

Mirosław KOZIOŁ, Janusz KACZMAREK, Ryszard RYBSKI
Uniwersytet Zielonogórski
Instytut Metrologii, Elektroniki i Informatyki

METODA WYZNACZANIA WARTOŚCI PRÓBEK W WIELOKANALOWYCH UKŁADACH GENERACJI PRZEBIEGÓW SINUSOIDALNYCH

W niektórych zastosowaniach układów wykorzystujących cyfrowe metody generacji przebiegów sinusoidalnych konieczne jest częste wyznaczanie wartości funkcji sinus w celu zmiany parametrów generowanego sygnału. W artykule zaproponowano metodę wyznaczania wartości funkcji sinus ze stałym przyrostem kąta i dowolnej fazy początkowej o małym nakładzie obliczeniowym.

METHOD OF COMPUTATION THE VALUE OF SAMPLES IN MULTI-CHANNEL SINE WAVE GENERATION SYSTEMS

In some applications of systems based on digital methods of sinusoidal waveform generation, it is necessary to frequently determine the value of the sinus in order to change the parameters of the generated signal. In the article a method of determining the value of the sine function with a constant angle increment and any initial phase with low computational effort was described.

1. WPROWADZENIE

Cyfrowe generatory napięć sinusoidalnych działające w oparciu o metodę cyfrowej syntezy częstotliwości (DDS - *Direct Digital Synthesis*) są od wielu lat stosowane w technice pomiarów przy prądzie przemiennym. Jednym z obszarów, w którym zastosowanie generatorów cyfrowych istotnie wpłynęło na powstanie nowych rozwiązań przyrządów i układów pomiarowych są pomiary impedancji [1].

Pomiar impedancji jest istotny nie tylko w elektrotechnice i elektronice. Pomiar impedancji elektrycznej lub wykrywanie niewielkich jej zmian odgrywa ważną rolę w badaniach materiałowych związanych z najnowszymi technologiami. Analiza impedancyjna stosowana jest również w naukach przyrodniczych, np. do badania tkanek. Również spektroskopia impedancyjna jest wykorzystywana w całym szeregu technik diagnostycznych, od obrazowania medycznego po monitorowanie jakości produktów rolnych. Postęp technologiczny związany z dostępnością coraz lepszych układów elektronicznych, w tym zwłaszcza przetworników cyfrowo-analogowych (C/A) i analogowo-cyfrowych (A/C) o dużej rozdzielczości, przyczynia się do zwiększenia dokładności pomiarów impedancji, co powoduje wzrost zastosowań metod impedancyjnych w takich dyscyplinach jak medycyna i biologia. Z drugiej strony postęp ten przyczynia się także do powstawania nowych materiałów i obiektów, które wymagają stosowania wspomnianych metod impedancyjnych [2].

W układach pomiarowych wykorzystujących metody cyfrowej generacji przebiegów sinusoidalnych, w tym zwłaszcza w układach wielokanałowych, w których konieczna jest w procesie pomiaru regulacja, często z dużą rozdzielczością częstotliwości, amplitudy i fazy generowanych napięć, istotne znaczenie ma czas niezbędny do wygenerowania napięć o zadanych parametrach. W cyfrowych mostkach impedancji przeznaczonych do porównań wzorców impedancji o czteroportowym, współosiowym układzie wyprowadzeń (*four terminal-pair* - 4TP) stosuje się wielokanałowe (6 - 7 kanałów) cyfrowe źródła napięć, których parametry są regulowane w trakcie stosunkowo złożonego procesu równoważenia. W przypadku trójfazowych kalibratorów mocy w

każdym cyklu procesu generacyjno-pomiarowego (cyklu pętli regulacji) regulacji podlegają parametry w 3 kanałach napięciowych i 3 kanałach prądowych. W cyfrowych mostkach impedancji czas niezbędny do wykonania pomiaru można zmniejszyć stosując np. odpowiedni algorytm równoważenia lub wykorzystując mostek niezerównoważony [3]. Nie mniej jednak, w każdym z wymienionych rozwiązań istotne znaczenie ma czas obliczeń wartości próbek funkcji sinusoidalnej reprezentujących najczęściej jeden okres generowanego sygnału.

