

Anna Łuczak

Od muzyki
do matematyki



Kształtowanie pojęć matematycznych
w edukacji muzycznej dzieci

Od muzyki do matematyki

Anna Łuczak

Od muzyki do matematyki

**Kształtowanie pojęć matematycznych
w edukacji muzycznej dzieci**

Zielona Góra 2016

RADA WYDAWNICZA

Andrzej Pieczyński (*przewodniczący*),
Rafał Ciesielski, Beata Gabryś, Michał Drab, Krzysztof Witkowski, Van Cao Long,
Małgorzata Konopnicka, Marian Adamski, Agnieszka Zembroń-Łacny, Marian Nowak,
Anna Walicka, Zdzisław Wołk, Bohdan Halczak, Franciszek Runiec (*sekretarz*)



UNIWERSYTET
ZIELONOGÓRSKI

RECENZJA

Irena Medňanská

REDAKCJA JĘZYKOWA

Magdalena Kot

KOREKTA

Agnieszka Gruszka

REDAKCJA TECHNICZNA

Agnieszka Gruszka

PROJEKT OKŁADKI

Marta Surudo

© Copyright by Uniwersytet Zielonogórski
Zielona Góra 2016

ISBN 978-83-7842-279-2

OFICyna WYDAWNICZA UNIWERSYTETU ZIELONOGÓRSKIEGO

65-246 Zielona Góra, ul. Podgórna 50, tel./faks (68) 328 78 64
www.ow.zgora.pl, e-mail: sekretariat@ow.uz.zgora.pl

Wychowanie powinno – tak w muzycznej, jak i w dziedzinie życia emocjonalnego zająć się rytmem bytu ludzkiego, harmonizować funkcje cielesne z funkcjami myślowymi.

Emil Jaques-Dalcroze

Wstęp

Świat bez sztuki naraża się na to, że będzie światem zamkniętym na miłość.

Jan Paweł II

Związki muzyki z matematyką sięgają swą historią do zamierzchłej starożytności. W różnych okresach historycznych występowały ze zmiennym nasileniem: od uznania muzyki za wiedzę lub naukę matematyczną, przez matematyczne ujmowanie zagadnień muzycznych, do formalnego stosowania metod matematycznych w procesie komponowania, analizy utworów muzycznych i badań muzykologicznych. Matematyka w starożytnej Grecji była ściśle powiązana z zagadnieniami muzycznymi. W ramach *septem artes liberales* (siedem sztuk wyzwolonych) muzyka została zaliczona do *quadrivium* (czterech) dyscyplin matematycznych, obok arytmetyki, geometrii i astronomii. W ciągu wieków liczne problemy muzyczne ujmowane były w sposób matematyczny: liczbowe ujęcie dźwięków i interwałów, matematyczne zasady podziału i klasyfikacji interwałów, liczba jako ontologiczna podstawa muzyki.

Sztukę od nauki dzieli wielki dystans. Matematyka oparta jest na racjonalizmie, myśleniu abstrakcyjnym, ustalonej hierarchii, muzyka zaś w wielkim stopniu odnosi się do sensualizmu, estetycznych kryteriów zmysłowych. Jednakże dźwięk, który stanowi podstawę muzyki, posiada parametry fizyczne dające się przedstawić matematycznie. Dźwięki i relacje między nimi można także ujmować liczbowo. Choć psychologowie podkreślają wyjątkowość problematyki dotyczącej rozwijania zdolności intelektualnych dzieci w edukacji prymarnej¹, to jednak – jak pokazują najnowsze badania – szkoła nadal nie wykorzystuje w pełni i nie stymuluje optymalnie możliwości rozwojowych dzieci. Zintegrowane podejście do procesu nauczania wzmacnia wielozmysłową percepcję, a właściwie podane treści artystyczne stwarzają szansę na zainteresowanie sztuką każdego dziecka. Dzięki temu w świadomości dziecka zosta-

¹ T. Poznańska, *O kształtowaniu pojęć w klasach niższych*, Warszawa 1976, s. 55.

je wzmocniona umiejętność tworzenia nowych, całościowych pojęć². Miejsce muzyki w zintegrowanym nauczaniu początkowym jest ogromnie istotne. Jako przedmiot może być czynnikiem zarówno integrującym, jak i integrowanym. Chłonny umysł dziecka w wieku wczesnoszkolnym wykazuje tendencje do szybszego poznawania faktów i zjawisk występujących w otaczającym świecie. Nauczycielowi przypada w tym zakresie wielka rola w podtrzymywaniu i rozwijaniu pasji poznawczej dziecka, budzeniu zaciekawienia i zainteresowania nauką, kształceniu odpowiednich potrzeb uczenia się. Funkcję muzyki w zintegrowanym systemie nauczania i wychowania można rozpatrywać w dwóch aspektach. Pierwszy dotyczy różnych sfer rozwoju psychicznego dzieci i wiąże się z zapewnieniem warunków harmonijnego rozwoju umysłowego, społecznego, emocjonalnego, fizycznego i zdrowotnego, z jednoczesnym stworzeniem dla nich możliwości rekreacji. Drugi aspekt ma charakter dydaktyczny, ukazuje, w jakich płaszczyznach i w jakich formach można łączyć treści przedmiotu muzyka z treściami innych przedmiotów ujętych w programie nauczania klas młodszych. Istotny jest wpływ muzyki i różnych z nią kontaktów na sferę poznawczą dziecka. Muzyka daje okazję do poczynienia różnorodnych spostrzeżeń odnośnie zjawisk akustycznych, do ćwiczeń pamięci, do opanowania różnorodnych pojęć, do intensyfikacji u dzieci operacji myślowych. Możliwości integracji są więc nieograniczone i zależą od zrozumienia istotnego sensu poszczególnych przedmiotów oraz od inwencji metodycznej nauczyciela³.

Cała nasza wiedza bazuje na pojęciach. Mają one różnorodny charakter w zależności od tego, jakie dziedziny rzeczywistości odzwierciedlają. Czerpane są przede wszystkim z wiedzy przedmiotowej, społecznie przekazywanej, a częściowo z czynności poznawczych, materiału percepcyjnego i myślowego przetwarzania informacji. Pojęcia wyrażone są przeważnie przez społecznie ustalone wyrażenia językowe, zaś każda gama związków różnych dziedzin rzeczywistości posiada swój określony system pojęć. Wiążą się one ze sobą w każdym systemie, dzięki czemu przyswojenie jednego, ułatwia pracę nad przyswojeniem pozostałych.

Istnieje wiele różnych typów pojęć i różnych sposobów ich nabywania. Pojęcia będące składnikami wiedzy podmiotu zostają przyswajane przeważnie w postaci mniej lub bardziej gotowej, w szeroko rozumianym procesie kształcenia. Są zawsze mniej lub bardziej abstrakcyjne, jako że odnoszą się do klas przedmiotów, cech czy relacji, istnieją także pojęcia jednostkowe. Większość z nich zostaje przyswojona poprzez powtarzanie, poprawianie i utrwalanie skojarzeń słów ze znaczeniami. Od lat siedemdziesiątych XX w. rozwinęły się badania empiryczne zainspirowane nowymi pomysłami teoretycznymi, dzięki czemu uświadomiono sobie, że pojęcia nie są jednorodne

² Podaję za: Z. Semadeni, *Łączenie nauczania matematyki z nauczaniem innych przedmiotów*, „Nurt. Studium Nauczania Początkowego” 1977/1978, nr 17, s. 5.

³ D. Prandecka, *Korelacje muzyki z innymi przedmiotami nauczania w klasach I-III*, „Wychowanie Muzyczne w Szkole” 1985, nr 4, s. 226-232.

i podlegają różnego typu wzajemnym powiązaniom. Zaproponowano nowe modele pojęć, takie jak: pojęcia operacyjne, pojęcia jako teorie naiwne, schematy poznawcze, prototypowe, egzemplarzowe, relacyjne⁴.

Problematyka pojęć jest powiązana z procesami poznawczymi: percepcją, pamięcią semantyczną (znaczeniową), myśleniem. Pozwala zrozumieć różnice w poglądach ludzi w kontekście przyswojonych wcześniej pojęć⁵. Z. Chlewiński stwierdził, że pojęcia są elementem organizującym ludzką percepcję świata natury i świata społecznego, a ponadto dają poznanie dotyczące natury pojęć i ich wzajemnych powiązań oraz pozwalają z innej perspektywy spojrzeć na poznawaną rzeczywistość i względność tego, co poznajemy⁶.

Pojęcia tworzą w pamięci złożoną sieć powiązań, hierarchicznie zorganizowany system. Dzięki temu człowiek potrafi myśleć twórczo, tworzy nowe pojęcia, wyraża sądy. Rozwój nauki polega między innymi na odkrywaniu i tworzeniu nowych pojęć, jako narzędzi badawczych⁷.

Głównym celem tego opracowania jest pokazanie możliwości kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w nauczaniu wczesnoszkolnym.

Proces kształtowania pojęć u dziecka znajduje się w centrum zainteresowania dydaktyki matematyki. Współczesna dydaktyka, której teoretyczne podstawy są już szeroko rozbudowane, koncentruje się coraz częściej na tworzeniu konkretnych propozycji nauczania i badaniu ich skuteczności.

Kilka lat temu autorka niniejszej pracy podjęła badania nad możliwościami kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki. Badania te mieszczą się w nurcie poszukiwań wspólnych treści muzyki i matematyki, łączenia ich w kształceniu zintegrowanym. Autorka starała się odpowiedzieć na pytanie, czy i w jakim stopniu kształtowanie pojęć matematycznych poprzez muzykę poprawia efektywność nauczania matematyki, czy wpływa na lepsze rozumienie przez uczniów tych pojęć.

Analiza zebranych danych uzasadniła niektóre zagadnienia teoretyczne. Materiał empiryczny pracy zebrano dzięki pomocy nauczycieli i rodziców badanych dzieci. Opracowano jednocześnie praktyczne propozycje kształtowania wybranych pojęć matematycznych na lekcjach muzyki. Jest to gotowy zestaw do bezpośredniego wykorzystania na lekcji, który może służyć nauczycielowi jako skuteczny środek rozwijania ucznia. Ten metodyczny materiał został opublikowany w kilku artykułach⁸.

4 Z. Chlewiński, *Umysł, dynamiczna organizacja pojęć*, Warszawa 1999, s. 10-13.

5 *Idem*, *Dynamiczna organizacja pojęć*, Warszawa 1999, s. 13.

6 *Ibidem*.

7 *Ibidem*, s. 11-13.

8 Por. A. Łuczak, *Kształtowanie pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Edukacja dziecka. Badania i praktyka pedagogiczna*, red. W. Segiet, B. Walak, A. Lis-Zaldivar, Gorzów Wielkopolski 2015; *eadem*, *Supporting role of music therapy in developing selected mathematical concepts within range of practical knowledge and skills*, [w:] *Art in Education and Therapy*, red. M. Furmankowska, Wrocław 2014; *eadem*, *Wspomagająca rola działań muzycz-*

Zaprezentowaną powyżej relację między muzyką i matematyką dość rzadko można zaobserwować w praktyce, stąd pomysł prezentowany w tej książce, by połączyć te dwie dziedziny w ramach oddziaływań edukacyjnych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej i sprawdzić, jakie są efekty tego oddziaływania. Niniejsza publikacja jest połączeniem refleksji o charakterze teoretycznym z opisem realizacji i wyników eksperymentu pedagogicznego⁹.

Materiał zebrany w książce podzielono na dwie części. W pierwszej ujęto ważniejsze zagadnienia i koncepcje dotyczące kształtowania pojęć w procesie edukacji dzieci. Natomiast w drugiej części opisano proces organizacji i realizacji badań oraz zaprezentowano materiał empiryczny. Książka składa się z pięciu rozdziałów, bibliografii i aneksów.

Pierwszy rozdział poświęcony jest zagadnieniom związanym z pojęciowym rozwojem dziecka. Zarysowano tu kwestie dotyczące tworzenia i klasyfikacji pojęć, zaprezentowano etapy kształtowania pojęć i ich funkcje w nauczaniu.

W kolejnym, drugim rozdziale przedstawiono specyfikę kształtowania pojęć muzycznych ze szczególnym uwzględnieniem rozwojowych i edukacyjnych możliwości dziecka. Podkreślono także znaczenie środowiska, w którym odbywa się proces socjalizacji.

W trzecim rozdziale skupiono się na możliwościach i trudnościach tkwiących w procesie kształtowania pojęć matematycznych. Dokonano przeglądu najważniejszych kwestii dotyczących psychologicznych uwarunkowań procesów myślenia, niezbędnych do rozwijania pojęć matematycznych. Ponadto omówiono psychodydaktyczne zagadnienia związane z kształceniem matematycznym dzieci. Kolejne rozdziały należą do części empirycznej, dlatego w tym rozdziale przedstawiono metodologię badań oraz rezultaty oddziaływań pedagogicznych w zintegrowanej edukacji wczes-

nych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej, [w:] *Wokół teoretycznych podstaw kształcenia muzycznego*, red. A. Michalski, Gdańsk 2014; *eadem*, *Wspomagająca rola form muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Szkoła XXI wieku – szkołą edukacji estetycznej: projekt nadziei*, red. M. Zalewska-Pawlak, A. Pikała, Łódź 2011; *eadem*, *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych dotyczących prostych figur geometrycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Muzyka – edukacja – terapia: przekraczanie barier*, red. J. Fyk, A. Łuczak, Zielona Góra 2010; *eadem*, *Nauczanie muzyki a kształtowanie pojęć matematycznych w edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Innowacje pedagogiczne w edukacji muzycznej dzieci i młodzieży*, red. L. Kataryńczuk-Mania, Zielona Góra 2000; *eadem*, *Między muzyką a matematyką. Wybrane zagadnienia z muzycznej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Treści, formy i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji: materiały z ogólnopolskiej konferencji naukowej*, red. V. Przeremska, Łódź 2000.

⁹ Niniejsza książka w znacznym stopniu opiera się na pracy doktorskiej autorki pt. *Rola edukacji muzycznej w kształtowaniu pojęć matematycznych u dzieci w wieku wczesnoszkolnym*. Rozprawa została napisana pod kierunkiem prof. zw. dra hab. Eugeniusza Rogalskiego i obroniona w Akademii Bydgoskiej (obecnie Uniwersytet Kazimierza Wielkiego).

snoszkołnej. W rozdziale czwartym zawarto opis metodologii badań. W tym miejscu uzasadniono wybór metody badawczej zastosowanej w procesie empirycznym, a także dobór próby badawczej, sposób realizacji badania i warunki jego przeprowadzenia.

W związku z możliwością holistycznego ujmowania treści w edukacji prymarnej pojawiła się szansa na zbadanie efektywności tego podejścia, które polegało na realizacji zajęć z przedmiotów, wcześniej niezwykle rzadko łączonych. Tak jest w przypadku nauczania matematyki i muzyki, w związku z tym oddziaływanie pedagogiczne między tymi przedmiotami i badania tego dotyczące są pod wieloma względami nowatorskie. W ramach eksperymentu oddziaływano na dzieci poprzez modelowe nauczanie muzyki, w którym kształtowano pojęcia matematyczne z zakresu: figur geometrycznych, zbiorów i ich klasyfikacji, działań arytmetycznych. Wpłymano także na rozwój (zakres) wiadomości i umiejętności praktycznych dzieci.

Ostatni piąty rozdział książki zawiera opis modelowego oddziaływania za pomocą muzyki na kształtowanie pojęć matematycznych. W tym rozdziale zaprezentowano także wyniki eksperymentu pedagogicznego, zrealizowanego w klasie drugiej w ramach edukacji zintegrowanej. W celu weryfikacji wiedzy matematycznej uczniów zastosowano sprawdziany wiadomości (zrealizowane przed i po realizacji zajęć modelowych).

Powstanie tej książki było możliwe dzięki zaangażowaniu i życzliwości wielu osób. Szczególne podziękowania pragnę skierować do Pani Profesor PhDr. Ewy Szoradovej CSc., za konsekwentne wspieranie mnie we wszelkich działaniach naukowych.

Pani Profesor mgr art. Irenie Medňanskiej, PhD. bardzo dziękuję za cenne uwagi i wskazówki oraz trud włożony w ocenę książki. Dziękuję najserdeczniej dr Dorocie Bazuń za tłumaczenia literatury anglojęzycznej, wsparcie emocjonalne, a także kompetentny i odpowiedzialny udział w przygotowaniu książki. Odrębne podziękowania składam Dyrekcji Szkoły Podstawowej Nr 18 w Zielonej Górze, za możliwość przeprowadzenia badań i owocną współpracę. Wszystkich Przyjaciół, którzy okazali mi pomoc i wsparcie, a w szczególności mgr Bogusławę Głowacką, proszę o przyjęcie wyrazów wdzięczności. Ponad wszystko dziękuję Mężowi i Dzieciom – im dedykuję tę książkę.

Część 1

Przegląd koncepcji teoretycznych dotyczących kształtowania pojęć u dziecka

Rozwój pojęciowy dziecka

Wyobraźnia bez wiedzy może stworzyć rzeczy piękne. Wiedza bez wyobraźni najwyższej doskonale.

Albert Einstein

1. Teoretyczne podstawy klasyfikacji pojęć

Korzenie nauki są gorzkie, ale słodkie są jej owoce.

Katon

Podstawowym procesem w tworzeniu się pojęć jest proces klasyfikacji. Zdolność do szeregowania i klasyfikacji konkretnych przedmiotów oraz ich wyobrażeń stanowi o stadium operacji konkretnych u dziecka. Wszelka klasyfikacja wymaga rozpatrywania różnych przedmiotów pod kątem jakiejś jednej cechy wyodrębnionej wśród innych cech i rozumienia stosunku między zakresami klas, co zakłada zdolność do wykonywania prostych operacji odwracalnych. W tym stadium dzieci są zdolne do wiązania dwóch przeciwstawnych procesów: antycypacji¹ i retroakcji². Owa zdolność do rozumienia relacji między zakresami klas stanowi najbardziej istotny wskaźnik rozwoju³.

1 Antycypacja – umożliwia dobór właściwego kryterium klasyfikacji (przewidywanie treści klasy nadrzędnej).

2 Retroakcja – umożliwia kontrolę zakresu.

3 A. Szemińska, *Rozwój procesu klasyfikacji*, „Studia Psychologiczne” 1966, t. 7, s. 7; *eadem*, *Stadia rozwoju psychicznego i ich znaczenie dla pedagogiki*, „Nowa Szkoła” 1957, nr 4, s. 392; T. Poznańska, *O kształtowaniu pojęć w klasach niższych*, Warszawa 1976, s. 140-141.

Tabela 1. Stadia operacji konkretnych i operacji formalnych według A. Szemińskiej

Klasyfikacja w stadium operacji konkretnych (7-12 lat)	Klasyfikacja w stadium operacji formalnych (12-15 lat)
Operacje konkretne wprowadzają określony porządek, ujmując materiał spostrzeżeniowy lub bezpośrednio wyobrażeniowy w klasy, według ustalonych struktur. Natomiast poziom porządkowania* dowolnego materiału zależy przede wszystkim od cech specyficznych schematów strukturalnych, organizujących cały materiał porządkowy.	Występujące procesy klasyfikacji szeregowania w tym stadium stanowią przekształcanie uprzednio dokonanych klasyfikacji. Są operacjami „drugiego stopnia”. Występuje tu restrukturalizacja, zakładająca nie tylko wyższy poziom abstrakcji, lecz przede wszystkim operowanie złożonymi stosunkami zarówno spostrzeżonymi, jak i z góry koncypanymi. Stąd charakterystyczne przekraczanie w tym stadium sytuacji zastanych i przewidywanie relacji „możliwych” – hipotetycznych.

* A. Szemińska zamiast terminu „klasyfikacja” użyła „porządkowanie”, ponieważ na niższych poziomach nie występuje typowa klasyfikacja logiczna.

Źródło: A. Szemińska, *Rozwój procesu klasyfikacji*, „Studia Psychologiczne” 1966, t. 7, s. 7.

Ze względu na tryb postępowania można wyróżnić kilka typów charakteryzujących cechy rozwojowe:

Typ I – pierwszy bodziec (przedmiot wyjęty z worka lub jeden z elementów zauważony w pierwszym momencie) pobudza dziecko do szukania czegoś mniej lub bardziej określonego, bez względu na resztę materiału.

Typ II – dziecko rozpoczyna przegląd materiału do chwili, gdy spostrzeża jakies podobieństwa czy jakiś związek między dwoma elementami; składa je razem, nie zajmując się nimi więcej i przegląda dalej, aż znowu zauważy jakiś związek między dwoma elementami.

Typ III – dziecko sprawdza, czy nowy element, który zamierza dołożyć „pasuje” do wszystkich poprzednio złożonych, albo odrzuca dany element, albo zmienia kryterium doboru.

Typ IV – badany dokonuje przeglądu dużej części materiału, rozpoczyna składanie dopiero, gdy nasuwa mu się projekt klasyfikacji, zaczyna wiązać elementy, dbając, aby między składnikami klasy, leżącymi blisko siebie, istniały bezpośrednie powiązania.

Typ V – dziecko rozkłada w sposób systematyczny cały materiał, podkreślając swoim postępowaniem różnice między elementami, wysuwając przy tym już nie jeden, lecz kilka projektów klasyfikacji i odkładając decyzję aż do zapoznania się z całym materiałem. Decyzja ostateczna podjęta bywa dopiero pod koniec przeglądu, przy tym często w toku czynności klasyfikacyjnych następują jeszcze zmiany kryterium klasyfikacji. Poszczególne klasy konstruowane są kolejno.

Typ VI – po bardzo krótkiej chwili zastanowienia badany rozpoczyna klasyfikację, rozkładając materiał jednocześnie na kilka klas. Tu można spotkać dwie odmiany jednoczesnego podziału: uczestnik badania rozpoczyna od bardzo wąskich klas pod względem zakresu, a następnie łączy je w bardziej ogólne, lub przeciwnie, dokonuje podziału bardziej ogólnego, a w jego ramach wyodrębnia klasy węższe.

Zmiany, jakie dokonują się w zakresie trybu postępowania dokonują się zawsze w tej samej kolejności, choć w różnym rytmie. Natomiast typy trybu postępowania zmieniają się wraz z wiekiem⁴.

Ze względu na układ i liczbę elementów złożonych razem można wyróżnić kilka typów układu w grupach:

Typ I – pary elementów często nałożonych na siebie lub bardzo blisko zsuniętych, co w efekcie pozoruje jak gdyby jedną całość.

Typ II – krótsze lub dłuższe ciągi złożone z par, w których ogniwa sąsiadujące są powiązane: $a + b + c + d$.

Typ III – bardzo różne układy o różnych liczebnościach elementów, zawsze tak ułożonych, aby pokazać wzajemne między nimi powiązania poprzez bliskość przestrzenną.

Typ IV – grupy o różnej liczebności, w których układ przestrzenny nie odgrywa żadnej roli, przy dużej dbałości o to, aby elementy najbardziej powiązane były ułożone kolejno po sobie. Przy tym wszystkie elementy umieszczano tak, by można było widzieć, co leży razem.

Typ V – składanie w jedną paczkę, najczęściej przez nakładanie poszczególnych elementów, przy tym element leżący na wierzchu traktowany jest jako reprezentant całej grupy.

Zmiany, które dokonują się w układzie i liczebności grup zachodzą nierównomiernie⁵. Ze względu na typ powiązań między elementami można wyróżnić kilka sposobów doboru i powiązań:

Typ I – subiektywne związki są podporządkowane osobistym schematom, utworzonym w dotychczasowym indywidualnym doświadczeniu badanego. Powiązanie różnych elementów polega na:

- ich całkowitemu utożsamieniu („to jest takie samo”, „to jest to samo”),
- maskowaniu różnic („nie widać, że trochę inne”),
- substytucji (najczęściej dotyczy to schematów czynnościowych lub sytuacyjnych, do których włączyć można jeden lub drugi element),
- postaci powiązań funkcjonalnych (w których związek polega na tym, że jeden element może w jakiś sposób oddziaływać na inny).

