'$  uwzględniają wartości stałych parametrów  $S_{sens}$ ,  $m_{sens}$ ,  $C_{th}$  w równaniu (8). Następnie przeniesiono wyrażenie  $A' = 1/\tau_{th}(\gamma=0)$  na lewą stronę równania i zlogarytmowano je obustronnie:

$$\ln\left(\frac{1}{\tau_{th}} - \frac{1}{\tau_{th0}}\right) = \ln B' \gamma^n = \ln B' + n \ln \gamma. \quad (18)$$

Dane pomiarowe zgodnie z zależnością (18) przedstawiono w postaci wykresu na Rys. 11c, który aproksymowano linią prostą  $y=a_{\text{LSM}}x+b_{\text{LSM}}$  metodą LSM. Współczynniki prostej aproksymującej wyniosły  $a_{\text{LSM}}=0,3532$  oraz  $b_{\text{LSM}}=-1,882$ . Uwzględniając że  $b_{\text{LSM}}=\ln B'$ ,  $a_{\text{LSM}}=n$  obliczono wartości parametrów  $B'=\exp(-1,882)=0,1513$  oraz  $n=0,3532$ . Podstawiając  $\vartheta=0$  m/s do (17) obliczono  $A'=0,3467$ . Ostatecznie otrzymano równanie przetwarzania termooanemometru w postaci:

$$\frac{1}{\tau_{th}} = 0,3467 + 0,1513\vartheta^{0,3532}. \quad (19)$$

Należy zauważyć, że wartość  $n=0,5$  podana została przez Kinga dla czujnika w postaci długiego cienkiego drutu [1]. Dla czujników o innych kształtach autorzy podają eksperymentalnie otrzymane wartości  $n \approx 0,31..0,44$  [3, 4], a więc uzyskaną wartość  $n=0,3532$  można uznać za zasadną.

## 6. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono nowy rodzaj termooanemometru wykorzystującego zależność termicznej stałej czasowej czujnika temperatury od prędkości poruszania się płynu wokół czujnika. W stosunku do znanych rozwiązań, zaletą proponowanego układu jest brak konieczności stosowania drugiego czujnika do pomiaru temperatury otoczenia. Czujnik pracuje cyklicznie, tylko okresowo jest ogrzewany do wyższej temperatury, po czym stygnie on do temperatury otoczenia. Dzięki temu układ jest oszczędniejszy energetycznie. Zależności opisujące działanie przetwornika wyprowadzono przy założeniu, że prędkość płynu i jego temperatura są stałe podczas pomiaru, który powinien wynosić kilka stałych czasowych czujnika. Ogranicza to zastosowania do pomiarów przepływów wolnozmiennych. Wstępnie poprawność metody zbadano symulacyjnie, a następnie przebadano układ w powietrzu w zakresie prędkości do 6 m/s, uzyskując zmianę stałej czasowej od 2,9 s w nieruchomym powietrzu do 1,5 s. Wyznaczone współczynniki równania Kinga są zgodne z danymi literaturowymi.

## LITERATURA

1. King L.: On the Convection of Heat from Small Cylinders in a Stream of Fluid: Determination of the Convection Constants of Small Platinum Wires, with Applications to Hot-Wire Anemometry, Phil. Trans. Roy. Soc. London, vol. A214, pp. 373-432, 1914.

2. Fraden J.: Handbook of modern sensors, Springer Science+Business, pp. 399-429, 2010.
3. Eguti C. C. A., Vieira E. R.: Development of a basic circuit of a hot-wire anemometer, Proc. of the 10 Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCINT 2004, pp. 1-9, 2004.
4. Oliveira A., Freire R. C. S., Deep G. S., Lobo P. C.: An anemometer with PWM excitation, Proc. of the 1995 IEEE IECON 21st International Conference on, vol. 2, pp. 893-897, 1995.
5. Verhoeven H. J., Huijsing J. H.: Design of integrated thermal flow sensors using thermal sigma-delta modulation, Sensors and Actuators, vol. A52, pp. 198-202, 1996.
6. Pawlowski E.: Design and evaluation of a flow-to-frequency converter circuit with thermal feedback, IOP Publishing Ltd, Measurement Science and Technology, vol. 28, pp. 054004, 2017.
7. Pawlowski E.: Thermal heat-balance mode Flow-to-Frequency Converter, Proc. SPIE 10161, 14th International Conference on Optical and Electronic Sensors, pp. 101610W, 2016.
8. Pawlowski E.: A simulation investigation into the signal reconstruction accuracy of the transducer with pulse frequency output. 2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Miedzyzdroje, Poland, pp. 762-766, 2016.
9. Warda P.: Error of conversion of "physical quantity-to-frequency" converter output signal, Proc. SPIE 10161, 14th International Conference on Optical and Electronic Sensors, pp. 101610X, 2016.
10. Beversdorf S.: Anemometer circuit, US Patent 7,140,263 B2, 2006.
11. Makinwa K. A. A., Huijsing J. H.: A 2nd order thermal sigma-delta modulator for flow sensing, IEEE Sensors, pp. 549-552, 2005.
12. Dalola S. et al.: Highly sensitive smart sensor with Frequency and Duty Cycle Output, Procedia Engineering, vol. 5, pp. 528-531, 2010.
13. Pawlowski E.: Single Sensor Hot-Wire Anemometer Based on Thermal Time Constant Estimation, 2018 XV International Scientific Conference on Optoelectronic and Electronic Sensors (COE), Warsaw, pp. 1-4, 2018.
14. Burden R., Faires J.: Numerical analysis, 9th ed. , Pacycfic Grove, CA: Brooks/Cole Pub. Co., pp. 173-182, 2011.
15. NXP Semiconductors: KTY83 series Silicon temperature sensors, Product Data Sheet KTY83\_SER\_6, pp. 1-10, 2008.
16. Nyambayar J., Shu L. and Bierng-Chearl A.: Formulas and Their Error Sensitivity for Time Constant Measurements, Computer Information and Communication Research Vol. 26, No. 1, pp. 19-22, 2018.