2. METODA WYZNACZANIA WARTOŚCI FUNKCJI SINUS ZE STAŁYM PRZYROSTEM KĄTA

Generowanie sygnału sinusoidalnego za pomocą przetwornika C/A, na którego wyjściu otrzymuje się funkcję schodkową aproksymującą przebieg sinusoidalny, wymaga zwykle programowego wyznaczenia wartości funkcji sinus dla kolejnych kątów o stałym przyroście. W stosowanych w systemach wbudowanych językach programowania standardowe biblioteki zawierają funkcje trygonometryczne, które wymagają stosunkowo dużego nakładu obliczeniowego. W [4] przedstawiono metodę, która pozwala na realizację tego zadania bez wywoływania standardowych funkcji trygonometrycznych. Metoda ta bazuje na dwóch następujących zależnościach trygonometrycznych:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y, \quad (1)$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y, \quad (2)$$

które dla potrzeb tej metody zapisuje się w następującej postaci:

$$\sin(\alpha + n\alpha) = \sin \alpha \cdot \cos(n\alpha) + \cos \alpha \cdot \sin(n\alpha), \quad (3)$$

$$\cos(\alpha + n\alpha) = \cos \alpha \cdot \cos(n\alpha) - \sin \alpha \cdot \sin(n\alpha), \quad (4)$$

gdzie α to przyjęty przyrost kąta, zaś n przyjmuje wartości kolejnych liczb naturalnych. W rozpatrywanym zastosowaniu wzór (4) pełni niejako funkcję pomocniczą ze względu na występowanie w zależności (3) funkcji kosinus całkowitej wielokrotności przyrostu α . Oczywiście α zależy od liczby N dyskretnych wartości funkcji sinus branych pod uwagę przy schodkowej aproksymacji generowanego przebiegu i jest obliczane według zależności

$$\alpha = \frac{2\pi}{N}. \quad (5)$$

Opisana powyżej metoda pozwala na wyznaczenie wartości funkcji sinus dla kolejnych całkowitych wielokrotności α jedynie dla zerowej fazy początkowej. Jednak na podstawie wzorów (1) i (2) można podać metodę obliczania kolejnych wartości funkcji sinus dla stałego przyrostu argumentu o dowolnej fazie początkowej.

3. MODYFIKACJA METODU DLA NIEZEROWEJ WARTOŚCI FAZY POCZĄTKOWEJ

Zachowując dotychczasowe znaczenie symbolu α oraz oznaczając przez φ fazę początkową dla przebiegu sinusoidalnego, wyznaczenie wartości próbek funkcji sinus można przeprowadzić bez stosowania standardowych funkcji trygonometrycznych na podstawie poniższej zależności

$$\sin(\varphi + n\alpha) = \sin \varphi \cdot \cos(n\alpha) + \cos \varphi \cdot \sin(n\alpha) \quad (6)$$

z uwzględnieniem wzorów (3) i (4), które w tym przypadku pełnią rolę wzorów pomocniczych dla wyznaczenia wartości funkcji sinus i kosinus kolejnych całkowitych wielokrotności kąta α wymaganych do podstawienia we wzorze (6).

Wykorzystanie wzorów (6), (3) i (4) wymaga w pierwszej kolejności wyznaczenia za pomocą standardowych funkcji trygonometrycznych przyjętego języka programowania wartości $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$. Pierwsza z nich jest jednocześnie pierwszą poszukiwaną wartością funkcji sinus.

W kolejnym kroku należy przyjąć $n = 1$, co w przypadku wzoru (6) prowadzi do następującej zależności

$$\sin(\varphi + \alpha) = \sin \varphi \cdot \cos \alpha + \cos \varphi \cdot \sin \alpha$$

gdzie wszystkie potrzebne wartości funkcji sinus i kosinus są już znane. Z kolei wzory (3) i (4) przyjmą postać