Typ II – dobieranie elementów odbywa się ze względu na ich powiązania w rzeczywistości. Powiązania te mogą być:

- funkcjonalne,
- przestrzenne,
- lub mogą dotyczyć charakterystycznych sytuacji.

Wybór powiązań zależy od przypadkowych schematów aktualizowanych przez rodzaj spostrzeżonego materiału i w zależności od osobistych doświadczeń dziecka. Jakość powiązania zmienia się nawet w toku konstruowania jednej grupy.

4 A. Szemińska, *Rozwój procesu...*, s. 8-11.

5 *Ibidem*, s. 13.

Typ III – wiązanie dokonuje się na podstawie charakterystycznych stosunków między elementami. Najczęściej uwzględniane są:

- wspólne środowisko charakterystyczne dla wszystkich elementów włączonych w jedną grupę,
- wspólne użytkowanie odnoszące się do tych samych czynności wykonywanych i typowych dla danych przedmiotów. Często występuje szczególny sposób wiązania różnych elementów wokół jednego, centralnego ogniwa.

Typ IV – badany odwołuje się do pojęć nadrzędnych albo do właściwości, które uzasadniają podporządkowanie danych elementów jednemu pojęciu nadrzêdnemu, ale tylko wówczas, gdy istnieje również możliwość odwołania się do innych powiązań: funkcjonalnych, środowiskowych czy sytuacyjnych.

Typ V – podstawą złożenia razem danych elementów jest ich przynależność do pojęcia nadrzêdnego, opierająca się na stałych, charakterystycznych właściwościach każdego elementu, stanowiącego treść danego pojęcia ogólnego.

Zmiany, dokonujące się w sposobach doboru i wiązania elementów w grupy, zmieniają się wraz z wiekiem, a kolejność tych zmian jest taka sama⁶.

Zasadniczą rolę w rozwoju percepcji odgrywa narastająca funkcja pojęć jako struktur, które, mając określoną treść, mogą być pod względem zakresów porównywane, co jest koniecznym warunkiem budowy hierarchicznego systemu klas⁷.

A. Szemińska dokonała podziału na stadia rozwoju w procesie klasyfikacji, jak również sporządziła charakterystykę tychże etapów (stadiów). Na użytek niniejszej książki przedstawiono najważniejsze jej elementy:

Stadium I – zasadniczym narzędziem organizującym, porządkującym poznawczą rzeczywistość są specyficzne struktury – schematy subiektywne, do których włączane są (asymilowane) przedmioty poznawane. Utożsamianie przybiera postać materialnego lub czynnościowego scalania. Złożona para elementów staje się spoiwą całością, która nie wymaga już dalszych uzupełnień.

Stadium II – następuje postęp w zakresie procesów retroakcji. Charakterystyczne są jednokierunkowe ciągi par. Odwracalność obejmuje najczęściej tylko ostatni człon złożonej uprzednio pary. Kryterium doboru na tym poziomie ciągle ulega zmianom.

Stadium III – charakterystyczny jest tu proces akomodacji schematu pojawiający się pod wpływem nowej poznawczej rzeczywistości. Jednoczenie kryterium doboru elementów do jednej grupy dokonuje się w toku grupowania dzięki retroakcji, która umożliwia koordynację różnych schematów.

Stadium IV – ujawnia się postęp w zakresie koordynacji procesów retroakcji i antycypacji, który obejmuje jednak tylko jedną grupę elementów. Brak konkretnych

6 *Ibidem*, s. 14-15.

7 *Ibidem*, s. 17.

więzów dodatkowych między składnikami przeszkadza (utrudnia) w kształtowaniu klas bardziej ogólnych.

Stadium V – pojęcia funkcjonują jako podstawowe narzędzia klasyfikacji. Pierwszym celem przeglądu materiału jest wykrycie w nim różnic, a na podstawie wyodrębnionych elementów (najbardziej różnych) wysuwane są hipotezy dotyczące możliwych kryteriów klasyfikacji. W tym stadium zakres klasy jest podporządkowany jej treści.

W stadium tym można wyróżnić dwa podstadia w zależności od zasięgu retroakcji i antycypacji:

Stadium VA – antycypacja dotyczy kilku klas jednocześnie, jednak nie jest w takim stopniu skoordynowana z retroacją, aby objąć swym zasięgiem całość materiału, stąd otrzymywana klasyfikacja jest klasyfikacją pojęciową niehierarchiczną.

Stadium VB – dobór kryterium klasyfikacji zależy od całokształtu materiału.

Treść i zakres danej klasy rozpatrywane są w stosunku do wszystkich innych zaplanowanych lub już utworzonych klas. Przy zmianie składu jednej klasy następują zmiany w obrębie innych klas. Nowością w tym stadium jest przemieszczanie całych klas tak, by poprzez układ przestrzenny klas uwydatnić przynależność do pojęć jeszcze bardziej ogólnych⁸.

Dzieciom w wieku 7-10 lat najłatwiej jest jednak ustalić wszelkie podobieństwa na podstawie wyglądu zewnętrznego przedmiotów⁹. Jak podaje S.L. Rubinsztein:

Opierając się na przypadkach szczegółowych i jednostkowych i na nielicznych punktach oparcia, jakimi rozporządza w zakresie pojęć ogólnych, dziecko postępuje ku pojęciom specjalnym, a na podstawie następującego uogólnienia szczegółów do uogólnień bogatszych w treść¹⁰.

Tak więc porządkowanie pojęć jest procesem dynamicznym¹¹, wymagającym nieustannie zmiany punktów widzenia, przy ciągłym jednak przestrzeganiu przyjętych już zasad klasyfikacji, hierarchizacji i systematyzacji¹². E. Hurlock uważa, że „W schemacie rozwojowym postęp idzie w kierunku od pojęć ogólnych do szczegółowych [...]. Pojęcia rozwijają się od prostych do bardziej złożonych”¹³. Dalej autor ten podkreśla również, iż dzieci z czasem „rozumieją pojęcia pierwszej hierarchii”¹⁴. Ponadto „istnieje u dzieci tendencja do tworzenia pojęć bardziej specyficznych”¹⁵, jak również

8 *Ibidem*, s. 18-21.

9 E. Hurlock, *Rozwój dziecka*, Warszawa 1961, s. 409.

10 S.L. Rubinsztein, *Podstawy psychologii ogólnej*, Warszawa 1964, s. 523; G. Kufit, *Kształtowanie wyobrażeń i pojęć historycznych u uczniów klas początkowych*, Warszawa 1990, s. 97.

11 A. Szemińska, *Rozwój procesu...*, s. 20; T. Poznańska, *op. cit.*, s. 142.

12 T. Poznańska, *op. cit.*, s. 142.

13 E. Hurlock, *op. cit.*, s. 415; M. Przetacznikowa, *Wiek przedszkolny*, [w:] *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, red. M. Żebrowska, Warszawa 1986, s. 474; D. Al.-Khamisy, *Rozwijanie pojęć przyrody nieożywionej u dzieci sześciolletnich*, Warszawa 1996, s. 35.

14 E. Hurlock, *op. cit.*, s. 415.

15 *Ibidem*.

„zwiększa się zdolność spostrzegania stosunków zachodzących między nową a starą sytuacją”¹⁶. Sporo miejsca strukturze pojęć poświęcił też W. Szewczuk, wskazując na ich dwupoziomowy charakter:

Ich pierwszym poziomem są obrazowe odbicia przedmiotów, składające się na pierwszy układ sygnałowy, podczas gdy drugim poziomem są sygnały słowne, organizujące na wyższym szczeblu materiał bezpośredniego odbicia. Owa organizacja stanowi właśnie uogólnione poznanie rzeczywistości [...]. Występuje jednak zasadnicza różnica tych powiązań na obu poziomach, w obrębie obu układów sygnałowych. Odbicia obrazowe stanowią w obrębie pierwszego układu sygnałowego zawsze wyłącznie równorzędne jednostki poznawcze. Natomiast odbicia słowno-pojęciowe tworzą systemy hierarchiczne jednostek poznawczych¹⁷.

Dla zrozumienia istoty pojęć dziecięcych przydatne jest rozróżnienie wprowadzone przez L.S. Wygotskiego między zasobem pojęć potocznych i naukowych¹⁸: „W okresie przedszkolnym dziecko zdobywa pewien zasób pojęć potocznych, natomiast w okresie szkolnym zaczyna opanowywać system pojęć naukowych, pojęć o innej strukturze niż pojęcia potoczne”¹⁹. L.S. Wygotski zwraca także uwagę na słabe i mocne strony pojęć potocznych i naukowych, które to mogą mieć miejsce na tym samym etapie rozwoju u tego samego dziecka²⁰. I tak „o słabości pojęć potocznych świadczy niezdolność do abstrahowania, do operowania dowolnego tymi pojęciami, a przy tym duża częstość nieprawidłowego ich używania”²¹. Natomiast „słabością pojęcia naukowego jest jego werbalizm – największe niebezpieczeństwo dla rozwoju tego pojęcia to niedostateczne nasycenie konkretnymi”²². W. Okoń dzieli pojęcia w sposób podobny, a mianowicie: na pojęcia elementarne i naukowe²³.

Pojęcia elementarne, jakie zdobywa uczeń w toku nauczania początkowego nie stanowią dostatecznej podstawy dla naukowego poglądu na świat, gdyż nie obejmują jeszcze usystematyzowanej wiedzy. [...] Dają one dopiero przedsmak wiedzy i dlatego szkoła musi te pojęcia elementarne rozwijać dalej i przekształcać w pojęcia naukowe²⁴.

Pojęcie jest więc rezultatem świadomego wysiłku nad uogólnieniem cech tych przedmiotów poprzez zestawienie ich z innymi przedmiotami²⁵. Pojęcia można również klasyfikować z punktu widzenia roli przedmiotu w procesie poznania. L.S. Rubinsztejn

16 *Ibidem*, s. 409.

17 W. Szewczuk, *Psychologia*, Warszawa 1990, s. 436.; D. Al.-Khamisy, *op. cit.*, s. 36.

18 L.S. Wygotski, *Wybrane prace psychologiczne*, Warszawa 1971, s. 305; M. Przetacznikowa, *Wiek...*, s. 474.

19 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 12.

20 *Ibidem*, s. 290.

21 *Ibidem*.

22 *Ibidem*.

23 W. Okoń, *Proces nauczania*, Warszawa 1958, s. 137-138; T. Poznańska, *op. cit.*, s. 13.; A Al.-Khamisy, *op. cit.*, s. 35.

24 W. Okoń, *Proces...*, s. 137-138; D. Al.-Khamisy, *op. cit.*, s. 35.

25 W. Okoń, *Proces...*, s. 121.

dowodzi, że „poziom przyswojenia sobie przez dziecko różnych pojęć zależy w sposób istotny od stopnia ogólności danego pojęcia, od jego bliskości czy odległości wobec treści naocznej, od długości ogniw pośrednich”²⁶. G. Kufit dzieli pojęcia na trzy kategorie:

1. Pojęcia o treści dostępnej dla bezpośredniej bądź pośredniej obserwacji.
2. Pojęcia o pewnych tylko elementach treści możliwych do skonkretyzowania.
3. Pojęcia o treści trudnej do skonkretyzowania czy to na skutek wysokiego stopnia uogólnienia, czy dużej odległości od treści naocznej²⁷.

Uogólnienie nie występuje na podstawie wspólnych cech przedmiotów. Jest to warunek konieczny, lecz niewystarczający, jak twierdzi N.F. Tałyżina i dodaje: „Uogólnienie zawsze opiera się na tych cechach przedmiotów, które wchodzi w skład orientacyjnej podstawy czynności, mających na celu analizę danych przedmiotów”²⁸. Wynika z tego, że kierowanie procesem uogólnienia czynności poznawczych i związanych z nimi wiadomościami powinno odbywać się poprzez kształtowanie działania uczniów, w drodze kontrolowania treści orientacyjnej podstawy odpowiednich czynności, a nie na podstawie spostrzegania cech wspólnych przedmiotów²⁹.

2. Tworzenie się pojęć w umysłach dzieci

Umysły podobnie jak spadochrony funkcjonują prawidłowo, kiedy są otwarte.

Arystoteles

Decydującym czynnikiem rozwoju jest samorzutne dojrzewanie organizmu i jego funkcji psychicznych, w związku z czym w zależności od wieku dzieci, rozwój przebiega przez ściśle określone fazy.

Działanie ludzkie polega na ciągłym i wiecznym mechanizmie przystosowania czy równoważenia i dlatego każdą fazę początkowej konstrukcji kolejnych, rodzonych przez rozwój, struktur umysłowych uważać można za formę równowagi, przy czym każda z tych form stanowi postęp w stosunku do poprzednich³⁰.

Formy tej równowagi zmieniają się i wzbogacają w czasie rozwoju jednostki. J. Piaget przeciwstawia je pewnemu stałemu mechanizmowi, który to zapewnia przejście z etapu wcześniejszego na następny (późniejszy), bardziej złożony. Tym stałym mechanizmem są zainteresowania³¹.

26 S.L. Rubinsztein, *Podstawy psychologii ogólnej*, Warszawa 1964, s. 523; G. Kufit, *op. cit.*, s. 97.

27 G. Kufit, *op. cit.*, s. 97.

28 N.F. Tałyżina, *Kierowanie procesem przyswajania wiedzy*, Warszawa 1980, s. 69.

29 *Ibidem*.

30 J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa 1966, s. 12.

31 B. Hornowski, *Rozwój inteligencji i uzdolnień specjalnych*, Warszawa 1978, s. 204-205.

Problem genezy inteligencji dziecka rozpatruje J. Piaget w powiązaniu z pewnymi dziedzicznymi strukturami, na których wyrasta później inteligencja praktyczna albo sensomotoryczna. Opiera się ona przede wszystkim na różnych nawykach i skojarzeniach, z których powstają nowe, najważniejsze struktury. Pojawienie się nawyków i skojarzeń świadczy o istnieniu systemu odruchów, które opierają się na strukturach anatomicznych. Zachodzi więc związek między inteligencją a biologicznymi procesami adaptacji do środowiska³².

Według koncepcji J. Piageta³³ rozwój inteligencji dziecka przebiega pewnymi fazami (zaś ich granice są ściśle wyznaczone)³⁴. Określenia: stadium, okres, period, wiek, faza używane są zamiennie, oznaczając raz większe, a kiedy indziej mniejsze odcinki chronologiczne, pozostające jednak w relacji podporządkowania³⁵. „J. Piaget wyróżnił 3 główne okresy, dzieląc je z kolei na podokresy i stadia”³⁶. Ich następstwo genetyczne i przyporządkowanie do wieku życia przedstawia poniższy schemat. Ważna jest tu kolejność poszczególnych stadiów nie zaś podane w przybliżeniu lata i miesiące, bowiem występują w tym zakresie spore różnice indywidualne. Stadia rozwoju intelektualnego ujmowane są przez J. Piageta przede wszystkim jako funkcje wieku, jak uważa L. Wołoszynowa³⁷.

W I okresie rozwoju umysłowego inteligencja ma charakter sensoryczno-motoryczny. Etap ten trwa od urodzenia do około drugiego roku życia dziecka. „W tym czasie kształtują się podstawowe schematy czynnościowe, czyli zachowania skierowane na jakiś cel”³⁸. Stadium I to stadium odruchów.

32 *Ibidem*, s. 205.

33 Szwajcarski uczony (9.08.1896-16.09.1980), biolog, psycholog, psychiatra, logik, filozof. Twórca strukturalnej teorii rozwoju inteligencji dzieci i młodzieży, teorii rozumianej w kategoriach tzw. epistemologii genetycznej, czyli rozwojowej teorii poznania. Jego dzieła wywarły ogromny wpływ na współczesną psychologię światową, a zwłaszcza na psychologię dziecka. Ujmował on rozwój jako ciąg zmian jakościowych w strukturach poznawczych i aktywności umysłowej dziecka, u którego w kolejnych stadiach rozwoju poprzednio ukształtowane struktury inteligencji organizują się i integrują w nową całość funkcjonalną. por. J. Piaget, *Mowa i myślenie u dziecka*, Warszawa 1992, tu *Przedmowa*.

34 B. Hornowski, *op. cit.*, s. 206.

35 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, Warszawa 1973, s. 85-86.

36 *Ibidem*, s. 105.

37 L. Wołoszynowa, *Młodszy wiek szkolny*, [w:] *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, red. M. Żebrowska, Warszawa 1986, s. 610.

38 B. Hornowski, *op. cit.*, s. 206.

Tabela 2. Charakterystyka okresu (stadium) wieku dzieci (w przybliżeniu)

I. OKRES INTELIGENCJI SENSORYCZNO-MOTORYCZNEJ 0-2 LAT	
Stadium	Wiek
1. Ćwiczenia odruchowe	0-1 miesiąca
2. Pierwsze nawyki i reakcje okrężne, pierwotne	1-4 miesięcy
3. Koordynacja widzenia i chwytania, reakcje okrężne wtórne	4-8 (9) miesięcy
4. Koordynacja schematów drugiego stopnia i ich zastosowanie w nowych sytuacjach	8 (9)-11 (12) miesięcy
5. Różnicowanie schematów czynnościowych za pomocą reakcji okrężnych trzeciego rzędu i wykrywanie nowych sposobów działania	11 (12)-18 miesięcy
6. Początek interioryzacji schematów i rozwiązywania niektórych problemów za pomocą dedukcji	18-24 miesięcy
II. OKRES KSZTAŁTOWANIA I ORGANIZOWANIA OPERACJI KONKRETNYCH 2-11 (12) LAT	
PODOKRES I WYOBRAŻEŃ PRZEDOPERACYJNYCH 2-7 (8) LAT	
Stadium	Wiek
1. Kształtowanie się funkcji symbolicznej	2-3,6 (4) lat
2. Dwoistość wyobrażeń stanów i przekształceń, konfiguracje statyczne	3,6 (4)-5,6 lat
3. Kształtowanie się pierwszych ugrupowań. Początki pojęcia stałości	5,6-7 (8) lat
PODOKRES II OPERACJI KONKRETNYCH 7 (8)-11 (12) LAT	
Stadium	Wiek
1. Funkcjonowanie pojedynczych struktur operacyjnych	7 (8)-9 (10) lat
2. Kształtowanie systemów całościowych	9 (10)-11 (12) lat
III. OKRES KSZTAŁTOWANIA SIĘ OPERACJI FORMALNYCH 11 (12)-14 (15) LAT	
Stadium	Wiek
1. Początki operacji formalnych	11 (12)-13 (14) lat
2. Stabilizacja struktur operacyjnych	13 (14)-14 (15) lat

Źródło: M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, Warszawa 1973, s. 105-106.

Punktu wyjścia należy szukać w spontanicznych i całościowych czynnościach organizmu, a także w odruchu pojmowanym zarówno jako różnicowanie tych czynności, jak i umożliwiającym w pewnych przypadkach czynności funkcjonalne, pociągające za sobą formowanie się schematów asymilacji³⁹ (dotyczy to odruchów, które dzięki ćwiczeniom rozwijają się zamiast zanikać lub pozostawać bez zmian)⁴⁰.

W teorii J. Piageta występuje wiele specyficznych terminów, które odgrywają rolę podstawową. I tak: dziecko, rozpoczynając życie, dysponuje wrodzonymi biologicznie sposobami interakcji ze środowiskiem, określanymi przez J. Piageta jako FUNKCJE odpowiedzialne za wykonywanie czynności niezbędnych dla utrzymania się przy życiu. W miarę upływu czasu czynności te zostają zorganizowane w STRUKTURY, które przekształcają się i przystosowują do zmieniających się wymagań środowiska. Dziecko rozwija więc struktury poznawcze, które wiążą ŚRODKI (takie jak: patrzenie, sięganie, manipulowanie) z CELAMI (takimi jak: otrzymanie określonych rodzajów bodźców). Dwoma najważniejszymi niezmiennikami funkcjonalnymi – według J. Piageta – są: ASYMILACJA i AKOMODACJA. Asymilacja jest procesem, w którym nowe elementy percepcyjne lub poznawcze są modyfikowane tak, aby stały się podobne do znanych już z doświadczenia elementów. Akomodacja natomiast jest procesem, dzięki któremu wytworzone poprzednio struktury poznawcze zostają zmodyfikowane na podstawie nowych doświadczeń. Struktury poznawcze „ukształtowane w wyniku akomodacji noszą nazwę schematów”⁴¹. Schemat zaś (u J. Piageta) stanowi strukturę (lub organizację) czynności, których przekaz (lub uogólnianie) jest powtarzany w podobnych lub analogicznych okolicznościach.

Stadium II to stadium pierwszych nawyków:

Wyrabiają się pierwsze nawyki, które wywodzą się bezpośrednio z czynności podmiotu lub wydają się być narzucone z zewnątrz, jak w przypadku „uwarunkowań”. Nawyk jednak nie stanowi inteligencji. Elementarny „nawyk” opiera się na całościowym schemacie zmysłowo-ruchowym, wewnątrz którego podmiot nie rozróżnia jeszcze celów i środków; cel osiągnięty jest dzięki koniecznemu następstwu ruchów, które do niego prowadzą, ale na początku tego zachowania nie można wyróżnić zamierzonego celu ani środków wybranych do jego osiągnięcia spośród różnych schematów⁴².

Stadium III stanowi próg inteligencji życia. „Występują tu przejścia wynikające z koordynacji widzenia i chwytania (dziecko chwyta i manipuluje wszystkim, co widzi w bliskim otoczeniu)”⁴³.

W stadium IV występują przejawy inteligencji. „W stadium tym obserwuje się działania pełniejsze, wykazujące więcej praktycznej inteligencji. Choć koordynacja celów i środków jest zjawiskiem nowym i ponawia się w każdej nieprzewidzianej sytuacji

39 Asymilacja (łac. *assimilatio*, od *similis*, czyli podobny) – w psychologii oznacza przyswojenie sobie nowych treści i włączenie ich do zdobytego wcześniej doświadczenia oraz wiedzy, tak że tworzą integralną całość, zob. *Słownik wyrazów obcych*, PWN, Warszawa 1980, s. 54.

40 J. Piaget, B. Inhelder, *Psychologia dziecka*, Warszawa 1993, s. 10-11.

41 *Ibidem*, s. 11-13 (przyp. tłum.).

42 *Ibidem*, s. 13.

43 *Ibidem*, s. 14.

(inaczej nie byłoby przejawów inteligencji), to stosowane środki pochodzą ze znanych schematów asymilacji⁴⁴.

W stadium V do wszystkich poprzednich zachowań „dochodzi reakcja zasadnicza: poszukiwanie nowych środków przez różnicowanie schematów jej znanych⁴⁵”. Pojawia się tu zachowanie nazywane czynnością z podporą.

Stadium VI charakteryzuje zakończenie okresu zmysłowo-ruchowego oraz „przejście do okresu, w którym dziecko staje się zdolne do znajdowania nowych środków nie tylko po omacku (przez próby zewnętrzne lub materialne), ale drogą kombinacji zinterioryzowanych, które doprowadzają do nagłego zrozumienia, czyli insight⁴⁶”.

Okres sensoryczno-motoryczny rozwoju dziecka trwający pierwsze 2 lata jego życia, to czas kształtowania się inteligencji praktycznej. „Aktywność poznawcza dzieci jest ukierunkowana na poznanie świata rzeczy i porządkowanie najbliższej przestrzeni. Efektem tego, jest między innymi, rozumienie stałości przedmiotów i ich rozmieszczenia wokół własnej osoby⁴⁷”.

Drugi okres nazywany jest okresem kształtowania i organizowania operacji konkretnych. Trwa około 9-10 lat. W tym czasie można wyróżnić dwa jego podokresy: pierwszy – wyobrażeń przedoperacyjnych trwający do 7. (8.) roku życia i kolejny – operacji konkretnych (do 11. (12.) roku życia). Czas wyobrażeń przedoperacyjnych jest to czas przygotowywania dojrzewania pierwszych operacji konkretnych. J. Piaget określa to następująco: „najwyraźniejszą wskazówką tego okresu jest brak pojęcia niezmienności⁴⁸”. „W trakcie drugiego zdolność do operacyjnego rozumowania rozszerza się z kategorii liczbowych na kategorie przestrzenno-czasowe. Powoli ustala się operacyjne rozumowanie, umacnia się i organizuje w system rozumowania o spójnej, operacyjnej i konkretnej logice⁴⁹”. J. Piaget operacje konkretne przedstawia jako „przejście między działaniem i bardziej ogólnymi strukturami logicznymi, włączającymi kombinatorykę i strukturę „grupy”, która koordynuje dwie możliwe formy doświadczalności⁵⁰”. Zalicza tu struktury, takie jak: „klasyfikacje, szeregowanie, odpowiedniość wzajemnie jednoznaczna jednego elementu wobec jednego lub wobec kilku, macierze, tablice dwuwymiarowe itd.”⁵¹. W dalszym opisie stwierdza J. Piaget, że

[...] właściwością struktur, które nazywa „ugrupowaniami” są tworzone łańcuchy zawierające układy operacji prostych (np. klasa A połączona z odpowiadającą jej A_1 tworzy klasę ogólną B; następnie $B + B_1 = C$ itd.), operacji odwrotnych ($B - A_1 = A$), tożsamościowych ($+ A - A = 0$), tautologicznych ($A + A = A$) i częściowo asocjacyjnych ($A + A_1 + B_1 = A + (A_1 + B_1)$), ale $(A + A) - A \neq A + (A - A)$ ⁵².

44 *Ibidem*, s. 15.

45 *Ibidem*.

46 *Ibidem*, s. 16.

47 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994, s. 47.

48 J. Piaget, B. Inhelder, *op. cit.*, s. 95.

49 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi...*, s. 47.

50 J. Piaget, B. Inhelder, *op. cit.*, s. 97.

51 *Ibidem*.

52 *Ibidem*.

Zdaniem M. Żebrowskiej, dziecko, które potrafi już przechodzić z jednej struktury do drugiej podczas rozwiązywania zadań, opanowało już pierwszą formę odwracalności operacji: inwersję (negację)⁵³. Operacje logiczne, które są przeprowadzone na tym poziomie, dotyczą jednak przedmiotów, a nie zdań, dlatego w terminologii J. Piageta są nazywane konkretnymi. Mimo że są już operacjami klas relacji, to jednak nie wyczerpują całej logiki klas, ani całej logiki relacji, jak stwierdza autorka dalej. I dodaje:

Operacje klas zakładają wzajemną odwracalność przez zwrotność. W sposób izolowany zaczyna ona występować w tym okresie jako system równoległy z operacjami konkretnymi. Jednakże integracja systemów stanie się zdobyczą następnego okresu⁵⁴.

Okres trzeci rozumowania na poziomie operacyjnym typu formalnego przypada na koniec młodszego wieku szkolnego i trwa od 11 (12) do 14 (15) roku życia. W tym czasie wszystkie zadania i problemy ujmowane są przez dzieci w sposób logiczny, czego oznaką jest uniezależnienie się formy rozumowania od treści – stwierdza M. Przetacznikowa.

Rozwija się myślenie abstrakcyjne, oderwane od działania na konkretnych przedmiotach i obrazach spostrzeżeńiowych (lub wyobrażeńiowych schematach). Dokonuje się ono przede wszystkim na podstawie językowej, tzn. młodzież wykorzystuje w swych rozumowaniach wyrażone słownie (a także za pomocą symboli) reguły i prawa danej dziedziny wiedzy⁵⁵.

Uczeń, którego myślenie logiczne jest już hipotetyczno-dedukcyjne (formalne) przed przystąpieniem do rozwiązania jakiegoś zadania (problemu bądź doświadczenia) potrafi: określić hipotezy, wydedukować ich konsekwencje, przewidzieć wynik, sprawdzić przewidywany rezultat działania. Coraz lepiej rozumie problemy, takie jak: proporcje, równowaga sił, prawdopodobieństwo pewnych faktów, dzięki wytworzeniu się nowych struktur operacyjnych. Potrafi również stosować izolowane operacje i włączać cały system wzajemnie sprzężonych operacji w procesy rozwiązywania zadań, co z kolei odpowiada już logicznym układom sieci i przekształceń zwrotnych⁵⁶. J. Piaget ujmuje to tak:

Pierwszym rezultatem takiego odłączania myśli od przedmiotów jest uwolnienie relacji i klasyfikacji od ich powiązań konkretnych lub intuicyjnych. [...] Z chwilą uwolnienia formy od treści staje się możliwe budowanie dowolnych relacji i dowolnych klas przez łączenie jakichkolwiek elementów. Ta generalizacja operacji klasyfikowania lub relacji porządku doprowadza do tego, co nazywa się kombinatoryką⁵⁷ (kombinacje, permutacje itd.)⁵⁸.

53 M. Żebrowska, *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, Warszawa 1986, s. 610.

54 *Ibidem*.

55 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 114.

56 *Ibidem*, s. 114-115.

57 Kombinatoryka dla J. Piageta ma znaczenie jako klasyfikacja klasyfikacji.

58 J. Piaget, B. Inhelder, *op. cit.*, s. 128.

J. Piaget stwierdza dalej, że uczeń na omawianym poziomie umysłowym jest zdolny do układania kombinacji z przedmiotów metodą wyczerpującą i symetryczną, jak również potrafi tworzyć kombinacje sądów lub hipotez, i to w formie twierdzeń i negacji. Ponadto korzysta w ten sposób z operacji zadaniowych typu:

- implikacja (jeżeli... to),
- dysjunkcja (rozłączność) (lub... lub... lub oba),
- wyłączność (albo... albo),
- wykluczanie (lub... lub... lub ani jedno ani drugie),
- implikacja wzajemna⁵⁹.

Operacje zdaniowe tworzą logikę podmiotu (znacznie bogatszą od logiki operacji konkretnych). Umożliwiają rozumowanie formalne dotyczące hipotez wyrażonych słownie (podczas dyskusji czy wykładu). Można je stosować w danych eksperymentalnych i fizycznych (gdyż tylko one mogą rozdzielać czynniki⁶⁰, czyli wykluczać hipotezy fałszywe i budować schematy wyjaśniające). Są one przedłużeniem i uogólnieniem operacji konkretnych⁶¹.

Nowy system, jak twierdzi J. Piaget,

[...] ukazuje swe cechy syntezy i uwieńczenia, polega nie tylko na zestawieniu obok siebie odwracania i wzajemności, ale na ścisłym połączeniu operacyjnym w jedną całość w takim znaczeniu, że każda operacja staje się odąd jednocześnie odwróceniem drugiej i wzajemnością trzeciej, co daje cztery przekształcenia: proste, odwrócone, wzajemne i odwrócone do wzajemnej, przy czym ta ostatnia jest równocześnie wzajemnie zwrotna wobec pierwszej (którą podwaja). [...] Dziecko w wieku dwunastu-piętnastu lat, nie znając żadnej formuły logicznej, ani formuły grup w znaczeniu matematycznym, będzie zdolne do manipulowania przekształceniami zgodnie z czterema możliwościami:

- I (*identité* – tożsamość),
- N (*négation* – negacja),
- R (*réciprocité* – wzajemność),
- C (*correlation* – wzajemna zwrotność)⁶².

Logiczne myślenie hipotetyczno-dedukcyjne jest, zdaniem J. Piageta, najwyższą formą regulacji stosunków między organizmem a środowiskiem, najdoskonalszą równowagą ogólnych praw, które dominują w poznawaniu świata⁶³.

Teoria J. Piageta w sposób niepodważalny przyczyniła się do rozwoju wiedzy na temat kształtowania się procesów intelektualnych. Na użytek niniejszej książki przedstawiono tylko ogólne jej zarysy.

W świetle koncepcji naturalizmu biogenetycznego nauczanie podąża w ślad za rozwojem i powinno być dostosowane do możliwości psychicznych dzieci, rozwój bowiem warunkuje i stwarza konieczne przesłanki dla nauczania. Odmienne stanowisko w tej

59 *Ibidem*, s. 130.

60 Rozdzielanie czynników to tzw. kombinatoryka, czyli klasyfikacja klasyfikacji.

61 J. Piaget, B. Inhelder, *op. cit.*, s. 130.

62 *Ibidem*, s. 133-134.

63 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 115.

kwestii prezentują psychologowie rosyjscy z okresu Związku Radzieckiego. Nauczanie jest przez nich rozumiane bardzo szeroko, a mianowicie jako sterowanie przyswajaniem sobie przez jednostkę doświadczenia społeczno-historycznego, które to jest najważniejszym i decydującym czynnikiem rozwoju. Głównym przedstawicielem tego poglądu był L.S. Wygotski oraz jego kontynuatorzy: A.N. Leontiew, P.J. Galpierin, D.B. Elkonin, A.W. Zaporozec i inni. Psychologia marksistowska odrzuciła koncepcje naturalistyczne, które ujmowały rozwój człowieka w kategoriach biologicznej równowagi.

Na poziomie fizjologicznym zaspokajanie potrzeb jest uzależnione od mechanizmów wzmacniania reakcji pozytywnych i skutecznych. Ten sam mechanizm na poziomie psychicznym funkcjonuje jako stan zgodności zachowań z potrzebami poznawczymi, oczekiwaniami i zakładanymi przez jednostkę celami⁶⁴.

L.S. Wygotski położył nacisk na analizę procesów umysłowych w ujęciu genetycznym. Na podstawie badań ustalił etapy rozwoju pojęć u dziecka według kryterium uogólnienia i abstrakcji: od uogólnienia bezpośredniego – zmysłowego, synkretycznego, poprzez pogładowo-sytuacyjne, aż do pojęciowego, opartego na słowie. Ważnym jego odkryciem było dostrzeżenie tego, że na każdym z tych etapów występują inne procesy umysłowe doprowadzające do uogólnienia⁶⁵.

L.S. Wygotski, porównując i oceniając przebieg kształtowania się pojęć na różnych szczeblach wieku i w identycznych warunkach, sformułował ogólne prawo: „Źródeł rozwoju procesów wiodących do ukształtowania się pojęć trzeba szukać we wczesnym dzieciństwie, ale funkcje intelektualne (których swoisty splot tworzy psychologiczne podłoże procesu kształtowania pojęć) dojrzewają i kształtują się dopiero w okresie dorastania”⁶⁶. W rozwoju pojęć L.S. Wygotski wyróżnia cztery główne szczeble, z których każdy dzieli się na kilka faz.

Szczebel pierwszy:

[...] charakteryzuje się tworzeniem nieukształtowanego i nieuporządkowanego zbioru przedmiotów. [...] Znaczeniem słowa jest nieokreślony dostatecznie, przypadkowy, synkretyczny zlepek pojedynczych przedmiotów, które w taki czy inny sposób zespoliły się w wyobrażeniu i spostrzeżeniu dziecka w jeden obraz. Przy jego tworzeniu decydującą rolę gra synkretizm spostrzegania czy działania dziecka i dlatego obraz ten jest niesłychanie nietrwały⁶⁷.

W omawianym szczeblu L.S. Wygotski wyróżnia trzy fazy. W fazie pierwszej następuje kształtowanie się obrazu synkretycznego, czyli „zbioru przedmiotów odpowiadającego znaczeniu słowa, jest dokładnie zbieżna z fazą prób i błędów w myśleniu dziecka. Grupę nowych przedmiotów dziecko poznaje na chybił trafił po szeregu prób, któ-

64 M. Cackowska, *Nauczanie a rozwój umysłowy uczniów*, „Kwartalnik Pedagogiczny” 1997, nr 1, s. 60-61.

65 E. Franus, *Przedmowa*, [w:] L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 11.

66 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 226.

67 *Ibidem*, s. 232.

Tabela 3. Rozwój pojęć według L.S. Wygotskiego

Szczelbel I. Tworzenie obrazów synkretycznych (będących u dziecka równoważnikami pojęć)	
Faza 1	Poznanwanie nowych przedmiotów na chybił trafił.
Faza 2	Kształtowanie się obrazu synkretycznego na gruncie przestrzennych i czasowych zbliżeń poszczególnych elementów.
Faza 3	Przyporządkowanie przedstawicieli różnych grup do jednego znaczenia.
Szczelbel II. Tworzenie kompleksów o tym samym znaczeniu funkcjonalnym	
Faza 1	Kompleks skojarzeniowy.
Faza 2	Kompleks – kolekcja.
Faza 3	Kompleks łańcuchowy.
Faza 4	Kompleks dyfuzyjny.
Faza 5	Kompleks zwany pseudo-pojęciem.
Szczelbel III. Rozwój rozczłonkowań, analizy i abstrakcji	
Faza 1	Proces abstrakcji.
Faza 2	Pojęcie potencjalne.
Szczelbel IV. Tworzenie prawdziwych pojęć	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: L.S. Wygotski, *Wybrane prace psychologiczne*, Warszawa 1971, s. 226.

re kolejno ustępują miejsca innym, jeśli okażą się błędne”⁶⁸. W fazie drugiej „można już zaobserwować przestrzenne usytuowanie figur w sztucznych warunkach eksperymentu. Decydującą rolę grają tu czysto synkretyczne prawa spostrzegania wzrokowego oraz organizacja dziecięcego spostrzegania”⁶⁹. Obraz synkretyczny L.S. Wygotski traktuje jako zbiór przedmiotów kształtowany na gruncie przestrzennych i czasowych zbliżeń poszczególnych elementów (przez bezpośredni kontakt lub jakiś złożony stosunek między tymi przedmiotami, który dziecko odkrywa nagle w trakcie bezpośredniego spostrzegania). Dziecko kieruje się jedynie związkami subiektywnymi, sugerowanymi mu przez jego własne spostrzeżenia⁷⁰. W fazie trzeciej natomiast obraz synkretyczny polega na

⁶⁸ *Ibidem*, s. 233.

⁶⁹ *Ibidem*.

⁷⁰ *Ibidem*, s. 234.

[...] przyporządkowaniu do jednego znaczenia przedstawicieli różnych grup, z których każda już przedtem tworzyła jedno w spostrzeżeniu dziecka. [...] Cała różnica, cała postępująca zbieżność polega tylko na tym, że związki, które dziecko uważa za podstawowe (jeśli chodzi o znaczenie nowego słowa) nie są wynikiem sporadycznego spostrzeżenia, lecz jakby dwustronnej obróbki związków synkretycznych: najpierw tworzą się grupy synkretyczne, po czym dochodzi do wyodrębnienia z nich poszczególnych reprezentantów, za chwilę znowu łączących się synkretycznie⁷¹.

Drugi szczebel rozwoju pojęć obejmuje wiele różnorodnych funkcjonalnie, strukturalnie i genetycznie typów tego samego co do natury sposobu myślenia⁷², które L.S. Wygotski nazywa kompleksowym ze względu na tworzone uogólnienia (czyli kompleksy pojedynczych konkretnych przedmiotów), powstałe na bazie obiektywnych związków, jakie istnieją między tymi przedmiotami. „U dziecka zaczyna występować łączenie jednorodnych przedmiotów we wspólną grupę, w kompleksy⁷³, zgodnie z tymi obiektywnymi związkami, które odnajduje w rzeczach⁷⁴. Badania przeprowadzone przez L.S. Wygotskiego pozwoliły mu wyróżnić na tym szczeblu pięć podstawowych form systemu kompleksowego, tworzących podłoże uogólnień w tym okresie rozwoju myślenia dziecka. Faza pierwsza rozwoju myślenia kompleksowego to kompleks nazywamy skojarzeniowym⁷⁵.

U jego podstawy leży dowolny związek skojarzeniowy z dowolną cechą dostrzeżoną przez dziecko w tym przedmiocie, który w eksperymencie tworzy jądro całego kompleksu. Dziecko może wokół tego pojęcia zbudować cały kompleks, włączając weń najrozmaitsze przedmioty, przy czym jedno ze względu na tę samą barwę co i barwa przedmiotu – jądra, inne ze względu na podobne wymiary lub jakąś inną jeszcze cechę różnicującą która się dziecku rzuca w oczy. Każdy wykryty przez dziecko konkretny stosunek, każdy związek skojarzeniowy między jądrem a elementem kompleksu jest, jak się okazuje, wystarczającą przyczyną, by dany przedmiot przyporządkować do dobranej grupy i oznaczyć go wspólną nazwą⁷⁶.

Faza druga polega na łączeniu przedmiotów i konkretnych wrażeń rzeczy w swoje grupy, które strukturalnie najbardziej przypominają kolekcje.

Przedmioty łączą się tu na zasadzie wzajemnego dopełniania wedle jakiejś jednej cechy i tworzą całość złożoną z najrozmaitszych wzajemnie się dopełniających części. Właśnie owa różnorod-

⁷¹ *Ibidem*.

⁷² W tym przypadku L.S. Wygotskiemu chodzi ogólnie o myślenie, które prowadzi do ukształtowania związków, do ustalenia stosunków między różnymi konkretnymi wrażeniami, do połączenia i uogólnienia poszczególnych przedmiotów, do uporządkowania i systematyzacji całego doświadczenia dziecka. (*ibidem*, s. 235).

⁷³ Podstawą kompleksu są związki faktyczne, odkryte w bezpośrednim doświadczeniu. Kompleks, podobnie jak pojęcie, jest uogólnieniem czy też połączeniem różnorodnych konkretnych przedmiotów. Lecz związki, które pozwalają takie uogólnienia tworzyć, mogą być najrozmaitsze, zob. L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 237.

⁷⁴ *Ibidem*, s. 235-236.

⁷⁵ W kompleksie skojarzeniowym związki poszczególnych elementów powstają dzięki wspólnemu im wszystkim elementowi, tworzącemu ośrodek kompleksu.

⁷⁶ L. W. Wygotski, *op. cit.*, s. 238.

ność zestawu, wzajemne dopełnianie się i łączenie na zasadzie kolekcji cechują ów szczebel w rozwoju myślenia⁷⁷.

Dziecko na „tym etapie wybiera sobie (można powiedzieć) pojedyncze egzemplarze z każdej grupy przedmiotów stanowiące przedstawicieli całej grupy. [...] Zamiast skojarzenia przez podobieństwo działają tu raczej skojarzenia przez kontrast [...] i powstaje kolekcja zebrana wedle różnych cech”⁷⁸. Trzecia faza to kompleks łańcuchowy, który dziecko tworzy według zasady „dynamicznego, czasowego łączenia poszczególnych ogniw w jeden łańcuch i przenoszenia znaczenia poprzez poszczególne ogniwa tego łańcucha”⁷⁹. L.S. Wygotski wyjaśnia ten proces następująco:

W kompleksie łańcuchowym może w ogóle nie być ośrodka strukturalnego. Poszczególne konkretne elementy mogą się łączyć niezależnie od centralnego elementu (wzorca). Mogą więc nie mieć nic wspólnego z innymi elementami, a mimo to należeć do jednego kompleksu po prostu dlatego, że mają jakąś wspólną cechę z innym elementem, który z kolei wiąże się z trzecim. Pierwszy element i trzeci mogą się nie wiązać bezpośrednio z sobą, ale oba - każdy ze względu na jakąś swoją cechę - wiążą się z drugim. Możemy więc rozpatrywać kompleks łańcuchowy jako najczystsza postać myślenia kompleksowego⁸⁰.

Czwarta faza to tzw. kompleks dyfuzyjny, którego istotą jest jak gdyby „rozmydlenie się” cechy łączącej poszczególne elementy i kompleksy w taki sposób, że konkretne grupy obrazów lub przedmiotów zaczynają tworzyć związek nieokreślony. L.S. Wygotski tłumaczy to w taki oto sposób:

Naturalnym analogiem rozlanego kompleksu w rozwoju myślenia dziecka są uogólnienia tworzone przez dziecko w tych właśnie dziedzinach jego myślenia, które się nie poddają praktycznej weryfikacji, a więc w dziedzinach myślenia nieopładowego i niepraktycznego. Wiemy, jakie nieoczekiwane zestawienia, często niepojęte dla człowieka dorosłego, jakie skoki myślowe, jakie ryzykowne uogólnienia, jakie dyfuzyjne przejścia można często zaobserwować u dziecka, gdy ono zaczyna wnioskować lub myślnie przekraczać granice swego pogładowo-przedmiotowego światka i swego praktycznego doświadczenia. [...] Wystarczy jednak uważnie przeanalizować taki kompleks, aby się przekonać, że zasada jego budowy jest ta sama co zasada budowy ograniczonych kompleksów konkretnych. I tu, i tam dziecko nie wychodzi poza granice pogładowo-obrazowe, konkretne, faktyczne związki między poszczególnymi przedmiotami⁸¹.

Ostatnią fazę – piątą – zamykającą szczebel II myślenia kompleksowego stanowią pseudo-pojęcia. L.S. Wygotski określa je jako

[...] kompleksowe połączenie szeregu konkretnych przedmiotów, które fenotypowo, tzn. wyglądem zewnętrznym, wszystkimi w ogóle właściwościami przypomina pojęcie, lecz genetycznie, ze względu na warunki swego powstania i rozwoju, ze względu na związki przyczynowo-dynamiczne, które leżą u jego podłoża, wcale pojęciem nie jest. Zewnętrznie jest to pojęcie, od wewnątrz – to kompleks⁸².

77 *Ibidem*, s. 239.

78 *Ibidem*.

79 *Ibidem*, s. 241.

80 *Ibidem*, s. 242.

81 *Ibidem*, s. 244-245.

82 *Ibidem*, s. 245. Ten typ kompleksu, czyli ta forma myślenia pogładowego, dominuje w realnym myśleniu dziecka zarówno funkcjonalnie, jak i genetycznie.

Zamaskowanie tej formy myślenia kompleksowego, wynikające z zewnętrznego podobieństwa pseudopojęcia do prawdziwego pojęcia, jest największą przeszkodą w genetycznej analizie myślenia – stwierdza L.S. Wygotski⁸³. Szczebel ten stanowi ogniwo między myśleniem kompleksowym a myśleniem pojęciowym.

Szczebel trzeci stanowi rozwój rozczłonkowań analizy i abstrakcji. Pierwsza faza jest bardzo bliska pseudopojęciu. W myśleniu kompleksowym proces wyodrębniania cech jest niezwykle słaby. Tymczasem prawdziwe pojęcie opiera się w równiej mierze na procesach analizy, jak i syntezy. Rozczłonkowanie i wiązanie stanowią jednakowo niezbędne momenty wewnętrzne przy tworzeniu pojęcia.

Cechy, które według dziecka są najbardziej zbliżone do cech wskazanego w zadaniu wzorca, stają się jak gdyby w centrum jego uwagi i tym samym zostają jakby wyodrębnione, wyabstrahowane od pozostałych, zepchniętych na peryferie uwagi. Tu właśnie po raz pierwszy z całą wyrazistością występuje ów proces abstrakcji⁸⁴, który często bywa niezauważony tylko dlatego, że abstrakcji ulega cała grupa nie dość wyraźnie rozczłonkowanych cech. [...] Konkretny przedmiot już nie wchodzi w kompleks i nie włącza się w uogólnienie ze wszystkimi swoimi cechami, w całej swojej faktycznej pełni, lecz pozostawia poza obrębem kompleksu część swych cech, a przez to ulega zubożeniu. Za to cechy, które stały się podstawą włączenia do kompleksu, uwypukliły się szczególnie plastycznie w myśleniu dziecka. Uogólnienie utworzone przez dziecko na podstawie maksymalnego podobieństwa jest czymś równocześnie i uboższym i bogatszym od pseudo-pojęcia⁸⁵.