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

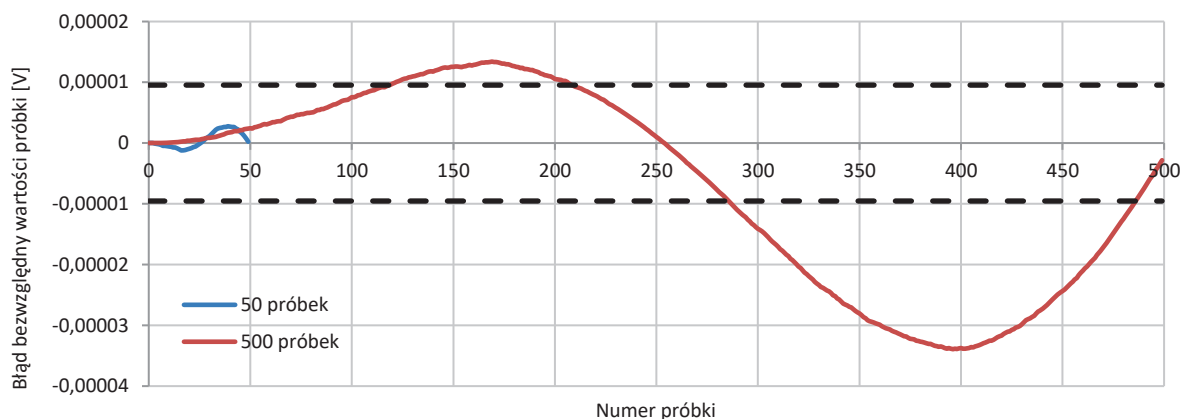
$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \alpha$$

dając wartości funkcji trygonometrycznych potrzebne do wyznaczenia $\sin(\varphi + 2\alpha)$ przez ponowne zastosowanie wzoru (6) tym razem dla $n = 2$. Widać stąd, że przedstawiona metoda do obliczenia kolejnej wartości funkcji sinus wykorzystuje wyniki uzyskane w poprzednim kroku, zamieniając każde wywołanie standardowej funkcji obliczającej wartość sinusa na 6 mnożeń i 3 dodawania.

4. DOKŁADNOŚĆ PROPONOWANEJ METODY

Celem opisaną powyżej metody było przyspieszenie obliczeń wartości dyskretnych funkcji sinus w generatorze, którego budowę przedstawiono w [5]. Ponieważ zastosowany w nim mikrokontroler posiada sprzętowe wsparcie dla obliczeń na liczbach zmiennoprzecinkowych pojedynczej precyzji, dlatego w pierwszym kroku sprawdzono, czy opisana metoda pozwala na tak dokładne obliczenie szeregu wartości funkcji sinus przy zastosowaniu zmiennych o pojedynczej precyzji, aby po zamianie ich na kody dla przetwornika cyfrowo-analogowego uzyskać takie same wartości napięć na wyjściu przetwornika C/A, co przy obliczeniach z wykorzystaniem standardowej funkcji operującej na danych zmiennoprzecinkowych o podwójnej precyzji. Warunek ten będzie spełniony, jeśli bezwzględna wartość błędu nie będzie większa niż wartość napięcia, o jaką następuje zmiana na wyjściu przetwornika C/A przy zmianie kodu o 1 bit.

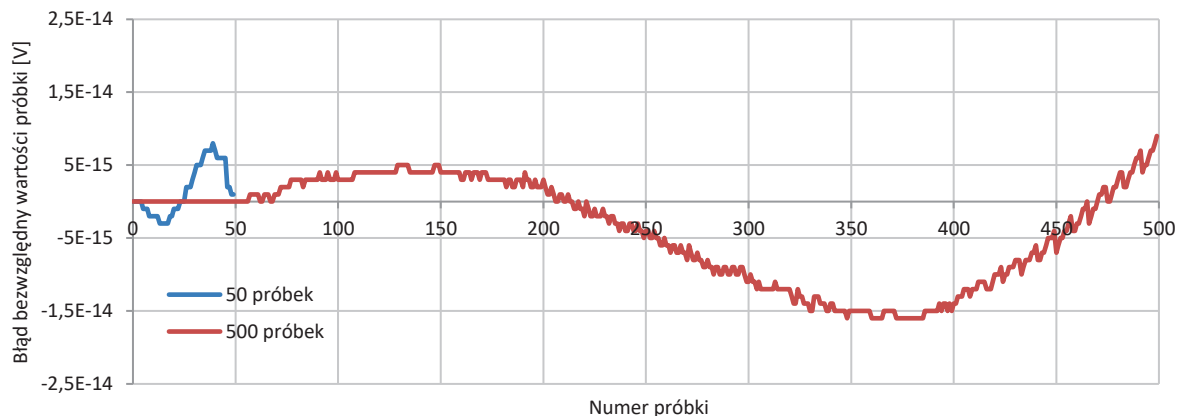
Na rys. 1 pokazano wykresy błędów bezwzględnych wyznaczenia wartości funkcji sinus opisaną metodą z zastosowaniem zmiennych typu float w stosunku do wartości obliczonych z wykorzystaniem standardowej funkcji języka C i z zastosowaniem zapisu argumentu oraz wyniku na zmiennych typu double. Obliczenia wykonano dla amplitudy sygnału wynoszącej 4 V. Czarne przerywane linie reprezentują dodatnią i ujemną wartości napięcia, o jaką nastąpi zmiana na wyjściu 20-bitowego przetwornika C/A o zakresie napięć wyjściowych ± 5 V przy zmianie kodu o 1 bit.