Faza druga jest już fazą pojęć potencjalnych⁸⁶. Dziecko w tej fazie rozwojowej wyodrębnia zazwyczaj grupę uogólnianych przedmiotów, które łączy według jednej wspólnej cechy.

W pojęciu potencjalnym – cecha, na podstawie której przedmiot włącza się do wspólnej grupy, jest cechą uprzywilejowaną wyabstrahowaną od konkretnej grupy cech, z którymi jest faktycznie związana. [...] Pojęcia potencjalne często zatrzymują się na danym szczeblu rozwojowym, nie przechodząc w pojęcia prawdziwe⁸⁷.

Ich rola jednak w rozwoju pojęć jest bardzo istotna, gdyż w nich właśnie za pomocą abstrakcji poszczególnych cech rozbijana jest konkretna sytuacja, konkretny związek cech tworzący przesłankę do nowego ich połączenia na nowej podstawie. Tylko

83 *Ibidem*, s. 248.

84 A. Lewicki wyróżnił dwa odrębne procesy, wchodzące w skład abstrahowania: „abstrakcję pozytywną” i „abstrakcję negatywną”. Pierwsza z nich polega na analizie, tj. wyodrębnianiu istotnych właściwości przedmiotu, druga zaś – na pomijaniu cech nieistotnych, pełnym odrywaniu się od nich. Oba te procesy są nieodzowne dla prawidłowego tworzenia się pojęć, ale ich przeciwstawność powoduje nieraz u dzieci trudności w przechodzeniu przez kolejne etapy złożonego procesu abstrahowania i uogólniania. Zob. M. Żebrowska, Z. Babska, *Zarys historii psychologii rozwojowej w XX w.*, [w:] *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, red. M. Żebrowska, Warszawa 1986, s. 115.

85 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 270-271.

86 Prowadzące do zwodniczej iluzji zewnętrzne podobieństwo do prawdziwego pojęcia stawia pojęcie potencjalne w jednym szeregu z pseudopojęciem, lecz ich natura jest z gruntu odmienna. Pojęcie potencjalne – może być po prostu działaniem z przyzwyczajenia. L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 271.

87 *Ibidem*, s. 274.

właściwe opanowanie procesu abstrahowania przy równoczesnym rozwoju myślenia kompleksowego u dziecka stanowi gwarancje do kształtowania prawdziwych pojęć⁸⁸. Czwarty, ostatni szczebel to tworzenie prawdziwych pojęć. Aby powstało pojęcie, musi szereg wyabstrahowanych cech ulec syntezy. Ponadto synteza ta musi stać się podstawową formą myślenia, która pozwoli dziecku poznawać otaczającą rzeczywistość.

Decydująca rola przy tworzeniu prawdziwego pojęcia przypada słowu. Dzięki niemu właśnie dziecko świadomie koncentruje uwagę na wybranych cechach, dzięki niemu je syntetyzuje, nim posługuje się jako symbolem pojęcia abstrakcyjnego, nim wreszcie operuje jako najważniejszym znakiem z wszystkich znaków stworzonych przez myślenie człowieka⁸⁹.

Różnicę między kompleksem a pojęciem upatruje L.S. Wygotski w funkcjonalnym użyciu słowa, które jest przecież znakiem i którego można używać w bardzo różny sposób. To właśnie ono pozwala dokonywać różnych operacji intelektualnych. Lecz tylko „operacje dokonywane werbalnie stanowią o zasadniczej różnicy między kompleksem a pojęciem”⁹⁰.

Jako materialista L.S. Wygotski postrzegał rzeczywistość jako strukturę dialektyczną⁹¹. Atomistycznej metodzie „elementów” psychologii tradycyjnej przeciwstawił własną metodę „analizy jednostek”. Jego zdaniem, jednostką myślenia stało się słowo. Ono bowiem charakteryzuje się wszystkimi istotnymi właściwościami typowymi dla myślenia i mowy. Ta zasada jedności mowy i myślenia przenika całą psychologię L.S. Wygotskiego. Mowa i myślenie zostają uspołecznione za pośrednictwem języka ojczystego, a w szczególności dzięki systemowi gramatycznemu i systemowi znaczeń właściwych każdemu wyrazowi języka, które dziecko otrzymuje niejako w darze od społeczeństwa. Komunikowanie się z otoczeniem – według L.S. Wygotskiego – jest podstawowym czynnikiem kształtującym rozwój mowy i myślenia dziecka. Dzięki niej osobowość dziecka w ogóle, a w szczególności jego myślenie nabiera charakteru społecznego – jak podaje M. Geppert⁹². Z kolei L.S. Wygotski pisze:

Przy genetycznym badaniu myślenia i mowy stwierdzamy pewien podstawowy fakt: stosunek między nimi w procesie rozwoju nie pozostaje stały, lecz zmienia się zarówno ilościowo, jak i jakościowo. Innymi słowy, mowa i myślenie nie rozwijają się równoległe i równomiernie. Krzywe ilustrujące ich rozwój wielokrotnie się schodzą i rozchodzą. Przecinają się, to znów zbliżają się do siebie i biegną

88 *Ibidem*.

89 *Ibidem*, s. 275.

90 *Ibidem*, s. 276.

91 Dialektyka (gr. *dialektike (techne)* – sztuka dyskusowania) w filozofii marksistowskiej nauka o powszechnych prawach rozwoju rzeczywistości, ujmująca wszystkie zjawiska w powiązaniu i uwarunkowaniu wzajemnym, traktująca rozwój jako walkę wewnętrznych przeciwieństw, oraz oparta na tej teorii metoda poznawania, a zarazem rewolucyjnego przekształcania świata, zob. *Słownik wyrazów obcych*. PWN, Warszawa 1980, s. 151.

92 M. Geppert, *Kształtowanie wyobrażeń i pojęć uczniów w świetle pedagogiki radzieckiej*, Warszawa 1966, s. 26-29.

równolegle. W niektórych odcinkach nawet pokrywają się, lecz potem znowu się rozchodzą. Dotyczy to tak filogenezy, jak i ontogenezy⁹³.

Aby „odkryć” mowę, trzeba „myśleć” – stwierdza L.S. Wygotski. W dalszych rozważaniach na temat mowy i myślenia L.S. Wygotski podkreśla wyjątkowe znaczenie dla rozwoju myślenia procesu mowy wewnętrznej. „Jest ono tak wielkie, że wielu psychologów nawet utożsamia mowę wewnętrzną z myśleniem”⁹⁴. Poruszając problem mowy egocentrycznej, podkreśla jej ekspresyjną i rozładowującą funkcję. „Mimo że po prostu towarzyszy aktywności dziecka, bardzo łatwo staje się myśleniem sensu stricto, tzn. przyjmuje funkcję planowania operacji, rozwiązania nowego zadania, pojawiającego się w toku zachowania się”⁹⁵. Mowa nie stanowi żadnego wyjątku od ogólnej reguły rozwoju jakiegokolwiek operacji psychicznej, wymagającej użycia znaków – stwierdza L.S. Wygotski. Badacz wyróżnia cztery stadia mowy i myślenia.

I. Stadium – tzw. prymitywne (naturalne)

Ma miejsce wówczas, kiedy różne operacje występują w takiej postaci, w jakiej się uformowały na stopniu prymitywnego zachowania się.

II. Stadium – „naiwnej psychologii”

Naiwne doświadczenie dziecka dotyczy cech fizycznych własnego ciała i otaczających je przedmiotów i narzędzi. To naiwne doświadczenie jest czynnikiem określającym sposób użycia narzędzi przez dziecko oraz przebieg pierwszych operacji jego praktycznego umysłu. Opanowanie struktur i form gramatycznych wyprzedza w tym stadium opanowanie struktur i operacji logicznych. Dziecko opanowuje składnię mowy wcześniej od składni myśli. Badania J. Piageta dowiodły niezbicie, że rozwój gramatyki u dziecka wyprzedza rozwój jego logiki, a operacje logiczne odpowiadające opanowanym już wcześniej strukturom gramatycznym rozwijają się stosunkowo późno.

III. Stadium – znaku zewnętrznego

W miarę jak owo naiwne doświadczenie psychiczne stopniowo wzrasta, następuje stadium operacji zewnętrznych, za pomocą których dziecko potrafi rozwiązać wewnętrznie różne zadania umysłowe⁹⁶. W rozwoju mowy odpowiada mu mowa egocentryczna.

IV. Stadium – „wzrastania”

W stadium tym operacja zewnętrzna uchodzi w głąb, staje się operacją wewnętrzną i przez to ulega głębokim zmianom⁹⁷. W zakresie mowy jej odpowiednikiem jest mowa wewnętrzna, czyli bezgłośna. Między operacjami zewnętrznymi i wewnętrznymi-

93 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 178.

94 *Ibidem*, s. 197.

95 *Ibidem*, s. 199.

96 Ma tu miejsce stadium liczenia na palcach, używania znaków mnemotechnicznych w zapamiętywaniu, jak podaje L.S. Wygotski.

97 Przykładem może być zachowanie czegoś w pamięci albo tzw. pamięć logiczna, która posługuje się „relacjami wewnętrznymi” w postaci znaków wewnętrznych.

mi istnieje stałe współdziałanie, jedna forma operacji przechodzi w drugą. Najlepszym tego przykładem jest mowa wewnętrzna, która zbliża się do mowy zewnętrznej. Może nawet całkowicie się z nią utożsamić, jeśli zajdzie taka potrzeba⁹⁸.

L.S. Wygotski zwraca także uwagę na różnice między znaczeniem słów, jakie nadaje im dziecko a znaczeniem nadawanym im przez dorosłych. W języku dorosłych każde słowo reprezentuje pojęcie (znaczenie każdego słowa jest pojęciem), natomiast znaczeniem słów małego dziecka są – według L.S. Wygotskiego – tzw. synkrety⁹⁹ i kompleksy. Należy jednak zaznaczyć – jak podkreśla M. Geppert – że nawet w tym wczesnym okresie mowy dziecka (kiedy słowa jeszcze nie wyrażają pojęć w pełnym znaczeniu tego terminu), słowa spełniają już jednak funkcje uogólniające, oznaczając wiele przedmiotów, cech, właściwości czy czynności. Już we wczesnym dzieciństwie znaczenie słowa jest uogólnieniem. Dźwięk odpowiadający słowu staje się znakiem. Nie tylko stanowi środek ekspresji uczuć, nie tylko sygnał działania, lecz także staje się już znakiem, który dzięki znaczeniu oznacza wiele przedmiotów. Stopniowo z synkretów powstają kompleksy, a wreszcie pojęcia *sensu stricto*¹⁰⁰.

Dziecko, które nauczyło się mówić do otoczenia, zaczyna też mówić do siebie samego. Jest to tzw. mowa egocentryczna (monolog dziecka), która niejako odrywa się od jego mowy społecznej, pełniąc funkcję orientacji i planowania. Czynność społeczna przetworzyła się w postępowanie indywidualne. W końcu mowa egocentryczna przetwarza się w mowę wewnętrzną.

Myślenie dziecka rozwija się w zależności od opanowania przez nie społecznych środków myślenia, czyli w zależności od mowy, a znaki słowne i symbole słowne stają się integralnym elementem procesów psychicznych i zachowania dziecka – stwierdza M. Geppert¹⁰¹. Według L.S. Wygotskiego, myślenie stanowi przeniesioną do wnętrza dyskusję między ludźmi, połączoną z operowaniem przedmiotami, polegającą na manipulowaniu nimi np. w postaci układania patyczków. Ten dynamizm przenoszenia do wnętrza działań zewnętrznych L.S. Wygotski nazywa interioryzacją¹⁰². Logika myślenia słowno-pojęciowego jest odmienna od logiki myślenia wyobrażeniami. Wyobrażenia występują i porządkują się zgodnie z następstwem czasowym i przestrzen-

98 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 200-201.

99 Synkretyzm w psychologii to spostrzeganie pewnych rzeczy całościowo, bez wyodrębnienia poszczególnych części, spowodowane brakiem zdolności do analizy i syntezy; występuje np. u niemowląt, zob. *Słownik wyrazów...*, s. 722.

100 M. Geppert, *op. cit.*, s. 32.

101 *Ibidem*, s. 33-34.

102 Interioryzacja (uwewnętrznianie), to przekształcanie się czynności zewnętrznych, wykonywanych na przedmiotach, w coraz bardziej złożone czynności umysłowe. Warunkiem tego przekształcania się jest obcowanie społeczne dziecka z dorosłymi. Z tą koncepcją wiązała się między innymi krytyka pojęcia egocentryzmu propagowana przez J. Piageta: według L.S. Wygotskiego, który wiele badań poświęcił rozwojowi mowy i myślenia, linia rozwoju prowadzi nie od mowy egocentrycznej dziecka do mowy uspołecznionej, lecz odwrotnie, źródłem mowy jest bowiem zewnętrzna funkcja społecznego porozumiewania się. Zob. M. Żebrowska, Z. Babska, *op. cit.*, s. 89.

nym odpowiadających im spostrzeżeń. Nie mogą być sobie podporządkowane ani nie posiadają stopnia ogólności. Po prostu stają obok siebie. Dlatego w myśleniu konkretno-obrazowym rzadko występują sprzeczności. Logika pojęć jest odmienna od logiki wyobraźni. Pod wpływem mowy dziecko zaczyna wyróżniać nazwy ogólniejsze i mniej ogólne oraz odpowiadające im ogólniejsze i mniej ogólne pojęcia – podaje w swej analizie M. Geppert¹⁰³.

Teorie mowy i myślenia rosyjskich psychologów przyjęły zgodnie twierdzenie o wzajemnej zależności i wpływie mowy, myślenia abstrakcyjno-słownego i myślenia konkretno-obrazowego.

Przekształcenie przedstawienia w pojęcie realizuje się w pełni i zakończone zostaje dopiero wówczas, gdy uformowana w myśleniu treść pojęcia utrwali się, przybierając formę słowa, połączona z dźwiękiem treść pojęcia nabiera niezbędnej jasności. Tak więc słowo przyczynia się do powstania pojęcia i stanowi ukoronowanie procesu jego kształtowania¹⁰⁴.

Główne tezy wynikające z przedstawionych teorii mowy i myślenia to:

- Słowa i mowa kształtują myślenie w ogóle, a zwłaszcza wyobrażenia i pojęcia.
- Między myśleniem konkretno-obrazowym a myśleniem pojęciowym abstrakcyjno-słownym (językowym) zachodzi wzajemny, nierozzerwalny związek¹⁰⁵.

S.L. Rubinsztejn o rozwoju myślenia wypowiada się następująco:

Rozwój myślenia zaczyna się w płaszczyźnie działania, w obrębie spostrzegania lub na jego podstawie. Dziecko z początku manipuluje przedmiotami, nie licząc się z ich właściwościami specyficznymi. Wykonuje te lub inne reakcje czy funkcje na materiale, który mu wpada w ręce. [...] Bardzo wczesnie w procesie umysłowego rozwoju dziecka bierze udział mowa. Pierwsze słowa, których dziecko używa, są też pierwszymi elementarnymi uogólnieniami, którymi zaczyna ono operować. Własna aktywność dziecka zachowuje przy tym swoje znaczenie w ciągu całego jego rozwoju umysłowego. Przejawia się ona częściowo w formie zabawy, w czasie której dziecko poznaje niektóre zmysłowe właściwości przedmiotów. [...] Jego rozwój umysłowy nie odbywa się wyłącznie na wąskiej podstawie jego osobistego doświadczenia praktycznego. Już od pierwszych swoich kroków zależy od osiągnięć praktyki społecznej przekazywanej mu przez dorosłych, którzy je otaczają i wychowują¹⁰⁶.

Wybitny psycholog gruziński D.N. Uznadze również zwrócił uwagę na rolę słowa w procesie powstawania pojęć. Jego zdaniem w procesie komunikowania się słowo stopniowo nabiera specjalnego znaczenia. Istnieją – stwierdza – funkcjonalne ekwiwalenty pojęć, stanowiące znaczenie słów, które stopniowo stają się pojęciami¹⁰⁷. J. Piaget na podstawie badań mowy dziecka dokonał jej klasyfikacji, rozróżniając osiem zasadniczych kategorii¹⁰⁸.

103 M. Geppert, *op. cit.*, s. 34-35.

104 Ł.O. Riezniakow, *Pojęcie i słowo*, Warszawa 1960, s. 16.

105 M. Geppert, *op. cit.* s. 45-46.

106 J.S.L. Rubinsztejn, *op. cit.*, s. 499.

107 M. Geppert, *op. cit.*, s. 70.

108 J. Piaget, *Mowa i myślenie...*, s. 39-41.

Mowa egocentryczna składa się z następujących elementów: powtarzanie (echolalia), monologowanie, monologowanie we dwoje lub zbiorowe.

Mowa uspołeczniona dotyczy takich aktywności, jak: informowanie przystosowane, krytykowanie, rozkazy, prośby i groźby, pytania, odpowiedzi.

Powyższe kategorie J. Piaget traktuje jako typy wypowiedzi dziecięcych. Ponadto rozpatruje zagadnienia rozwoju tych typów, jednych w stosunku do drugich, jako stadia.

Stadium I to monolog zbiorowy, który ma jeszcze cechy myślenia egocentrycznego.

Nie ma w nim jeszcze właściwej rozmowy, bo każde dziecko mówi tylko dla siebie nawet wówczas, gdy zdaje się zwracać do kogoś specjalnie. [...] Ten monolog zbiorowy stanowi punkt wyjścia rozmowy dziecięcej, gdyż występują w nim zamknięte w sobie grupy, jakby związki następujących po sobie wypowiedzi¹⁰⁹.

Stadium II i III mają już cechy właściwej rozmowy i mowy uspołecznionej.

J. Piaget dokonał podziału rozmów na dwie serie: A i B, równoległe w stosunku do siebie z genetycznego punktu widzenia (stadium II A odpowiada stadium II B, a stadium III A – stadium III B): źródłami ich są: dla serii A – zgodność działań i poglądów, zaś dla serii B – niezgodność, która zaczyna się od zwyczajnej kłótni, stopniowo przechodząc w mniej lub bardziej udoskonalone dyskusje. Stadium II A może przybierać formę dwóch typów jednoczesnych. „Pierwszy typ rozmów to taki, w których każde dziecko, mówiąc o tym, co robi, dołącza do tego swojego rozmówcę”¹¹⁰.

W drugim typie, przeciwnie. Istnieje „współdziałanie w działaniu (lub w myśleniu), związanym z działaniem (w myśleniu nieabstrakcyjnym) w tym sensie, że rozmowa dotyczy czynności, która jest wspólna dla obu rozmówców”¹¹¹. W stadium III A pojawia się współdziałanie w sferze abstrakcji¹¹², jak to nazywa J. Piaget, polegające na wspólnym poszukiwaniu wyjaśnienia lub wspólnej dyskusji nad prawdziwością faktu lub wspomnienia. Dziecko w miarę przechodzenia do kolejnych stadiów nie zaprzestaje rozmów charakterystycznych dla stadiów poprzednich. W stadium II B pojawia się kłótnia, będąca prostym przeciwstawieniem rozbieżnych czynności. J. Piaget określa to mianem starcia twierdzeń związanych z pragnieniami, subiektywnymi ocenami, rozkazami i groźbami lub dyskusją pierwotną (bez uzasadnienia ani dowodzenia twierdzeń). Dopiero w stadium III B kłótnia przeradza się w prawdziwą dyskusję, połączoną z motywowaniem wypowiedzianych zdań.

109 *Ibidem*, s. 87.

110 *Ibidem*, s. 88.

111 *Ibidem*.

112 J. Piaget określa to następująco: „Za abstrakcyjną należy uznać myśl dziecięcą, nie związaną już z obecną czynnością, lecz taką, która usiłuje znaleźć wyjaśnienie, odtworzyć historię lub wspomnienia, rozważając kolejność okoliczności lub prawdziwość opowiadań”, zob. *ibidem*.

J. Piaget zwraca także uwagę na brak związku czasowego między stadiami oraz na pewną równoległość w ich występowaniu¹¹³. O rzeczywistym rozumieniu między dziećmi – podaje J. Piaget – można mówić dopiero w wieku powyżej 7 lub 8 lat (ponieważ egocentryzm dziecięcy odgrywa największą rolę tylko do 7-8 lat, czyli do wieku, w którym zaczynają się zarysowywać nawyki myślenia uspołecznionego). J. Piaget podaje w trzech punktach różnicę między myśleniem egocentrycznym a uspołecznionym:

- charakter niedyskursywny myślenia, które przechodzi wprost od przesłanek do wniosków, za pośrednictwem jednego aktu intuicyjnego, nie przechodząc przez dedukcję,
 - stosowanie schematów obrazowych,
 - stosowanie schematów, opartych na analogii.
- Te trzy znamiona charakteryzują bardzo ogólnie zjawisko myślenia, są jednak zupełnie przypadkowe, bo niewyraźne i arbitralne¹¹⁴.

Dziecko między 6.-7. a 11.-12. rokiem życia, jak stwierdza J. Piaget, może już nie wykazywać żadnej pozostałości synkretyzmu w inteligencji percepcyjnej¹¹⁵ i zachować równocześnie wyraźne ślady synkretyzmu w inteligencji słownej¹¹⁶. Natomiast synkretyzm występujący powyżej 7.-8. roku życia badacz nazywa synkretyzmem słownym¹¹⁷.

Zdaniem J. Piageta i L.S. Rubinsztejna¹¹⁸ egocentryzm stanowi całą strukturę myślenia, od którego zależy to „jak sobie dziecko świat przedstawia”. J. Piaget nazywa to dziecięcym poglądem na świat, wyznaczonym z góry przez strukturę jego myślenia. Twierdząc, że dopiero późniejsza socjalizacja myślenia dziecka, która przewycięży tkwiący rzekomo w naturze dziecka egocentryzm, czyni myślenie to inteligentnym i logicznym Piaget staje na pozycjach jawnego konwencjonalizmu – analizuje S.L. Rubinsztein¹¹⁹. Wskutek tego rozwój myślenia sprowadza J. Piaget do zmiany punktów widzenia: „egocentryczny” – „uspołeczniony”. Rozwój ten traktuje tu niezależnie od obiektywnej treści poznawczej, którą dziecko przyswaja sobie w toku nauczania. Niedostateczne uwzględnienie zależności form myślenia od jego treści, która w rzeczywistości odgrywa rolę kierującą, uniemożliwia J. Piagetowi wykrycie prawdziwych dróg rozwoju myślenia, które odbywa się w nieustannym wzajemnym oddziaływaniu formy i treści – omawia S.L. Rubinsztein¹²⁰.

L.S. Wygotski upatruje w mowie egocentrycznej przejście między mową zewnętrzną a wewnętrzną. Jego zdaniem wraz z rozwojem dziecka nie następuje zanikanie mowy egocentrycznej, jak twierdził J. Piaget, ale jej interioryzacja. Na poparcie tego stano-

113 *Ibidem*. s. 89-90.

114 *Ibidem*, s. 164.

115 Czyli w myśleniu związanym z bezpośrednią obserwacją, czy towarzyszy mu mowa, czy też nie.

116 Czyli w myśleniu oderwanym od obserwacji bezpośredniej.

117 J. Piaget, *Mowa i myślenie...*, s. 165.

118 S.L. Rubinsztein, *op. cit.*, s. 532.

119 *Ibidem*, s. 533.

120 *Ibidem*.

wiska autor przytacza przykład, że mowa egocentryczna występuje także u dorosłych, kiedy obmyślają, planują swoje działania. Mowa taka posiada wszystkie cechy mowy egocentrycznej i różni się wyraźnie od mowy socjalnej, tym, że jest skrócona i niezrozumiała dla otoczenia¹²¹.