Rys. 1. Wykres błędu bezwzględnego wyznaczenia 50 i 500 wartości funkcji sinus z wykorzystaniem zmiennych o pojedynczej precyzji

Fig. 1. Absolute error of determining 50 and 500 values of the sine using single precision variables

Jak łatwo zauważyć, przy obliczaniu 50 wartości uzyskane wyniki nie przekroczą dopuszczalnego błędu. Jednak przy 500 wartościach, ponad połowa z nich obarczona jest zbyt dużym błędem. Na podstawie wstępnej analizy stwierdzono, że jest to spowodowane kumulacją zaokrągleń wynikającą z rekurencyjnego obliczania kolejnych wartości. Jeśli jednak do wyznaczania wartości funkcji sinus proponowaną metodą zostaną zastosowane operacje a liczbach zmiennoprzecinkowych o podwójnej precyzji, to wartości błędów znacząco maleją. Pokazano to na rys. 2.



Rys. 2. Wykres błędu bezwzględnego wyznaczenia 50 i 500 wartości funkcji sinus z wykorzystaniem zmiennych o podwójnej precyzji

Fig. 2. Absolute error of determining 50 and 500 values of the sine using double precision variables

5. ANALIZA SZYBKOŚCI WYZNACZANIA PRÓBEK PROPONOWANĄ METODĄ

Przedstawiona w punkcie 3 metodę wyznaczania próbek zweryfikowano w układzie dwukanałowego cyfrowego generatora przebiegów sinusoidalnych [5], w którym układ sterowania bazuje na mikrokontrolerze STM32F7. W jego strukturze pamięć Flash, przechowująca kod programu, może być dostępna dla procesora przez magistralę AXIM z włączoną lub wyłączoną pamięcią podręczną (ang. *cache*) lub przez interfejs ITCM z włączonym lub wyłączonym akceleratomem ART. Z kolei zmienne biorące udział w wyznaczeniu wartości funkcji sinus mogą być alokowane w pamięci DTCM lub pamięci SRAM dostępnej dla procesora z wykorzystaniem pamięci podręcznej lub bez niej [6]. To wszystko również wpływa na szybkość wykonania kodu programu. Z tego powodu analizę szybkości wykonania kodu przeprowadzono dla każdej z tych czterech możliwości dostępu do pamięci Flash i trzech możliwości dostępu do pamięci danych. Wyniki tych badań zostaną przedstawione podczas Konferencji.

LITERATURA

1. Callegaro L.: Electrical Impedance: Principles, Measurement, and Applications (Series in Sensors) 1st Ed., CRC Press, 2012.
2. Hoja J., Lentka G.: Method Using Square-Pulse Excitation for High-Impedance Spectroscopy of Anticorrosion Coatings. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 60, No. 12, December 2015.
3. Rybski R., Kaczmarek J., Kontorski K.: Impedance Comparison using Unbalance Bridge with Digital Sine Wave Voltage Sources. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 64, No. 3, March 2011.
4. Lyons R.G.: Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów, WKiŁ, Warszawa 1999.
5. Kozioł M., Kaczmarek J., Rybski R., Kučera J.: A two-phase sine wave generator dedicated for impedance comparison systems, Przegląd Elektrotechniczny, R. 93, NR 8/2017.
6. Level 1 cache on STM32F7 Series and STM32H7 Series, Application note AN4839, STMicroelectronics, 2018.