L.S. Wygotski położył nacisk na analizę procesów umysłowych w ujęciu genetycznym. W wyniku badań ustalił etapy rozwoju pojęć u dziecka według kryterium uogólnienia i abstrakcji: od uogólnienia bezpośredniego – zmysłowego, synkretycznego, poprzez poglądowo-sytuacyjne, aż do pojęciowego, opartego na słowie. Ważnym jego odkryciem było dostrzeżenie tego, że na każdym z tych etapów występują inne procesy umysłowe doprowadzające do uogólnienia. Badania nad rozwojem pojęć doprowadziły L.S. Wygotskiego do postawienia szerszego problemu, który określał jako semantyczne i systemowe kształtowanie świadomości. Warunkiem niezbędnym do tego rozwoju świadomości jest opanowanie mowy. Ale nie jest to warunek wystarczający – tłumaczy E. Franus¹²². Istnieje jeszcze drugi warunek konieczny – działanie konkretne na przedmiotach, polegające na manipulowaniu nimi.

Istotą rozwoju pojęć – podkreśla dalej L.S. Wygotski – jest przejście z jednej struktury uogólnienia w drugą, ponieważ w każdym wieku każde znaczenie słowa jest uogólnieniem.

Gdy dziecko po raz pierwszy przyswoi sobie nowe słowo, związane z określonym znaczeniem, rozwój tego słowa nie kończy się, lecz dopiero zaczyna. Słowo to na początku jest uogólnieniem typu najbardziej elementarnego, a dopiero w miarę rozwoju dziecka owo elementarne uogólnienie zmienia się w coraz to wyższe typy, aż do utworzenia prawdziwego pojęcia¹²³.

S.L. Rubinsztejn podkreśla, że „każde dziecko ma swoją indywidualną drogę rozwoju. Różne dzieci rozwijają się nie tylko w różnym tempie, ale przechodzą indywidualnie przez rozmaite stopnie rozwoju”¹²⁴. Jednak obok indywidualnej drogi rozwoju każdego osobnika, istnieją też ogólne prawa rozwoju dziecka¹²⁵. W warunkach naturalnych, w życiu kształtowanie się pojęć nie idzie wyłącznie drogą logiczną, drogą laboratoryjną. Rzeczywisty rozwój pojęć i związanych z nimi form myślenia następuje w procesie zdobywania wiedzy i odbywa się na dwóch drogach: w bezpośrednim doświadczeniu życiowym (droga logiczna, samorzutne kształtowanie się pojęć) oraz w procesie systematycznego szkolnego nauczania (pojęcia wyuczone, naukowe) – komentuje M. Cackowska¹²⁶. Tak więc rzeczywisty proces kształtowania się pojęć idzie z dwóch stron. Od strony ogólnego do konkretnego i od strony konkretnego do ogólnego.

121 M. Cackowska, *Myślenie i mowa w ujęciu L.S. Wygotskiego*, „Ruch Pedagogiczny” 1961, nr 5, s. 50.

122 E. Franus, *Przedmowa*, [w:] L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 12.

123 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 291.

124 S.L. Rubinsztejn, *op. cit.*, s. 228.

125 *Ibidem*, s. 228.

126 M. Cackowska, *Myślenie i mowa w ujęciu L.S. Wygotskiego*, „Ruch Pedagogiczny” 1961, nr 5, s. 58.

Tabela 4. Pojęcia według J. Piageta i L.S. Wygotskiego

J. PIAGET	L.S. WYGOTSKI
Przeciwstawiał sobie dwie grupy pojęć: pojęcia samorzutne, spontaniczne oraz pojęcia niesamorzutne, wyuczone. Obie te grupy pojęć są według J. Piageta zupełnie odrębne od siebie, rozwijają się od siebie niezależnie i przy tym tylko pojęcia spontaniczne odzwierciedlają właściwości umysłu dziecka. Proces socjalizacji myśli i związane z tym kształtowanie się pojęć niesamorzutnych występują niezależnie od rozwoju dziecka i polegają na wypieraniu, usuwaniu wrodzonych właściwości umysłu dziecięcego. Na przestrzeni całego rozwoju dziecka ta walka dwóch antagonistycznych tendencji jest czynnikiem decydującym w całości kształcie rozwoju myślenia dziecka. Wraz z wiekiem wzrasta przewaga pojęć niesamorzutnych, a w 11.-12. roku życia ta przewaga ustala się ostatecznie.	Zdaniem L.S. Wygotskiego problem pojęć spontanicznych i niespontanicznych jest tylko elementem bardziej szerokiego problemu pojęć codziennych, życiowych, naukowych. Przy czym pojęcia te posiadają wszystkie cechy myślenia dziecięcego na danym etapie. Pojęcia naukowe muszą jednak opierać się na pojęciach codziennych, rozwiniętych w dostatecznym stopniu, z drugiej strony same nie wpływają przekształcająco na pojęcia codzienne. Mimo tego, drogi ich powstawania są różne. Pojęcia naukowe przyswaja dziecko w toku nauczania, zaś codzienne na drodze osobistych doświadczeń. Naukowe pojęcia przyswajane są jako werbalne, abstrakcyjne, poprzez określenia i definicje. Ich konkretyzacja dokonuje się w na podstawie poprzedniego uogólnienia. Zaś pojęcia samorzutne są bezpośrednie, konkretne i dopiero stopniowo podnoszone są do uogólnień.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: M. Cackowska, *Myślenie i mowa w ujęciu L. S. Wygotskiego*, „Ruch Pedagogiczny” 1961, nr 5, s. 59-60.

nego prawie równocześnie¹²⁷. Dotychczasowe pojęcia przyswojone sobie przez dziecko, a które to J. Piaget nazywa spontanicznymi, a L.S. Wygotski określa życiowymi i codziennymi, pod wpływem pojęć naukowych zmieniają swoją strukturę, zostają stopniowo włączone do nowego poznawczego stosunku do świata. M. Cackowska stwierdza, że jest to przełom w psychicznym rozwoju dziecka, przejście na nowy etap widzenia otaczającej rzeczywistości¹²⁸.

3. Dojrzałość szkolna dziecka

Nie przejmuj się, jeżeli masz problemy z matematyką. Zapewniam Cię, że ja mam jeszcze większe.

Albert Einstein

Obserwacja dziecka w naturalnych warunkach, jak też praktyka pedagogiczna i badania eksperymentalne wykazują istnienie optymalnego okresu, w którym nauka dziecka i wychowanie w danej dziedzinie przynosi najlepsze rezultaty. „Chodzi o to, aby nie

¹²⁷ *Ibidem*.

¹²⁸ *Ibidem*, s. 59.

rozpocząć nauki przedwcześnie; jak też by nie stwarzać możliwości uczenia się lub ćwiczenia danej funkcji za późno¹²⁹.

Dojrzałość szkolna nie jest uwarunkowana biologicznie. Składają się na nią różnorodne doświadczenia dziecka w sferze: motorycznej, umysłowej, emocjonalnej i społecznej – stwierdza M. Przetacznikowa¹³⁰.

L.S. Wygotski wprowadził pojęcie „strefy najbliższego rozwoju” oraz opracował metodę wykrywania tejże strefy.

Różnica między wiekiem intelektualnym, czyli wiekiem rozwoju aktualnego, określanym na podstawie analizy samodzielnego rozwiązywania zadań, a stopniem rozwoju określanym na podstawie analizy samodzielnego rozwiązywania przez dziecko zadań niesamodzielnie, przy czyjej pomocy jest właśnie czynnikiem określającym strefę najbliższego rozwoju dziecka¹³¹.

Zdaniem zaś E.B. Hurlock użytecznymi wskaźnikami gotowości dziecka do uczenia się są przede wszystkim zainteresowania daną dziedziną i długość czasu, w ciągu którego się one przejawiają, a także wyniki uzyskane poprzez ćwiczenia. „Jeżeli zainteresowania dziecka szybko przemijają albo jeżeli nie czyni ono wyraźnych postępów, pomimo przeprowadzania z nim ćwiczeń, należy wówczas zastanowić się, czy dziecko jest dojrzałe do uczenia się¹³². Przystosowanie do wymagań szkoły jest niezbędnym warunkiem dalszych postępów w rozwoju umysłowym, uczuciowym i społecznym dziecka, a zarazem ich wskaźnikiem i przejawem – podkreśla M. Przetacznikowa¹³³. Autorka omawia dojrzałość dzieci do nauki szkolnej, określając je następująco:

- są wystarczająco na swój wiek rozwinięte fizycznie i ruchowo, przy czym opanowały już w pewnej mierze precyzyjne ruchy rąk i palców niezbędne przy pisaniu;
- mają dość duży zasób wiedzy o świecie i orientację w bliskim otoczeniu;
- potrafią porozumiewać się z dorosłymi i rówieśnikami za pomocą mowy potocznej, zrozumiałej dla odbiorcy;
- są zdolne do działania intencjonalnego, to jest podejmują czynności zmierzające do określonego celu i wykonują je do końca;
- przejawiają w zachowaniu swym określony stopień socjalizacji, to jest liczą się nie tylko z własnymi chęciami i życzeniami, lecz także uwzględniają życzenia rówieśników, potrafią z kolegami zgodnie współdziałać i podtrzymywać z nimi przyjazne kontakty, jak również wykonują polecenia dorosłych skierowane do całej grupy dzieci;
- potrafią opanować swoje emocje, a więc powściągnąć gniew i złość, lęk i obawę, a w każdym razie nie uzewnętrzniają gwałtownie i w niepojętym sposób swych stanów uczuciowych¹³⁴.

129 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 48.

130 M. Przetacznikowa, *Wiek...*, s. 512.

131 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 356.

132 E.B. Hurlock, *op. cit.*, s. 42.

133 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 132.

134 *Ibidem*, s. 132.

N.F. Tałyżina zaznacza, że „program sterowania procesem uczenia się powinien gwarantować przechodzenie kształtowanych rodzajów czynności psychicznych przez wszystkie podstawowe i jakościowe etapy tego procesu”¹³⁵.

H. Aebli z kolei podkreśla, że:

Rozumieć jakąś regułę, to znaczy być zdolnym do zinterioryzowanego wywołania określonych operacji przestrzennych i liczbowych. Słowa i ich połączenia, jakimi są zdania, stanowią więc znaki¹³⁶, a operacje – znaczenia tych znaków. Znaki i znaczenia są aktami psychicznymi, przy czym pierwsze – sensoryczno-motorycznymi, a drugie – rozumowymi i najczęściej zinterioryzowanymi; łączenie jednych z drugimi pozwala człowiekowi na wyrażanie własnych myśli i rozumienie wyrażen myślowych innych ludzi¹³⁷.

Procesy poznawcze dzieci w młodszym wieku szkolnym charakteryzuje dynamiczny rozwój, dokonujący się w kierunku wyodrębniania się i usamodzielniania czynności umysłowych – jak twierdzi L. Wołoszynowa¹³⁸.

Młodszy wiek szkolny jest okresem kształtowania się i doskonalenia operacji konkretnych. Dotyczy to zwłaszcza II jego fazy. W fazie I dziecko operuje jeszcze wyobrażeniami w sposób przedoperacyjny, a poziom czynności umysłowych jest w bardzo dużym stopniu uzależniony od ich konkretnej treści. W fazie II dziecko, operując coraz bardziej złożonymi pojęciami, potrafi nie tylko przeprowadzić rozumowanie, ale i wrócić do punktu wyjścia¹³⁹.

Zdaniem L. Wołoszynowej odwracalność operacji myślowych dziecka, które potrafi już ująć konkretny materiał z różnych punktów widzenia, stanowi kryterium osiągnięcia przezeń poziomu operacyjności tej funkcji. Z kolei J.S. Bruner odwracalność interpretuje następująco: „odwracalność polega na tym, że operacje charakteryzuje tzw. całkowita kompensacja, tzn. każdą z nich można skompensować operacją odwrotną”¹⁴⁰. Według cytowanych autorów, koniecznym warunkiem kształtowania się pojęć jest osiągnięcie odwracalności myślenia. Odwracalność stanowi też warunek uznania czynności myślowych za operacje¹⁴¹. Dziecko w młodszym wieku szkolnym dokonuje operacji myślowych za pomocą manipulacji przedmiotami lub wyobrażeniami konkretnych przedmiotów, ale dokonuje też już niejednokrotnie prób odrywania się w myśleniu od konkretnej treści przedmiotów i operowania symbolami¹⁴². H. Aebli podkreśla, że to właśnie operacje:

135 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 43.

136 Znak jest symbolem umownym. Symbol (w wąskim znaczeniu tego słowa) jest znakiem, który jest podobny do oznaczonego przedmiotu. Słowo jest znakiem, rysunek – „symbolem”. Zob. H. Aebli, *Dydaktyka psychologiczna*, Warszawa 1959, s. 85.

137 *Ibidem*, s. 85-86.

138 L. Wołoszynowa, *Młodszy wiek...*, s. 562.

139 *Ibidem*, s. 562-563.

140 J.S. Bruner, *Poza dostarczone informacje*, Warszawa 1978, s. 684.

141 A. Jurkowski, *Ontogeneza mowy i myślenia*, Warszawa 1986, s. 147.

142 L. Wołoszynowa, *Młodszy wiek...* s. 563.

[...] wywierają decydujący wpływ na rozwój inteligencji, w przeciwieństwie do obrazów, które spełniają rolę elementów względnie statycznych, migawkowo tylko przewijających się od czasu do czasu poprzez przekształcenia operacyjne. Obraz jest więc symbolem operacji, symbolem, którego spostrzeżenie czy wyobrażenie pozwala podmiotowi wywołać całą operację¹⁴³.

Z badań nad kształtowaniem się logicznych operacji u dzieci dowiedziono, że operacje te nie powstają jednocześnie, ale w dwóch kolejnych etapach.

Operacje zdaniowe (logika zdań) wraz z ich szczególnymi strukturami całościowymi, to jest strukturami sieci oraz grupy o czterech transformacjach (identyczność, inwersja, wzajemna zwrotność i korelatywność) pojawiają się dopiero w wieku około 11-13 lat, a organizują się w sposób systematyczny dopiero między 13. a 15. rokiem życia. W przeciwieństwie do tego, od wieku 7-8 lat, obserwujemy tworzenie się systemów operacji logicznych, które nie dotyczą jeszcze zdań jako takich, ale samych przedmiotów, ich klas i relacji, a organizują się jedynie w związku z rzeczywistymi czy wyobrażeniowymi manipulacjami tymi przedmiotami. Ten pierwszy zespół operacji, które nazwiemy operacjami konkretnymi, polega jedynie na operacjach dodawania i mnożenia klas i relacji, to jest na klasyfikowaniu, szeregowaniu, podporządkowywaniu¹⁴⁴.

Badania J. Piageta i B. Inhelder w odniesieniu do pojęć stałości wykazały, że ogół badanych dzieci do 5. roku życia znajduje się w stadium przedoperacyjnym, natomiast od 6. roku życia w stosunku do niektórych zadań (polegających na porównywaniu ilości masy), niektóre dzieci weszły już w stadium operacji konkretnych, pozostając jednak w obrębie stadium przedoperacyjnego w stosunku do zadań dotyczących porównywania ciężaru czy objętości. Dopiero dzieci w wieku lat 11 w 80% osiągają poziom operacyjny pełny w stosunku do porównywania objętości¹⁴⁵. Mimo tych przesunięć – w zależności od treści pojęcia, do którego odnoszą się procesy myślowe – stwierdzona została absolutnie stała kolejność genetyczna: poziom operacji występuje zawsze najpierw w stosunku do masy, następnie do ciężaru, a pod koniec dopiero obejmuje objętość. Mimo że ogólne zmiany strukturalne procesu poznawczego dokonują się w niezmiennej kolejności, to:

- w okresach przejściowych między kolejnymi stadiami możliwe jest duże zróżnicowanie poziomu, natomiast w okresach, gdy dane stadium jest już w pełni osiągnięte, poziom jest o wiele bardziej wyrównany,
- zmiany świadczące o ukształtowanej, określonej strukturze nie ujawniają się zawsze jednocześnie w stosunku do różnych problemów¹⁴⁶.

Dziecko w okresie wczesnoszkolnym charakteryzuje postać myślenia oglądowo-obrazowego, opartego na wyobrażeniach. Natomiast w wyniku rozwoju funkcji mowy regulacyjnej można wyraźnie dostrzec formowanie się wewnętrznego planu działania – na co zwraca uwagę L. Wołoszynowa¹⁴⁷. „Szereg czynności pierwotnie ze-

143 H. Aebli, *op. cit.*, s. 74.

144 J. Piaget, *Studia z psychologii...*, s. 93.

145 A. Szemińska, *Rozwój procesu...*, s. 5.

146 *Ibidem*, s. 6.

147 L. Wołoszynowa, *Młodszy wiek...*, s. 606.

wewnętrznych przekształciło się w procesy wewnętrzne – dokonała się interioryzacja¹⁴⁸. J.S. Bruner określa to zjawisko następująco: „Wraz z pojawieniem się operacji konkretnych dziecko rozwija w sobie struktury zinterioryzowane, za pomocą których dokonuje operacji¹⁴⁹. Coraz bardziej adekwatne poznanie przedmiotu i rozwiązywanie nasuwającego się zadania odbywa się poprzez różnorodne operacje myślowe, które stanowią rozmaite strony procesu myślowego, wzajemnie ze sobą związane i przechodzące jedno w drugie – stwierdza S. L. Rubinsztein. „Do takich procesów należy porównywanie, analiza i synteza, abstrakcja i uogólnianie. Wszystkie te operacje stanowią rozmaite strony głównej operacji myślenia, która polega na wykrywaniu poprzez ogniwa pośrednie coraz bardziej istotnych związków i stosunków obiektywnych¹⁵⁰. Na gruncie polskim badania nad rozwojem operacji myślowych u dzieci i młodzieży prowadził S. Szuman, a następnie jego kontynuatorka M. Przetacznikowa.

Badania nad przebiegiem procesu poznawczego uczniów prowadził K. Lech, wyróżniając trzy poziomy: konkrety, modele obrazowe i struktury pojęciowe¹⁵¹.

Myślenie praktyczne „opiera się na wyobrażeniach przedmiotów, zjawisk i czynności nagromadzonych w praktyce [...]. Jest czynnością bezpośredniego spostrzeżeniowo-ruchowego poznania rzeczywistości i kierowania działaniem w oparciu o to poznanie¹⁵². **Myślenie teoretyczne** natomiast opiera się na twierdzeniach teorii – stwierdza K. Lech, ponieważ jego „wartość zależy od przestrzegania zasad logiki, czyli teorii poprawnego rozumowania [...]. Występuje tam, gdzie wyprowadza się wnioski nie bezpośrednio ze spostrzeżeń i wyobrażeń oraz obrazowych analogii między nimi, lecz pośrednio – z twierdzeń oraz związków formalnych¹⁵³. K. Lech stwierdza także, iż nie ma ostrych granic między myśleniem praktycznym a teoretycznym, lecz stopniowe przejścia. Wszystkie zresztą rodzaje rozumowania typu: wnioskowanie, dowodzenie, sprawdzanie i wyjaśnianie są formami myślenia teoretycznego.

Szczegółne znaczenie dla poznawania przez ucznia podstaw nauk ma wykrycie i ustalenie związków i stosunków przyczynowo-skutkowych. W toku myślenia przyczynowego uczeń najpierw pod kierunkiem nauczyciela przyswaja sobie, a potem przytacza i wynajduje samodzielnie wyjaśnienia i dowody, w zakresie różnych problemów

148 *Ibidem*.

149 J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 684.

150 S.L. Rubinsztein, *op. cit.*, Warszawa 1964, s. 471. Porównywanie według S.L. Rubinszteina poprzez zestawienie ze sobą rzeczy, zjawisk oraz ich właściwości, wykrywa podobieństwa i różnice przedmiotów, a przez to prowadzi do klasyfikacji (*ibidem*). Z kolei analiza jest to myślowe rozczłonkowanie przedmiotu, zjawiska, sytuacji i wykrywanie ich elementów składowych – części, momentów czy stron (*ibidem*). Synteza, według S.L. Rubinszteina, odbudowuje całość rozłożoną przez analizę, wykrywając mniej lub bardziej istotne związki i stosunki elementów przez nią wydzielonych (*ibidem*).

151 K. Lech, *Nauczanie wychowujące w praktyce szkolnej*, Warszawa 1974, s. 32.

152 *Idem*, *Rozwijanie myślenia uczniów przez łączenie teorii z praktyką*, Warszawa 1963, s. 132-133.

153 *Ibidem*, s. 132-134.

z poznanych podstaw nauk¹⁵⁴. Ponadto przyswojona wiedza zostaje uporządkowana w pewien system przy pomocy specjalnej formy czynności myślowych – systematyzacji¹⁵⁵. Cały wiek szkolny – zaznacza L. Wołoszynowa – charakteryzuje się umiejętnością dokonywania odwracalnych operacji myślowych.

Właściwości kształtowania pojęć u dzieci w pierwszych latach nauki szkolnej L. Wołoszynowa ujmuje następująco:

- Opanowywanie pojęć naukowych odbywa się stopniowo. Na pierwszym etapie dzieci poznają niektóre istotne zewnętrzne cechy przedmiotów i zjawisk, następnie opanowują ich cechy głębsze i bardziej istotne, dochodząc do ujmowania praw ich powstawania i rozwoju.
- Rozwijają się procesy myślowe i przejawiają się nowe sposoby rozumowania i dowodzenia w związku z przyswajaniem pojęć i zapoznawaniem się z ich nową treścią. Pojawia się również nowy stosunek do zjawisk, co z kolei pozwala na ujęcie treści pojęcia w sposób coraz bardziej złożony.

Pod kierunkiem nauczyciela w trakcie nauczania powiększa się i przekształca zasób pojęć i wyobrażeń dziecka. Wszystkie nowe pojęcia budowane są na bazie zasobu wyobrażeń przedmiotów i zjawisk konkretnych, znanych dziecku z własnego doświadczenia. Jednakże te nowe wyobrażenia różnią się od dawnych nie tylko sposobem powstawania (pośrednim) poprzez inne wyobrażenia, lecz i tym, że są mniej pogłębione i konkretne, bardziej uogólnione. W trakcie formowania pojęć przez wyodrębnianie i uogólnianie cech istotnych, dokonuje się również ich systematyzacja. Każde pojęcie zaczyna mieć określone miejsce w systemie innych pojęć dzięki temu, że jest z nimi powiązane w określony sposób, odzwierciedlający związki realnej rzeczywistości. W procesie powstawania nowego pojęcia, tworzone są coraz bardziej obiektywne podstawy do wydawania sądów, rozwoju rozumowania i wnioskowania oraz coraz sprawniejszego dokonywania operacji myślowych. Zależność ta jest obustronna, gdyż wyższy poziom myślenia warunkuje szybsze i sprawniejsze nabywanie pojęć ogólnych i operowanie nimi.

Pod koniec tego okresu dzieci – jeśli są przygotowywane przez odpowiednie treści i metody nauczania począwszy od klasy pierwszej – nabierają umiejętności przeprowadzania operacji myślowych bez oparcia w konkretnym materiale. Jest to wyraźna zdobycz tego okresu rozwojowego. Wykształcone formy myślenia ucznia łączą się z jego ogólnym rozwojem, pozwalają mu coraz lepiej przyswajać całość wiedzy szkolnej, coraz lepiej orientować się w zjawiskach otaczającego życia i coraz rozumniej działać¹⁵⁶.

154 L. Wołoszynowa, *Rozwój i wychowanie dzieci...*, s. 147; zob. M. Kierzkowski, *op. cit.*, Gdańsk 2012, s. 65-105.

155 L. Wołoszynowa, *Rozwój i wychowanie dzieci...*, s. 147.

156 *Ibidem*, s. 155-158; L. Wołoszynowa, *Młodszy wiek...*, s. 623.

4. Etapy kształtowania pojęć

Myszę, więc jestem.
Kartezjusz

Badania nad rozwojem umysłowym dziecka podkreślają jego charakterystyczny sposób patrzenia na świat, inny na każdym etapie rozwoju¹⁵⁷. Rozpatrując etapy kształtowania pojęć, należy spojrzeć na nie z dwóch stron:

- jako na proces będący odbiciem rozwoju psychicznego (kształtowanie pojęć w ontogenezie),
- jako na proces będący odbiciem procesu dydaktycznego (kształtowanie pojęć w ramach jednostki metodycznej).

Zarówno psycholodzy, jak i pedagodzy proponują wiele różnych podziałów na okresy rozwojowe, niekiedy bardzo się między sobą różniące. Są też i tacy badacze, którzy się wypowiadają przeciwko wszelkim podziałom, zakładając, że rozwój człowieka ma charakter ciągły, jest więc procesem wzrostu poszczególnych funkcji, to jest stałego narastania zmian ilościowych i jakościowych. Według innych, zmiany ilościowe dokonują się stopniowo, zmiany zaś jakościowe są swoistymi skokami rozwojowymi¹⁵⁸.

Przy założeniu, że zarówno czynnik wrodzony, jak i środowiskowy wywiera wpływ na rozwój ontogenetyczny najbardziej znanym stanowiskiem jest teoria konwergencji¹⁵⁹ W. Sterna. Dyspozycje psychiczne, wrodzone i odziedziczone po przodkach – według W. Sterna – nie mają charakteru gotowych właściwości, stanowią jedynie związki cech, które przekształcają się w stałe właściwości człowieka dopiero pod wpływem środowiska. Tak więc środowisko zewnętrzne aktualizuje potencjalne możliwości jednostki – jak podaje M. Przetacznikowa¹⁶⁰. W. Sternowi udało się przewyciężyć jednostronność biologizmu i socjologizmu w psychologii rozwojowej. Nie podzielał również przekonania zwolenników teorii dwuczynnikowych, że rozwój jest wynikiem sumowania izolowanych wzajemnie czynników wewnętrznych i zewnętrznych, lecz szukał ich wzajemnych uwarunkowań i współdziałania. Związki wrodzone rozumiał jako wieloznaczne zadatki późniejszych właściwości, które kształtują się dopiero w rozwoju dziecka w określonym środowisku zewnętrznym¹⁶¹.

Mniej więcej w tym samym czasie przedstawiciele psychologii materialistycznej wystąpili z tzw. teorią czterech czynników rozwojowych¹⁶². Teoria ta wymienia cztery czynniki działające w ścisłym powiązaniu na rozwój jednostki. Są to:

157 J. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 681.

158 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa 1995, s. 90.

159 Nazwa tej teorii pochodzi od łacińskiego słowa *convergere* oznaczającego zbieganie się. W. Stern był przekonany, że między dziedzicznością i środowiskiem zachodzi zbieżność, współoddziaływanie.

160 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 144.

161 *Ibidem*.

162 Dokonano próby kompleksowego ujęcia najważniejszych, najbardziej istotnych czynników psychicznego rozwoju człowieka – podaje M. Przetacznikowa.

- wrodzone zadatki anatomiczno-fizjologiczne organizmu (zwłaszcza układu nerwowego),
- aktywność własna,
- środowisko,
- wychowanie i nauczanie¹⁶³.

Wrodzone zadatki w zależności od środowiska, w jakim dziecko będzie wzrastać, staną się podstawą różnego rodzaju zdolności albo pozostaną w uśpieniu.

W toku rozwoju dziecko gromadzi aktywnie doświadczenia, zdobywa wciąż nowe wiadomości i sprawności, dzięki czemu coraz lepiej orientuje się w otoczeniu jak również coraz bardziej sensownie, planowo i rozumnie w nim działa. W okresie dzieciństwa i młodości przyswaja doświadczenia poprzednich pokoleń, poznaje świat działalności ludzkiej, jej urzędzenia i wytwory, jak również rozmaite formy organizacyjne życia społecznego: grupy, zrzeszenia społeczne, instytucje itp.

Dorośli od pierwszych dni życia dziecka organizują warunki i tryb jego egzystencji, regulują dopływ bodźców zewnętrznych, kierują jego aktywnością oraz przekazują mu informacje o otaczającym świecie, a także uczą form zachowania. Po prostu dziecko, przebywając wśród dorosłych, uczestniczy (czynnie lub biernie) w procesie wychowania i nauczania¹⁶⁴. Aby dobrze wychować dziecko, trzeba je znać, trzeba znać strukturę jego osobowości, jego umysłu, a w szczególności trzeba wiedzieć, jak rozwija się jego osobowość i intelekt, a psychologia właśnie określa kolejność występowania poszczególnych struktur psychicznych, intelektualnych, uczuciowych itd. Dla dydaktyki jest to ogromnie ważne zagadnienie. Chodzi bowiem o to, aby nie uczyć dzieci znajdujących się dopiero np. w stadium II tego, co wymaga możliwości intelektualnych rozwijających się dopiero w stadium III. Ponadto koniecznością staje się zdawanie sobie sprawy z czynników, które wpływają na rozwój, aby móc poprzez odpowiednie wychowanie i nauczanie na ten rozwój wpływać, przyczyniać się do prawidłowego przechodzenia na coraz wyższe stadia. J. Piaget podkreśla, iż rozwój psychiczny nie jest wyłącznie zdeterminowany przez wychowanie i nauczanie, nie jest jedynie wynikiem tego wszystkiego, co jest dziecku przekazywane przez dorosłych w szkole i w domu drogą przykładu i języka. Rozwój „spontaniczny” według J. Piageta jest nie tylko wynikiem wewnętrznego dojrzewania, lecz także przechodzenia na coraz wyższe stadia rozwojowe i zależy od współdziałania czterech czynników:

163 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 146-147; M. Cackowska, *Nauczanie a rozwój...*, s. 55.

164 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 146-147.

- dojrzwania wewnętrznego,
- środowiska fizycznego,
- środowiska społecznego i działania społecznego w tym środowisku,
- równowagi między tymi czynnikami¹⁶⁵.

Ponadto jest procesem czynnym, wypracowanym przez własną działalność dziecka, związaną jak najściślej z materialną i społeczną rzeczywistością. Prawo to J. Piaget uznaje za najważniejszą wytyczną dla pedagogiki¹⁶⁶.

U dziecka w 7.-8. roku życia pojawiają się operacje logiczne odwracalne, prowadzące do uchwycenia tego, co niezmiennie, pomimo zmian w danych spostrzeżeniowych. Operacje te są jednak dokonywane tylko w powiązaniu z jakimiś konkretnymi czynnościami lub przynajmniej przy możliwości odwołania się do spostrzeżeń i wyobrażeń czynności. Dziecko w tym okresie nie jest jeszcze zdolne do przeprowadzania operacji wyłącznie na podstawie przesłanek słownych. Dziecko w okresie od 7 do około 11-12 lat potrafi np. przeprowadzać klasyfikację, ułożyć jakieś przedmioty według określonego porządku, ale tylko wówczas, gdy ma możliwość manipulowania tymi przedmiotami, gdy je widzi. Dlatego okres ten J. Piaget nazywa okresem operacji konkretnych. Gdy dziecko oddala się od konkretnego, gdy nie może odwołać się do uprzednio wykonywanych czynności, nie jest zdolne do wykonania operacji logicznych. Jedno z największych nieporozumień w pedagogice polega na nieuwzględnieniu tej specyficznej cechy umysłu dziecięcego. Jest to tym bardziej niebezpieczne, że dzieci mogą używać pewnych słów, nie rozumiejąc należycie pojęć odpowiadających tym słowom. Język ma tę zaletę, ale jednocześnie wielkie niebezpieczeństwo, że dzieci mogą pamięciowo przyswajać sobie pewne schematy myślowe, odtwarzać je mechanicznie, bez właściwego zrozumienia. Samodzielnie nie umieją przeprowadzić rozumowania wymagającego operacji logicznych, jeśli nie znajdą odniesienia do konkretnych czynności¹⁶⁷. Działania wewnętrznego nie można dziecku zademonstrować, nie można go pokazać ani zobaczyć. A.N. Leontiew wyjaśnia to następująco:

[...] aby wywołać u dziecka nowe działania umysłowe, np. działanie dodawania, należy je uprzednio pokazać dziecku jako działanie zewnętrzne, to jest eksterioryzować je. Następnie jedynie w wyniku stopniowego przekształcania go – uogólniania, specyficznego skracania jego ogniw i zmiany poziomu, na którym zachodzi – następuje jego interioryzacja, to jest przeobrażenie w działanie wewnętrzne, odtąd już całkowicie przebiegające w umyśle dziecka¹⁶⁸.

165 A. Szemińska, *Stadia rozwoju psychicznego...*, s. 391-393.

166 *Ibidem*, s. 394.

167 *Ibidem*, s. 397.

168 K. Lech, *System nauczania*, Warszawa 1971, s. 55.

Zjawisko interioryzacji¹⁶⁹ opisane zostało przez wielu psychologów. Zasadnicze jego znaczenie dla rozwoju podkreślał szczególnie L.S. Wygotski. Systematyczne badania nad tym procesem prowadzili: P.J. Galpierin, D.B. Elkonin oraz J. Piaget ze swoimi współpracownikami¹⁷⁰.

Proces nabywania pojęć zależy od wieku ucznia. Kształtowanie pojęć w ontogenezie, zdaniem W. Okonia, przebiega wraz z rozwojem psychicznym człowieka i można w nim wyróżnić trzy etapy:

- kojarzenie nazw z odpowiadającymi im przedmiotami.
- kształtowanie elementarnych pojęć na podstawie znajomości zewnętrznych cech przedmiotów.
- kształtowanie pojęć naukowych¹⁷¹.

Pierwszy etap ma charakter wstępny. Przygotowuje grunt do właściwego kształtowania pojęć. Rozpoczyna się pod koniec okresu niemowlęcego, a przybiera na intensywności w okresie przedszkolnym i młodszym wieku szkolnym¹⁷².

Drugi etap zachodzi, gdy dziecko jest w okresie edukacji wczesnoszkolnej. „Dalsza praca nad opanowywaniem pojęć polega na coraz to wnikliwszym i głębszym poznawaniu rzeczywistości. Stopniowo przestaje dziecku wystarczać świadomość, co dane słowo sygnalizuje, lecz potrzebna mu już jest dokładna znajomość ogólnych cech tych rzeczy i zjawisk, które są przez odpowiednie słowa sygnalizowane”¹⁷³.

Etap trzeci pojawia się na wyższych szczeblach nauczania. „W miarę rozwoju uczniów ich pojęcia stają się bogatsze w treść, jaśniejsze i wyraźniejsze, stopniowo uzyskując charakter pojęć naukowych”¹⁷⁴.

Rozważając kwestię etapowości w przedstawionej koncepcji W. Okonia, słuszną jest wątpliwość autora, co do oddzielnego istnienia etapu pierwszego, który to można uznać za zjawisko towarzyszące całemu procesowi. „Z dużą intensywnością etap ten występuje również w pierwszych latach nauki szkolnej, później zaś stopniowo się

169 Interioryzacja działania to stopniowe przeobrażenie się działań zewnętrznych w działania wewnętrzne, umysłowe, jest procesem, który się nieuchronnie dokonuje w rozwoju ontogenetycznym człowieka, zob. *ibidem*, s. 54.

170 *Ibidem*.

171 W. Okoń, *Proces nauczania...*, s. 121; *idem* *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 145; M. Lelonek, *Kształtowanie pojęć z przyrody nieożywionej w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1984, s. 109; A. Al. Khamisy, *op. cit.*, Warszawa 1996, s. 40; M. Boczar, *Kształtowanie pojęć – alternatywa dydaktyczna*, Wrocław 1995, s. 13; B. Korzeniewski, *Kształtowanie pojęć geograficznych w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1985, s. 101.

172 W. Okoń, *Proces nauczania...*, s. 122.

173 *Ibidem*, s. 130.

174 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 145.

osłabia, choć trwa nieprzerwanie do końca życia ludzkiego¹⁷⁵. Potwierdzają to badania B. Wilgockiej-Okoń¹⁷⁶, która wyróżnia dwa poziomy:

- niższy zwany odpoznavaniem (dziecko wskazuje nazywany przedmiot),
- wyższy zwany nazywaniem (dziecko nazywa przedmiot wskazany).

Wyniki badań G. Kufit¹⁷⁷ i B. Korzeniewskiego¹⁷⁸ są również dowodem na to, że „pierwszy etap kształtowania pojęć nie stanowi etapu odrębnego, lecz przenika przez dwa pozostałe¹⁷⁹”.

W procesie dydaktycznym tworzenia się pojęć naukowych W. Okoń wyodrębnia następujące momenty:

1. Zestawienie przez uczniów danego obiektu lub zdarzenia z innymi, w celu wyodrębnienia go spośród tych innych.
2. Wyszukiwanie cech podobnych, ich uogólnianie, czyli szukanie tego, co jest wspólne.
3. Poszukiwanie cech różniących dane rzeczy bądź zdarzenia od innych, zarówno nieistotnych cech zewnętrznych, jak i przede wszystkim, cech istotnych, ujawniających istotne związki między nimi.
4. Wytworzenie sobie przez uczniów danego pojęcia na podstawie znajomości istotnych cech danej kategorii przedmiotów. Jest to po dokonanej poprzednio analizie cech moment ich syntezy, połączenia zebranych informacji w całość. Dopiero ta synteza pozwala uczniowi uporządkować właściwą treść danego pojęcia oraz, w razie potrzeby, zdefiniować to pojęcie.
5. Zastosowanie przez uczniów poznanego pojęcia w nowych sytuacjach poznawczych bądź praktycznych sprzyja sprawdzeniu, czy wszyscy uczniowie je sobie przyswoili, tj. czy pojęcie to zostało prawidłowo uogólnione i odróżnicowane, a następnie utrwalone. W razie stwierdzenia braków w opanowaniu pojęcia, niezbędną jest praca nad ich wyeliminowaniem¹⁸⁰.

Sprawdzeniem należytego opanowania pojęcia jest umiejętność jego stosowania w nowych sytuacjach. Ważne jest przy tym, aby uczniowie posługiwali się dobrze opanowanymi pojęciami nie tylko w zakresie danego przedmiotu, lecz także wykorzystywali je w obrębie innych przedmiotów nauczania¹⁸¹.

C. Kupisiewicz w procesie kształtowania pojęć wyróżnia pięć etapów:

175 *Ibidem.*

176 B. Wilgocka-Okoń, *Zasób umysłowy dzieci dawniej a dziś*, Warszawa 1967, s. 92.

177 G. Kufit, *op. cit.*, s. 122.

178 B. Korzeniewski, *op. cit.*, s. 100.

179 G. Kufit, *op. cit.*, s. 122.

180 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 146; *Praca nauczyciela i ucznia w klasach I-III*, red. M. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990, s. 64.

181 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 146.

1. Analiza wstępna (zestawienie danego zjawiska i przedmiotu z innymi, w celu wyodrębnienia go).
2. Generalizacja (wyszukiwanie cech wspólnych dla danych przedmiotów czy zjawisk).
3. Rozróżnianie (wyszukiwanie cech różniących dane przedmioty lub zjawiska).
4. Synteza (zdefiniowanie przez uczniów danego pojęcia na podstawie znajomości istotnych cech określonego przedmiotu lub zjawiska).
5. Zastosowanie (wykorzystanie przez ucznia poznanego pojęcia w nowych sytuacjach, w celu utrwalenia go, wdrożenia do posługiwania się nim w życiu)¹⁸².

W badaniach nad kształtowaniem pojęć geograficznych w nauczaniu początkowym

B. Korzeniewski wyodrębnił stadia:

1. Stadium wprowadzania pojęcia.
2. Stadium wzbogacania pojęcia.
3. Stadium zastosowania pojęcia¹⁸³.

J.S. Bruner wyróżnił trzy etapy w rozwoju umysłowym dzieci i młodzieży, oparte na dominacji działania, obrazu bądź mowy. Według niego, istnieją trzy rodzaje reprezentacji, funkcjonujące w procesie rozwoju intelektu ludzkiego, przy czym ich interakcje mają dla tego rozwoju podstawowe znaczenie. Chodzi mu o reprezentację czynnościową (enaktywną), reprezentację obrazową (ikoniczną) i reprezentację słowną (symboliczną)¹⁸⁴. Rozwój, jak pisze: „polega nie na serii odrębnych etapów, lecz na opanowywaniu kolejno owych trzech form reprezentacji wraz z częściowym przekładem każdej z nich na pozostałe”¹⁸⁵. Jest to podejście inne od piagetowskiego, ale obaj autorzy kładą nacisk na zmiany jakościowe w rozwoju dziecka oraz na znaczenie działania we wczesnym okresie jego rozwoju. Obaj doceniają też znaczenie mowy (symbolizującej zarówno działanie, jak i obrazy), która umożliwia oddzielenie się od bezpośredniego spostrzegania oraz pozwala uwzględniać związki między odległymi w czasie i przestrzeni zdarzeniami. Jednocześnie J. Bruner, podobnie jak i P.J. Galpierin, doceniają rolę nauczania w zasilaniu i przyspieszaniu rozwoju psychicznego¹⁸⁶.

Znajomość struktury, funkcji i podstawowych cech charakterystycznych czynności pozwala na modelowanie najbardziej racjonalnych rodzajów czynności poznawczych oraz określanie wymagań stawianych uczniom w końcowym stadium nauczania. Aby zaprogramowane rodzaje czynności poznawczych zostały przyswojone przez uczniów, muszą one przejść przez szereg jakościowo różnych stanów przejściowych i przekształcić się zgodnie ze wszystkimi parametrami. Dopiero przekształcając się zgodnie ze wszystkimi wskazanymi parametrami, przechodząc przez szereg stanów przejścio-

182 C. Kupisiewicz, *Niepowodzenia dydaktyczne. Przyczyny oraz niektóre środki zaradcze*, Warszawa 1969.

183 B. Korzeniewski, *op. cit.*, s. 103-104.

184 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 92.

185 J.S. Bruner, *Poza dostarczone informacje...*, s. 532.

186 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 92.

wych, czynność staje się umysłowa – uogólniona, zredukowana i przyswojona. Główne stany przejściowe stanowią etapy przyswajania czynności, z których każdy charakteryzuje się odpowiednimi zmianami cech (parametrów) czynności¹⁸⁷.

Twórcą teorii etapowego kształtowania czynności umysłowych jest P.J. Galpierin¹⁸⁸, chociaż jej korzenie tkwią w znacznie wcześniejszych poglądach L.S. Wygotskiego¹⁸⁹. Natomiast do najważniejszych uczniów i kontynuatorów P.J. Galpierina zaliczani są N.F. Tałyżina oraz D.B. Elkonin i W.W. Dawydow.

P.J. Galpierin w swojej teorii kształtowania czynności umysłowych wyróżnia następujące etapy:

1. Etap budowy schematu orientacyjnej podstawy czynności.
2. Etap formowania czynności materialnych (lub zmaterjalizowanych)¹⁹⁰.
3. Etap kształtowania czynności za pośrednictwem mowy zewnętrznej (głośnej)¹⁹¹.
4. Etap kształtowania czynności za pośrednictwem mowy wewnętrznej.
5. Etap kształtowania czynności umysłowych¹⁹².

Na pierwszym etapie uczniowie otrzymują niezbędne wyjaśnienia o celu czynności, jej obiekcie i systemie punktów orientacyjnych.

Uczniowie dowiadują się, co jest przedmiotem nauki, jak i w jakiej kolejności należy wykonać trzy rodzaje operacji – wchodzących w skład czynności – a więc operacje orientacyjne, wykonawcze i kontrolne¹⁹³. W zależności od typu orientacyjnej podstawy uczniowie zapoznają się z podstawowymi elementami składowymi wszystkich zjawisk szczegółowych z danej dziedziny bądź też z właściwościami jakiegoś zjawiska konkretnego¹⁹⁴.

Jednakże różnica między zrozumieniem, jak należy wykonać daną czynność, a możliwością jej wykonania bywa ogromna – jak podkreśla N.F. Tałyżina. I dodaje: „W praktyce pedagogicznej często uważa się, że jeśli uczeń zrozumiał to znaczy, że nauczył się, a więc cel został osiągnięty. Tymczasem przyswojenie czynności (działania) następuje tylko wtedy, gdy uczeń sam ją wykona”¹⁹⁵.

187 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 93.

188 Pierwsza praca J.P. Galpierina (1901-1988) zawierająca omówienie jego teorii ukazała się w 1954 r.

189 L.S. Wygotski (1896-1934).

190 Nazwy drugiego oraz następnych etapów zbiegają się z nazwami form czynności. Jednak treść pojęć – forma czynności i etap jej kształtowania – jest różna, zmiana formy czynności charakteryzuje jej zmianę tylko według jednego parametru, etapy zaś są wyodrębniane na podstawie zmiany według wszystkich czterech wymienionych parametrów, zob. N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 127.

191 *Ibidem*.

192 *Ibidem*, s. 93-96.

193 Operacje N.F. Tałyżiny W. Okoń nazywa stronami, natomiast sam twórca teorii P.J. Galpierin przedstawia je jako części czynności.

194 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 94.

195 *Ibidem*.

Na drugim etapie – zdaniem N.F. Tałyżyny – uczniowie potrafią już wykonać sami czynność, na razie w formie zewnętrznej, materialnej (lub zmaterializowanej) z rozwinięciem wszystkich operacji wchodzących w jej skład .

W tej postaci wykonywane są wszystkie trzy składniki czynności: orientacyjny, wykonawczy i kontrolny. Etap ten daje uczniom możliwość przyswojenia sobie istoty czynności, a nauczycielowi możliwość obiektywnej kontroli wykonania każdej operacji. W celu uogólnienia czynności do programu nauczania włączone są zadania – odzwierciedlające typowe sytuacje – wymagające zastosowania danej czynności. Nie powinny to być zadania jednego typu, ponieważ czynność zacznie się redukować i automatyzować, co jeszcze nie może mieć miejsca. Tak więc na tym etapie uczeń przyswaja czynność materialną (lub zmaterializowaną), rozwiniętą i w znacznym stopniu uogólnioną, świadomie wykonuje wszystkie operacje¹⁹⁶.

Na trzecim etapie czynność może być uogólniona przez wprowadzenie sytuacji o warunkach nieokreślonych.

W końcowym stadium uczniowie zaczynają opuszczać werbalizowanie poszczególnych operacji. Może to być oznaką redukcji czynności (operacje nie są wykonywane, lecz uczniowie uwzględniają je), może również sygnalizować, że operacje są wykonywane w formie umysłowej. W drugim przypadku redukcja czynności nie następuje, wszystkie operacje są wykonywane, lecz część z nich otrzymała nową formę. Na etapie mowy zewnętrznej czynność nie powinna zostać zautomatyzowana¹⁹⁷.

Czwarty etap – jak twierdzi N.F. Tyłyżina – różni się od poprzedniego tym, że czynność werbalizowana jest za pośrednictwem mowy wewnętrznej . „Początkowo czynność pod względem rozwinięcia, uświadomienia i uogólnienia jest taka sama jak na poprzednim etapie, jednak po uzyskaniu formy umysłowej bardzo szybko zaczyna się redukować, automatyzować, przybierając postać czynności zgodnej ze wzorem”¹⁹⁸. Natomiast na etapie piątym czynność zostaje maksymalnie zautomatyzowana i zinterioryzowana, jak stwierdza N.F. Tałyżina. Staje się aktem myśli, której znany jest jedynie końcowy „produkt” tego procesu. Przebieg jej bowiem jest ukryty¹⁹⁹.

Istota ukształtowanej czynności umysłowej – pisze P.J. Galpierin – uchodzi naszej świadomości, a to, co w niej pozostaje nie może być właściwie zrozumiane bez zrozumienia tego, co zaszło przedtem. [...] Etapowe kształtowanie czynności idealnych, a szczególnie umysłowych, wiąże działalność psychiczną z działalnością zewnętrzną, uprzedmiotowioną. Jest ono kluczem do zrozumienia zjawisk psychicznych i praktycznego ich opanowania²⁰⁰.

196 *Ibidem*, s. 94-95.

197 *Ibidem*, s. 96.

198 *Ibidem*.

199 *Ibidem*, s. 93, 96; W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50. Opis kolejnych etapów kształtowania czynności umysłowych P.J. Galpierina znaleźć można również w pracy W. Okonia, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50-51 oraz M. Boczara, *op. cit.*, s. 18-26.

200 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 96.

W odniesieniu do pozostałych cech czynności należy zwrócić uwagę na następujące rzeczy:

1. W każdej nowej formie czynność początkowo powinna być w pełni rozwinięta; przekształcenie formy musi dotyczyć wszystkich jej elementów składowych.
2. Czynność powinna ulec zautomatyzowaniu dopiero na ostatnim etapie.

Jest to oznaką że podstawowe cechy charakterystyczne czynności w procesie jej kształtowania oddziałują na siebie wzajemnie. Zautomatyzowanie czynności w jednej z form początkowych jest przeszkodą przy przejściu do formy wyższej. Forma materialna ogranicza zakres uogólnienia czynności²⁰¹.

Rolę motywacji P.J. Galpierin docenia tak dalece, że obok pięciu podstawowych etapów w procesie przyswajania nowych czynności w ostatnich swoich pracach zalecał uwzględnienie jeszcze jednego etapu, który respektowałby kształtowanie odpowiedniej motywacji u uczniów. „Zazwyczaj w celu stworzenia właściwej motywacji buduje się sytuacje problemowe, których rozwiązanie jest możliwe dzięki czynnościom, jakie zamierzamy ukształtować”²⁰².

Całość czynności „wywołana jest nie przez swój cel, lecz przez motyw tego działania, w którego skład wchodzi”²⁰³. Gdy cel zadania pokrywa się z motywem, czynność staje się działaniem. Inaczej mówiąc, działanie to proces rozwiązywania zadań, wywołany chęcią osiągnięcia celu, którego osiągnięcie proces ten ma umożliwić²⁰⁴. P.J. Galpierin

[...] w każdej czynności wyróżnia trzy części: orientacyjną, wykonawczą i kontrolną. Składnik orientacyjny polega na wykorzystaniu przez ucznia obiektywnych warunków niezbędnych do wykonania czynności. Składnik wykonawczy sprowadza się do kolejnych etapów przekształceń obiektu czynności, kontrolny zaś – wymaga śledzenia przez ucznia toku działania oraz konfrontacji jego wyników z odpowiednimi wzorami, a w razie stwierdzenia rozbieżności – odpowiedniej korekty orientacyjnych i wykonawczych składników czynności²⁰⁵.

M. Cackowska zwraca uwagę, że wielu naukowców wskazywało, że istnieje możliwość przyspieszenia rozwoju dziecka przy odpowiednim doborze treści i metod nauczania²⁰⁶. Aby mogło to nastąpić nowe sposoby i schematy poznawcze muszą być świadomie kształtowane w procesie nauczania poprzez organizowanie różnorodnej aktywności uczniów. Za najbardziej właściwe dla dzieci młodszych uważane są czynnościowe metody nauczania, które ułatwiają im opanowywanie trudnych, abstrakcyjnych treści – podkreśla M. Cackowska. Koncepcję nauczania czynnościowego opracował i przedstawił (również wzorce jej praktycznej realizacji) na różnych treściach

201 *Ibidem*, s. 96.

202 *Ibidem*, s. 51; W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50.

203 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 50; W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50.

204 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50.

205 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 51; W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 50.

206 Pogląd ten był podzielany przez m.in. L.S. Wygotskiego, P.J. Galpierina, N.F. Tałyżinę, D.B. Elkonina, W.W. Dawydowa, L.F. Obuchową, J. Brunera, A. Morfą, J. Wohlwillę, zob. M. Cackowska, *Nauczanie a rozwój...*, s. 63-64.

i szczeblach kształcenia P.J. Galpierin. Założenia koncepcji nauczania czynnościowego wymagają od nauczyciela umiejętności przekładania treści nauczania na język działań, dokładnego opracowywania z uczniami różnych etapów i aspektów tych działań oraz stopniowego przekształcenia zewnętrznych działań praktycznych w operacje umysłowe – twierdzi M. Cackowska.

Program kształtowania działań umysłowych według P.J. Galpierina powinien obejmować następujące elementy:

1. Dobór zadań i form działań zapewniających uczniom prawidłową orientację w strukturze materiału i sposobach wykonywania czynności z tym materiałem. Orientację tę powinni odkrywać uczniowie pod kierunkiem i przy pomocy nauczyciela.
2. Kolejne etapy przekształcania działań praktycznych w umysłowe:
 - działania praktyczne,
 - działania umowne na schematach,
 - działania w mowie głośnej (zewnętrznej),
 - działania w mowie cichej (wewnętrznej),
 - działania umysłowe.

Odpowiednio do wyróżnionych etapów działań powinny ulegać zróżnicowaniu także formy prezentacji materiału nauczania.

3. Plan stopniowego upraszczania schematów działań: od form w pełni rozwiniętych do coraz bardziej skróconych i zautomatyzowanych.
4. Stopniowe zwiększenie samodzielności działań uczniów od działań niesamodzielnych, wykonywanych pod kierunkiem nauczyciela, do działań w pełni samodzielnych, czyli przekształcanie zewnętrznej kontroli w samokontrolę²⁰⁷.

Przedstawiona organizacja czynności ukazuje drogi stymulacji i rozwoju działalności poznawczej uczniów w procesie dydaktycznym oraz sposoby przyspieszania ich rozwoju umysłowego. Dzięki niej zadane i zaprogramowane przez nauczyciela metody rozwiązywania różnorodnych problemów zostaną przekształcone w samodzielne sposoby pracy umysłowej uczniów, którymi będą się oni posługiwać świadomie i sprawnie. M. Cackowska zaznacza również, iż opracowanie koncepcji nauczania czynnościowego zgodnej z przedstawionymi wyżej założeniami nie jest sprawą łatwą, bowiem każdy przedmiot nauczania posiada swoją specyfikę, odrębny system pojęć podstawowych i szczegółowych, specyficzne rodzaje problemów, które to wymagają zaprojektowania swoistych rodzajów czynności oraz form prezentacji materiału²⁰⁸. Według W. Okonia, teoria P.J. Galpierina wykorzystuje osiągnięcia cybernetyki²⁰⁹, gdyż jej główną zasadę stanowi sterowanie procesem uczenia się²¹⁰.

207 M. Cackowska, *Nauczanie a rozwój...*, s. 65.

208 *Ibidem*, s. 65.

209 Cybernetyka – nauka zainicjowana w 1943 r. przez N. Wienera, zajmująca się sterowaniem; w węższym znaczeniu badaniem układów odznaczających się pewnym stopniem samosterowności, zob. *Słownik psychologiczny*, red. W. Szewczuk, Warszawa 1985, s. 51.

210 W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 51.

5. Funkcje pojęć

Nie dla szkoły, lecz dla życia się uczymy.
Seneka

5.1. Niezmienniki jako podstawa pojęć

Pojęcie spełnia w poznaniu szereg różnych funkcji. Dotychczas podkreślano rolę pojęć w kategoryzacji i percepcji. Pojęcia funkcjonują przede wszystkim jako podstawowe narzędzia kategoryzacji, w której wyróżnia się dwie przeciwstawne tendencje²¹¹.

Tabela 5. Tendencje kategoryzacji pojęć

Tendencja niezmienników (inwariantów)	Tendencja zmienników
<ul style="list-style-type: none"> – polega na dostrzeganiu stałości w otoczeniu, – zapewnia względną stałość pojęciowej reprezentacji otoczenia. 	<ul style="list-style-type: none"> – polega na dostrzeganiu zmienności otoczenia, – ujawnia względność wszelkiej kategoryzacji.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Z. Chlewiński, *Umysł, dynamiczna organizacja pojęć*, Warszawa 1999, s. 130-132.

Podstawową funkcją systemu percepcyjnego jest rejestrowanie niezmienników. Jest to sposób adaptacji do środowiska. Niezmienniki odgrywają kluczową rolę również w pojęciowym funkcjonowaniu człowieka. Bez ujmowania niezmienników w środowisku społeczno-kulturowym nie byłyby możliwe: właściwa adaptacja i efektywne funkcjonowanie. Na drodze percepcji człowiek jest w stanie ująć całościowo wyrażnie wyodrębnione z tła konkretne przedmioty, głównie dlatego, że ma ukształtowane mechanizmy integrujące różne przedmioty. W myślowym zróżnicowaniu i uogólnieniu dochodzi do ujęcia struktury danej kategorii przedmiotów, czyli do utworzenia pojęcia. Jednakże struktura ta jest pozbawiona cech sensorycznych charakteryzujących konkretne przedmioty. Według E. Rosch niezmienniki występujące w ludzkim poznaniu pozwalają człowiekowi z jednej strony opanować świat, z drugiej zaś wskazują na ograniczoność zdolności poznania przez niego świata. R.G. Millikan twierdzi, że w nabywaniu niezmienników najbardziej użyteczne i dostępne są desygnaty pojęcia, które zachowują wiele ze swych cech w różnych sytuacjach i stąd istnieje możliwość ich częstego identyfikowania²¹². Pozwala to na zachowanie wiedzy o egzemplarzu, uzyskanej we wcześniejszych obserwacjach, oraz identyfikację jej w późniejszych

²¹¹ Z. Chlewiński, *op. cit.*, s. 130-132.

²¹² *Ibidem*, s. 132.

sytuacjach, w efekcie czego wiedza zachowuje swą ważność w wymiarze czasowym. Podstawową zdolnością związaną z posiadaniem pojęcia jest przechowywanie w pamięci informacji utrwalanej w sposób pozwalający na reidentyfikację tej samej treści myślowej. Reidentyfikacja egzemplarza jest to zdolność wielokrotnego reprezentowania „tego samego” egzemplarza za pomocą „tej samej” reprezentacji mentalnej. Umiejętność ta jest warunkiem koniecznym utrzymywania koherentnego²¹³, wewnętrznego systemu reprezentacji: jest to część zdolności reprezentowania czegokolwiek w myśli²¹⁴.

5.2. Kategoryzacyjna funkcja pojęć

„Kategoryzacja jest rodzajem aktywności poznawczej i jest wspólna dwóm, pod pewnym względem różnym, formom poznania: percepcji i myśleniu”²¹⁵.

Tabela 6. Rodzaje aktywności poznawczej

Percepcja	Myślenie
Jest poznaniem bezpośrednim, w dużym stopniu zależnym od otaczającej rzeczywistości.	Z definicji jest pośrednie i może być niezależne, a nawet w pewnym sensie odizolowane od rzeczywistości.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Z. Chlewiński, *op. cit.*, s. 136.

Pojęcia są abstrakcyjnymi strukturami poznawczymi, dzięki którym możliwe jest życie psychiczne człowieka. Pojęcia pozwalają na zmniejszenie różnorodności przetwarzanych przez niego informacji. Nie trzeba za każdym razem analizować wszystkich informacji dotyczących określonego przedmiotu, wystarczy zaliczyć go do określonej kategorii, dzięki czemu w każdej chwili można wydobyć z pamięci obiekty danej klasy. Ta funkcja pojęć jest związana z ekonomią poznania. „Kiedy człowiek dokonuje opisu jakiegoś zdarzenia – posługuje się kategoriami; to pozwala skupić się na pewnych cechach, które są potrzebne dla danych celów. Innymi słowy, różne identyfikacje cech opierają się na sposobie, w jaki kategoryzujemy przedmioty, czyli na tym, co ulega wyselekcjonowaniu, a co pominięciu”²¹⁶.

Kategoryzacja ludzka ograniczona jest przez rzeczywistość, gdyż podlega charakterystyce w terminach naturalnych wymiarów doświadczenia, które poddawane są ciągłemu sprawdzaniu drogą integracji fizycznych i kulturowych. Podsumowując, na-

213 Koherentny (od rzeczownika koherencja) – spójny, zwarty.

214 Z. Chlewiński, *op. cit.*, s. 134.

215 *Ibidem*, s. 136.

216 *Ibidem*, s. 137.

leży zaznaczyć, że pojęcia są zależne od dostrzeganych niezmienników kategoryzacji i cech interakcyjnych. Ten ostatni aspekt akcentuje zwłaszcza kulturowe uwarunkowanie różnych pojęć.

5.3. Pojęcia jako podstawa rozumienia i wnioskowania

„Pojęcia są ze sobą powiązane w różnorodny sposób, tworząc systemy o różnych poziomach abstrakcji, ogólności oraz skomplikowanych relacji semantycznych, czyli naszą wiedzę”²¹⁷. Te powiązania semantyczne leżą u podnóża rozumienia ludzkiej mowy i obserwowanych zdarzeń. Pojęcia najczęściej są nabywane poprzez dopływ nowych informacji, które zostają przetworzone poprzez kolejne etapy analizy. W zrozumieniu wiadomości decydującą rolę odgrywają:

- wiedza ogólna,
- wiedza kontekstowa,
- wiedza oczekiwana – gdzie wysuwa się różne hipotezy, a następnie przeprowadza zautomatyzowane wnioskowanie.

W efekcie tych procesów hipotezy zostają potwierdzone albo odrzucone²¹⁸. Wielu psychologów uważa, że w doborze najodpowiedniejszego pojęcia poważną rolę odgrywa kontekst dalszy i bliższy, który sugeruje odpowiednie pojęcia, co z kolei pozwala właściwie zrozumieć wypowiedź. Procesy związane ze zrozumieniem przekazu przebiegają szybko i w znacznej mierze automatycznie. Uświadamiamy je sobie dopiero w wypadku szczególnego złożonego przekazu lub niesprzyjających okoliczności. Rozumienie zawsze angażuje system pojęć zakodowanych w pamięci semantycznej. W mowie potocznej, gdy chcemy wyrazić nasz stan niezrozumienia zjawiska czy problemu, wówczas mówimy skrótowo, że „nie mamy pojęcia”. Aby zrozumieć jakąś wypowiedź lub obserwowane zdarzenie, potrzebna jest wiedza o rzeczywistości szerszej niż ta, do której bezpośrednio odnosi się dana wypowiedź lub którą aktualnie obserwujemy.

Pojęcia ludzkie, obok aspektu reprezentacyjnego, sumarycznego odwzorowywania otoczenia – środowiska natury i kultury – pełnią również funkcje instrumentalne, tzn. narzędzi służących do opanowywania otoczenia. [...] Pojęcia są planami działania, układami oczekiwań łączonych z przedmiotami, do których się odnoszą, a teorie są instrumentami działania. [...] Pojęcia, spełniając ważną funkcję kategoryzowania rzeczywistości – będąc narzędziami odkrywania i łączenia ze sobą różnych układów bodźców, są wykorzystywane do kategoryzacji nowych układów i do wnioskowania na ich temat. Kategoryzacja może być procedurą pewną lub probabilistyczną. Jeżeli uwzględniono w niej wszystkie konieczne i wystarczające cechy przedmiotów, czyli utworzono pojęcie klasyczne,

²¹⁷ *Ibidem*, s. 138.

²¹⁸ *Ibidem*, s. 139.

to do takiej kategoryzacji można mieć pełne zaufanie, natomiast jeśli nie uwzględniono wszystkich warunków koniecznych i wystarczających, to kategoryzacja jest zawsze probabilistyczna. To samo odnosi się do wnioskowania²¹⁹.

6. Nauczanie – uczenie się pojęć

*Nauka to nic innego, jak zdrowy rozsądek
i solidne rozumowanie.*

S. Leszczyński

Nauczanie jest to „planowa i systematyczna praca nauczyciela z uczniami mająca na celu wywołanie pożądanych trwałych zmian w ich postępowaniu, dyspozycjach i całej osobowości – pod wpływem uczenia się i opanowywania wiedzy, przeżywania wartości i działań praktycznych”²²⁰. L.S. Wygotski podkreśla, że „nauczanie zawsze zaczyna się od tego, co u dziecka jeszcze nie dojrzało. Możliwości zaś nauczania określa strefa najbliższego rozwoju. Tylko nauczanie w granicach między dwoma progami (najniższym i najwyższym) może się okazać owocne”²²¹. Między nimi bowiem zawarty jest optymalny zakres nauczania danego przedmiotu.

Droga rozwoju pojęć naukowych jest dość szczególna – stwierdza L.S. Wygotski. „Warunkuje ją to, że decydującym, ponownie występującym w tym rozwoju momentem jest pierwotna definicja werbalna, która w warunkach zorganizowanego systemu nauczania zbliża się do konkretnego zjawiska, podczas gdy pojęcia potoczne²²² mają tendencję do rozwijania się bez określonego systemu i idą ku uogólnieniom”²²³.

Pojęcia naukowe ukształtowane w procesie nauczania – omawia S.L. Wygotski: „różnią się od spontanicznych tym, że inny jest ich stosunek do doświadczenia dziecka, że dziecko inaczej się odnosi do podmiotu jednych i drugich pojęć, i wreszcie, że inaczej biegną drogi ich rozwoju od momentu powstania do ostatecznego ukształtowania się”²²⁴. Nauczanie i rozwój nie pokrywają się, lecz stanowią dwa procesy wzajemnie związane bardzo złożonymi stosunkami – podaje w swojej analizie L.S. Wygotski. Stwierdza następnie, że nauczanie jest tylko wówczas efektywne, gdy wyprzedza rozwój, który wówczas ożywia się i pobudza do życia szereg funkcji dopiero dojrzewają-

219 Z. Chlewiński, *op. cit.*, s. 143-144.

220 W. Okoń, *Słownik pedagogiczny...*, s. 194.

221 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 360-361.

222 W okresie przedszkolnym dziecko zdobywa pewien zasób pojęć potocznych, natomiast w okresie szkolnym zaczyna opanowywać system pojęć naukowych, pojęć o innej strukturze niż pojęcia potoczne. Prowadzi to równocześnie do zmiany struktury świadomości, do powstania głównych zrębów osobowości i światopoglądu.

223 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 289.

224 *Ibidem*, s. 304.

cych, a leżących w strefie najbliższego rozwoju. Na tym polega najważniejsza rola nauczania i rozwoju²²⁵. „Nauczanie jest najbardziej owocne wtedy, gdy przypada na określony okres w strefie najbliższego rozwoju”²²⁶. L.S. Wygotski nazywa go optymalnym okresem nauczania, natomiast inni pedagodzy – okresem sensytywnym²²⁷. W okresie sensytywnym pewne wpływy wyraźnie oddziałują na cały tok rozwoju, powodując w nim różne głębokie zmiany. W innych okresach – stwierdza L.S. Wygotski – te same warunki mogą być neutralne lub działać (nawet wpływać) hamująco na rozwój²²⁸. Analiza porównawcza wyników badań na tym samym szczeblu rozwoju dowiodła, że „przy odpowiedniej realizacji programu w procesie kształcenia, rozwój pojęć naukowych wyprzedza rozwój pojęć spontanicznych”²²⁹. Stałe podnoszenie się wysokiego poziomu w myśleniu naukowym i szybki przyrost w myśleniu potocznym świadczą, że „nagromadzenie wiadomości prowadzi do podnoszenia się poziomu myślenia naukowego różnego typu, co z kolei wpływa na rozwój myślenia spontanicznego i pozwala wysunąć twierdzenie, że nauczanie w rozwoju ucznia spełnia rolę naczelną”²³⁰. Inaczej traktuje nauczanie teoria J. Piageta, która zakłada pełną niezależność procesu rozwoju badanych funkcji od procesu nauczania, co uwidacznia się nawet w rozdzielaniu tych procesów w czasie. Najpierw rozwój musi zakończyć swoje określone cykle (czyli określone funkcje muszą uprzednio dojrzeć), aby szkoła mogła przystąpić do przekazywania dziecku określonych wiadomości i nawyków. Dla J. Piageta nauczanie tylko dostosowuje się do rozwoju i niczego w nim nie zmienia²³¹. Przekazywanie wiadomości uczniom jest ważne, ale uczenie myślenia zdecydowanie ważniejsze.

Proces kształtowania pojęć, rozpoczynający się od wskazania istotnych cech pojęcia L.S. Wygotski nazywa „ruchem myślenia z góry ku dołowi”, czyli od definicji do przedmiotów konkretnych, w odróżnieniu od kształtowania pojęć „od dołu ku górze”, a więc od przedmiotów do definicji, który to proces zdaniem L.S. Wygotskiego jest charakterystyczny dla kształtowania pojęć spontanicznych – jak uważa N.F. Tałyżina²³². L.S. Wygotski twierdzi także, iż zaletą kształtowania pojęć naukowych „z góry ku dołowi” jest umożliwienie swobodnego i świadomego posługiwania się pojęciem²³³.

Podobnie jak L.S. Wygotski, kierowniczą rolę nauczania w rozwoju podkreślał J.S. Bruner, który twierdził, że:

225 *Ibidem*, s. 362.

226 *Ibidem*.

227 Sensytywny (średniowieczna łac. *sensitivus* = wrażliwość, zmysłowy) w psychologii – zdolny do odczuwania, doznawania wrażeń, zob. Słownik wyrazów obcych..., s. 677.

228 L.S. Wygotski, *op. cit.*, s. 362.

229 *Ibidem*, s. 288.

230 *Ibidem*, s. 289.

231 *Ibidem*, s. 532-533.

232 N.F. Tałyżina, *op. cit.*, s. 130.

233 *Ibidem*.

Rozwój dziecka nie sprowadza się do uregulowanego według zegarka ciągu zdarzeń. Na rozwój dziecka wywiera wpływ również środowisko, szczególnie środowisko szkolne. Zapoznając dzieci z pojęciami naukowymi, nawet na poziomie elementarnym, nie trzeba stosować się niewolniczo do naturalnego przebiegu ich rozwoju umysłowego. Można nim także kierować, dostarczając okazji do myślenia, które, by posuwało ten rozwój naprzód²³⁴.

Takie rozumienie związków między rozwojem a nauczaniem musi w konsekwencji wpłynąć na sposób postępowania w procesie diagnozy rozwoju umysłowego, komentuje A. Jurkowski²³⁵. Teoria nauczania J.S. Brunera jest zarówno teorią preskryptywną²³⁶, jak i normatywną²³⁷. Głównym jej problemem jest poszukiwanie najskuteczniejszych metod zużytkowania danego modelu kulturowego do osiągnięcia poszczególnych celów pedagogicznych. Czynniki te odgrywają wielką rolę, ponieważ: „Uczenie się i rozwiązywanie problemów polega na rozpatrywaniu alternatywnych dróg postępowania. Nauczanie musi ułatwić uczniom ich rozpatrywanie i kierować przebieg tego procesu”²³⁸. J.S. Bruner wyróżnia trzy aspekty rozpatrywania rozwiązań alternatywnych, przy czym każdy z nich wiąże się z kierowaniem procesami poszukiwania. W wielkim skrócie można je określić jako: aktywizację, podtrzymywanie tego stanu, ukierunkowanie procesu²³⁹. „Rozpatrywanie różnych możliwości wymaga czegoś, co by tę działalność uruchomiło. Czegoś co by zapewniło jej ciągłość, oraz czegoś, co by zapobiegało działaniu przypadkowemu i niesystematycznemu”²⁴⁰.

Każdą myśl problem albo zasób wiedzy należy przedstawić w dość prostej formie, aby każdy uczeń mógł je zrozumieć w dostępnej dla siebie postaci. „Strukturę wszelkiej dziedziny wiedzy – stwierdza J.S. Bruner – można scharakteryzować dwojako, przy czym każdy z tych aspektów ma wpływ na zdolności dowolnego ucznia do jej przyswojenia – ze względu na formę, w jakiej jest ona przedstawiona, jej ekonomię i jej moc efektywną”²⁴¹.

Forma, stopień ekonomii i efektywność różnią się w zależności od ucznia, stylów uczenia się oraz treści przedmiotu – kontynuuje autor.

234 J.S. Bruner, *Poza dostarczone informacje...*, s. 686-687.

235 A. Jurkowski, *op. cit.*, s. 218.

236 Preskrypcja (z łac. *praescriptio*) – dawniej przepis prawny, nakaz, przepis na coś, recepta lekarska; zob. *Słownik wyrazów obcych...*, s. 599.

Preskryptywny w tym sensie, że określa zasady najskuteczniejszego zdobywania wiedzy lub umiejętności. Jest miernikiem, według którego można krytycznie oceniać konkretne metody nauczania i uczenia się, zob. J.S. Bruner, *W poszukiwaniu teorii nauczania*, Warszawa 1974, s. 69.

237 Teoria normatywna ustala kryteria i określa warunki ich realizacji. Kryteria muszą się odznaczać wysokim stopniem ogólności, krótko mówiąc teoria nauczania zajmuje się tym, w jaki sposób może zostać najłatwiej opanowane to, co zamierzamy uczniowi przekazać, a więc ma na celu doskonalenie, a nie opisywanie procesu uczenia się. Zob. J.S. Bruner, *W poszukiwaniu teorii...*, s. 69.

238 *Ibidem*, s. 72-73.

239 *Ibidem*, s. 73.

240 *Ibidem*.

241 *Ibidem*, s. 74.

Każdą dziedzinę wiedzy (bądź wchodzący w jej skład problem) można przedstawić na trzy różne sposoby:

- za pośrednictwem cyklu działań prowadzących do osiągnięcia określonego wyniku (przedstawienie czynnościowe),
- zespołu syntetyzujących obrazów lub wyobraźni graficznych wyrażających pojęcie bez podania jego pełnej definicji (przedstawienie obrazowe),
- za pomocą zestawu symbolicznych bądź logicznych twierdzeń należących do systemu symbolizacji podporządkowanego prawom i zasadom formułowania i przekształcania twierdzeń (przedstawienie symboliczne)²⁴².

W odniesieniu do nauczania J.S. Bruner opowiada się za stopniowym przeprowadzaniem ucznia przez całą sekwencję stwierdzeń oraz ich przekształcających sformułowań, dotyczących jakiegoś problemu lub zasobu wiedzy. Sekwencja ta ma uczniowi ułatwić zrozumienie, przekształcanie oraz transportowanie do nowych zastosowań tego, czego się uczy. A zatem, kolejność – zdaniem autora – w jakiej uczeń zapoznaje się z materiałami należącymi do danej dziedziny wiedzy, decyduje o stopniu trudności, jaką sprawi mu opanowanie przedmiotu²⁴³. W swoich dalszych rozważaniach wyjaśnia J.S. Bruner, że nie istnieje jeden układ idealny dla wszystkich uczniów, zaś o wyborze optymalnej sekwencji w każdym przypadku decyduje szereg czynników, takich jak stopień zaawansowania w nauce, stadium rozwojowe, charakter materiału oraz cechy indywidualne²⁴⁴.

Jeżeli prawdą jest, że rozwój umysłowy przebiega kolejno za pośrednictwem czynnościowego, obrazowego i wreszcie symbolicznego sposobu przedstawiania świata, optymalna sekwencja powinna najprawdopodobniej powtarzać się tą samą drogą²⁴⁵.

Optymalnych sekwencji nie da się jednak ustalić w odizolowaniu od kryteriów, według których mają być oceniane ostateczne efekty nauczania.

Uporządkowany zestaw kryteriów J.S. Bruner przedstawił następująco:

- szybkość uczenia się,
- odporność na zapomnienie,
- umiejętność przenoszenia zdobytej wiedzy na nowe przypadki (transfer),
- forma przedstawienia, w jakiej wyuczona wiedza ma być wyrażona,
- wydajność zdobywania wiedzy w stosunku do włożonego wysiłku,
- moc efektywna materiału wyuczonego, mierzona umiejętnością tworzenia nowych hipotez i kombinacji²⁴⁶.

242 *Ibidem*, s. 75.

243 *Ibidem*, s. 80.

244 *Ibidem*.

245 *Ibidem*.

246 *Ibidem*, s. 81.

Wszelkie prawidłowości w procesie podejmowania decyzji nazywa J.S. Bruner strategiami²⁴⁷. Natomiast zmiany w obrębie strategii można opisywać pod kątem zmian w wymaganiach, jakie stawiają zadania – podaje O.K. Tichomirow²⁴⁸. J.S. Bruner wyróżnia następujące cele strategii:

- zapewnić utworzenie pojęcia po zetknięciu z minimalną liczbą przypadków znaczących;
- zapewnić utworzenie pojęcia pewnego, niezależnie od liczby przypadków, jakie trzeba będzie sprawdzić *en route*²⁴⁹;
- ograniczać do minimum obciążenie procesów wnioskowania i pojemności pamięci, przy jednoczesnej gwarancji, że pojęcie zostanie utworzone;
- ograniczyć do minimum liczbę błędnych kategoryzacji przed utworzeniem pojęcia²⁵⁰.

O strategii wnioskuje J.S. Bruner na podstawie ciągu decyzji, które obserwuje u osoby rozwiązującej problem: jak utworzyć pojęcie? Analizuje: jakie przypadki ona sprawdza, jakie buduje hipotezy, jak je zmienia przy napotkaniu jakichś przypadków nieprzewidzianych?²⁵¹

Na ciąg decyzyjny, stanowiący proces tworzenia pojęcia, wpływa mnóstwo czynników. Bez specjalnego pogwałcenia ich różnorodności można pogrupować je w kilka kategorii:

- Definicja zadania.
- Charakter napotykaných przypadków.
- Charakter weryfikacji.
- Konsekwencje konkretnych kategoryzacji.
- Charakter narzuconych ograniczeń²⁵².

Za najważniejszy element nauczania pojęć podstawowych uważa J.S. Bruner „pomaganie dziecku w stopniowym przechodzeniu od myślenia konkretnego do używania bardziej odpowiednich sposobów myślenia”²⁵³. Według niego, małe dzieci uczą się prawie każdej rzeczy szybciej aniżeli dorośli, jeśli można im ją przedstawić w odpowiedniej postaci. Mało tego, sądzi, iż należy poczekać, dopóki nie pojawi się właściwy punkt widzenia na daną sprawę i nie zostanie stworzony odpowiedni język do jej przedstawienia.

247 J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 240. Termin „strategia” odnosi się do ciągu decyzji w zakresie zdobywania, przechowywania i wykorzystania informacji, służących do osiągnięcia pewnych celów, a mianowicie do uzyskania pewnego rodzaju wyników, a uniknięcia innych.

248 O.K. Tichomirow, *Struktura czynności myślenia człowieka*, Warszawa 1976, s. 68.

249 Z franc. *en route* oznacza ‘w drodze’ (‘w ciągu’, ‘w trakcie drogi’).

250 J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 240.

251 *Ibidem*, s. 241.

252 *Ibidem*, s. 242-243.

253 *Ibidem*, s. 686.

Dzięki dobrze opracowanym pytaniom pośrednim doprowadza się dziecko do szybszego przechodzenia przez etapy rozwoju umysłowego i do głębszego zrozumienia zasad. Musimy wiedzieć daleko więcej niż dotychczas, jakimi środkami można tego dokonać²⁵⁴.

Mimo wielu sposobów nauczania pojęć, wszystkie można podzielić na dwie główne metody:

- dedukcyjną (od reguły do przykładu),
- indukcyjną (od przykładu do reguły)²⁵⁵.

W metodzie dedukcyjnej nauczyciel najpierw definiuje pojęcie, następnie – by utrwalić jego rozumienie – dostarcza uczniom przykładów i nieprzykładów. Uwaga zostaje skupiona na nazwie i definicji pojęcia. W metodzie indukcyjnej powyższy porządek zostaje odwrócony. Najpierw prezentowane są przykłady i nieprzykłady, a uczniowie sami odkrywają pojęcie lub sami dochodzą do definicji dzięki rozumowaniu indukcyjnemu. Sporo zależy od tego, czy przykłady i nieprzykłady przedstawiane są przypadkowo, czy w jakimś porządku logicznym. Problemem tym zajmował się J. Bruner, a po nim: D. Petty i L. Jansson²⁵⁶. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że użycie trafnych przykładów wspomaga uczenie się pojęć. Trafne przykłady zapobiegają tworzeniu się błędnych pojęć. Ponadto dzięki trafnym przykładom zmniejsza się liczba pomyłek w klasyfikowaniu, gdy uczniowie, otrzymawszy tylko definicję, na jej podstawie decydują, czy dany obiekt należy do danej klasy, czy nie²⁵⁷. Teoria nauczania J. Brunera obejmuje następujące aspekty:

- Określanie doświadczeń, które najskuteczniej wyrobią w jednostce skłonność do uczenia się w ogóle lub jakiegoś szczególnego typu.
- Określanie sposobów nadawania dowolnemu zasobowi wiedzy takiej struktury, która czyniłaby tę wiedzę najłatwiej przyswajalną dla ucznia. „Struktura optymalna” zasobu wiedzy jest czymś relatywnym – jak podaje J. Bruner – a nie absolutnym, ponieważ struktura musi być zawsze dostosowywana do sytuacji ucznia oraz jego uzdolnień.
- Określenie najbardziej efektywnego porządku, w jakim materiał przeznaczony do przyswojenia ma być przedstawiony.
- Określenie charakteru i częstotliwości stosowanych nagród i kar w procesie uczenia się i nauczania²⁵⁸.

Jeżeli proces uczenia się lub rozwiązywania problemu przybiera określoną formę: czynnościową, obrazową lub symboliczną to informacja korygująca musi być podana albo w tych samych kategoriach, albo tak, by dała się na nie przełożyć. Informacja korygująca, która przekracza dostępną uczniowi umiejętność przetwarzania informacji, będzie oczywiście kompletnie nieprzydatna²⁵⁹.

254 *Ibidem*, s. 687.

255 R. Jantz, *Nauczanie pojęć*, [w:] R.I. Arends, *Uczymy się nauczać*, Warszawa 1994, s. 282.

256 *Ibidem*.

257 *Ibidem*, s. 283-284.

258 J. Bruner, *W poszukiwaniu teorii...*, s. 70-71.

259 *Ibidem*, s. 85.

Badania nad nauczaniem i uczeniem się pojęć wskazują, że pewne procedury dydaktyczne ułatwiają uczniom skuteczne opanowywanie pojęć. Z przeglądu badań nad zastosowaniem w praktyce dydaktycznej teoretycznych zasad uczenia się pojęć P.H. Martorella wprowadził osiem reguł postępowania:

1. Trzeba zaczynać od jasnej definicji pojęcia.
2. W pewnym momencie należy zetknąć uczniów z definicją pojęcia i listą jego cech istotnych.
3. Nauczanie pewnych pojęć wymaga posłużenia się obiema metodami: dedukcyjną i indukcyjną.
4. Efektywność uczenia się pojęć wzrasta dzięki wykorzystaniu trafnych przykładów.
5. Jeżeli uczniowie nie rozumieją istotnych cech pojęcia, to powinniśmy te cechy właśnie uczynić przedmiotem nauczania.
6. Lekcja powinna dostarczać uczniom okazji do ćwiczeń w rozpoznawaniu przykładów i nieprzykładów oraz gwarantować uczniom informacje zwrotne o tym, czy ich wybory były poprawne, czy nie.
7. Pomoce wzrokowe w rodzaju rysunków, wykresów, sieci pojęcia ułatwiają uczenie się pojęć, gdyż konkretyzują je i ilustrują związki między pojęciami i ich cechami istotnymi.
8. Uporządkowanie graficzne wpływa korzystnie na uczenie się pojęć zawartych w materiałach słownych²⁶⁰.

T. Poznańska ustaliła prawidłowy przebieg kształtowania pojęć w klasach niższych.

Proces uczenia się powinien:

- opierać się na poznaniu zmysłowym, czyli na spostrzeganiu i wyobrażaniu przedmiotów, ich cech oraz stosunków i zależności między nimi;
- umożliwiać zestawianie przedmiotów (ich elementów, stosunków i układów) ze słowami i utrwalać je;
- stwarzać warunki do procesu uogólnień (czyli do przyswajania pojęć ogólnych);
- wychodzić najczęściej poza dane bezpośrednie i docierać do niedostrzegalnych bezpośrednio ogólnych, istotnych zależności i prawidłowości w świecie;
- zapewnić odpowiednie opracowania omawianych treści w postaci spójnego, systemu wiedzy;
- dostarczać okazji do sprawdzania i zastosowania zdobytej wiedzy w działaniu;
- sprzyjać określeniu kryteriów wartości i ocenianiu działania;
- zapewnić zapamiętywanie czynności i rezultatów poznania;
- uwzględnić możliwie pełną aktywność i samodzielność uczniów²⁶¹.

Dzięki opanowaniu i stosowaniu kluczowych pojęć należących do pewnego działu uczniowie nabywają możliwości transferu efektów uczenia się na szersze obszary wiedzy. W rzeczywistości bez ujednoczonego rozumienia określonych pojęć kluczo-

260 R. Jantz, *op. cit.*, s. 285-286.

261 T. Poznańska, *op. cit.*, s. 32.

wych nauczanie przedmiotowe byłoby prawie niemożliwe²⁶². Nauczając pojęcia, można się posłużyć metodą przyswajania pojęć (powstała pod wpływem prac J. Brunera i jego zespołu). Podając pod rozwagę rozmaicie zestawione przykłady i nieprzykłady pojęcia, nauczyciel wywołuje indukcyjne myślenie uczniów i ułatwia im kontrolowanie własnych procesów myślowych. Można również wybrać nauczanie bezpośrednie oparte na podejściu od reguły do przykładu. Nauczyciel po przedstawieniu definicji pojęcia i wskazaniu cech istotnych podaje przykłady i nieprzykłady²⁶³.

R. Jantz wyróżnia cztery fazy w nauczaniu pojęć, co obrazuje poniższa syntaksa modelu nauczania pojęć²⁶⁴.

Przekładając definicję z formy naukowej na dydaktyczną, nie wolno zniekształcić definicji ani usunąć z niej cech istotnych, gdyż mogłoby się to skończyć nauczaniem błędnego pojęcia.

N.F. Tałyzina wyróżnia dwa warunki kierowania procesem przyswajania pojęć (wiadomości).

Do I warunku zalicza:

- wybór czynności adekwatnej w stosunku do celu nauczania (czynność uważana jest za adekwatną tylko wówczas, gdy skierowana jest na te właściwości przedmiotu, które stanowią właściwy obiekt przyswajania).

Do II warunku zalicza:

- znajomość strukturalnego i funkcjonalnego składu wyodrębnionej czynności, złożonej z następujących operacji:
 - sprawdzenie czy przedmiot posiada wszystkie cechy konieczne i wystarczające,
 - ocena wyników sprawdzenia²⁶⁵.

Na podstawie powyższej zasady N.F. Tałyzina skonstruowała następujący „algorytm” rozpoznawania:

1. Nazwij pierwszą cechą.
2. Sprawdź, czy pierwsza cecha przynależy do przedmiotu (uczniowi należy nauczyć jak ma stwierdzać istnienie lub brak danych cech, co początkowo jest czynnością odrębną, potem wchodzi w skład czynności rozpoznawania jako jedna z operacji wykonawczych).
3. Zapisz otrzymany wynik.
4. Sprawdź prawidłowość odpowiedzi.

262 R. Jantz, *op. cit.*, s. 288.

263 *Ibidem*.

264 *Ibidem*, s. 289.

265 Sprawdzenie dla pojęć o koniunkcyjnej strukturze cech przebiega według następującej zasady logiki: jeżeli są wszystkie cechy wystarczające i konieczne, to przedmiot można zakwalifikować do danego pojęcia, jeżeli natomiast brak choć jednej z cech niezbędnych, to kwalifikacji takiej dokonać nie można, zob. N.F. Tałyzina, *op. cit.*, s. 137.

Tabela 7. Syntaksa modelu nauczania pojęć

FAZA	POSTĘPOWANIE NAUCZYCIELA
1. Przedstawienie celów i wywołanie nastawienia	Nauczyciel wyjaśnia cele i stronę techniczną lekcji, nastawia uczniów na uczenie się.
2. Wprowadzenie przykładów i nieprzykładów	W metodzie bezpośredniej* nauczyciel nazywa pojęcia, wskazuje cechy istotne, ilustruje je przykładami i nieprzykładami. W metodzie przyswajania pojęć** podaje się przykłady i nieprzykłady; uczniowie indukcyjnie odkrywają pojęcie i jego cechy.
3. Sprawdzenie przyswojenia	Nauczyciel podaje dodatkowe przykłady i nieprzykłady w celu sprawdzenia zrozumienia pojęcia. Uczniowie mają podawać własne przykłady i nieprzykłady pojęcia.
4. Analiza myślenia i scalania efektów uczenia się	Nauczyciel wywołuje u uczniów proces myślenia o własnym myśleniu. Uczniowie mają przemyśleć swoje decyzje i konsekwencje swoich wyborów. Nauczyciel pomaga uczniom scalić nowe efekty uczenia się, wiążąc pojęcie z innymi pojęciami w jednostce tematycznej.

* Metoda bezpośrednia – nauczanie bezpośrednie (*directinstruction*, Rosenshine Stephens używają terminu *explicitinstruction*; Hunter posługuje się terminem *mastery teaching*) – system nauczania podstawowych umiejętności i materiału uporządkowanego sekwencyjnie, w którym lekcje są ściśle podporządkowane celom i dokładnie ustrukturyzowane przez nauczyciela, zob. R.I. Arends, *op. cit.*, s. 504.

** Metoda przyswajania pojęć (*conceptattainment*) – indukcyjna metoda nauczania pojęć, dzięki której uczniowie wydobywają znaczenie i atrybuty pojęcia z przykładów i nieprzykładów pojęcia, zob. *ibidem*, s. 507.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: R. Jantz, *Nauczanie pojęć*, [w:], R.I. Arends, *Uczymy się nauczać*, Warszawa 1994, s. 289.

Jeżeli odpowiedź jest prawidłowa, poleca się uczniowi wykonanie tych cech operacji w odniesieniu do każdej z pozostałych cech koniecznych i wystarczających. Jeżeli uczeń pomylił się należy polecić, by ponownie sprawdził istnienie szukanej cechy²⁶⁶.

M.D. Merrill i R.D. Tennyson przedstawili trójstopniowe definiowanie pojęć na potrzeby nauczania:

1. Określić nazwę pojęcia, gdzie nazwą jest słowo lub symbol odnoszący się do całej klasy obiektów lub egzemplarza należącego do klasy.
2. Wyliczyć cechy istotne i nieistotne.
3. Napisać zwartą definicję²⁶⁷.

Wydzielając cechy, trzeba jednocześnie określić stopień trudności dobieranych przykładów. Wydzielenie cech ma bowiem zasadnicze znaczenie dla analizy i nauczania pojęcia. Nauczyciel musi zdecydować, które cechy są istotne i powinny być zestawione w przykładach i nieprzykładach. Cechy nieistotne zaś najlepiej przedstawić w serii zróżnicowanych przykładów dopiero w następnej kolejności, po zademonstrowaniu przykładów wyraziście eksponujących cechy istotne²⁶⁸.

²⁶⁶ *Ibidem*.

²⁶⁷ Podają za: R. Jantz, *op. cit.*, s. 293.

²⁶⁸ Podają za: *ibidem*, s. 294.

Do analizy pojęcia można również stosować sieci²⁶⁹. Sieć pokazuje właściwości i zależności wynikające ze znaczenia pojęcia. Zwykle sporządzanie sieci pojęcia przechodzi przez cztery etapy (W.J. Freedman, M.C. Reynolds):

Etap 1. Ustal znaczenie pojęcia wyraźnie w nazwie. Stanie się ono centrum sieci. Wpisz je do koła.

Etap 2. Wyprowadź z centrum sieci tyle linii, ile cech istotnych zawiera pojęcie. Nazwę każdej cechy wpisz do osobnego koła.

Etap 3. Połącz koła z wpisanymi nazwami cech: połączenia ukazują, jakie są różnice między cechami.

Etap 4. Nazwij połączenia między cechami; w ten sposób uwidocznione zostaną zależności między cechami istotnymi pojęcia (ich funkcje definicyjne)²⁷⁰.

Kolejność podawanych przykładów i nieprzykładów powinna być logiczna, co może oznaczać uporządkowanie ich według stopnia trudności: od łatwych do trudnych. Dobrze jest przed podaniem zestawu kilku przykładów dać wskazówkę ukierunkowującą myślenie uczniów. Zalecenie to jest szczególnie ważne w przypadku nauczania młodszych uczniów metodą przyswajania pojęć²⁷¹. „Sprawdzając opanowanie pojęcia, należy wymagać od uczniów czegoś więcej niż tylko podania słownej definicji. Uczeń powinien wykazać się znajomością cech istotnych i powiązań między cechami istotnymi”²⁷². Sporządzając sprawdzian opanowania pojęć nauczyciel powinien uwzględnić wiele rozmaitych zasad – zaleca R. Jantz i dodaje:

- zadania powinny sprawdzać zdolność ucznia do generalizacji wiedzy, czyli do rozpoznawania nieznanymi wcześniej przykładów pojęć,
- zadania powinny sprawdzać umiejętność odróżniania przykładów od nieprzykładów,
- zadania powinny dotyczyć: wyboru, podporządkowania, krótkich odpowiedzi lub krótkich rozprawek²⁷³.

Sprawdzian można wykorzystać dla celów diagnostycznych. Analiza błędów popełnionych przez uczniów może wykazać, czy uczeń poprawnie opanował pojęcie, czy nie nadaje mu zbyt szerokiego zakresu, czy włącza doń zbliżone nieprzykłady albo przeciwnie – czy nie sądzi, że niektóre nieprzykłady są przykładami pojęcia. Jeśli któryś z tych trzech przypadków rzeczywiście zachodzi, uczniowie wymagają dodatkowej nauki²⁷⁴.

269 Sieć operacyjną, rejestrującą dane o świecie rzeczy można również traktować jako wytwór interioryzacji, tak rozumianej, jak pojmowali ją L.S. Wygotski, A.L. Leontiew czy J. Piaget, zob. W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki...*, s. 195.

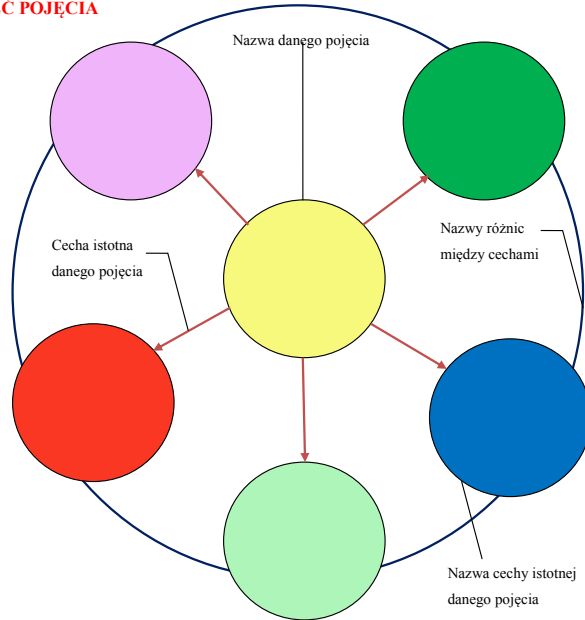
270 R. Jantz, *op. cit.*, s. 295-296.

271 *Ibidem*, s. 296.

272 *Ibidem*, s. 300.

273 *Ibidem*.

274 *Ibidem*, s. 301.

SIEĆ POJĘCIA

M.D. Merrill i R.D. Tennyson proponują:

1. Jeśli błąd ucznia polega na nadaniu danemu pojęciu zbyt szerokiego zakresu, trzeba tak dodatkowo zestawić pary przykładów i nieprzykładów, żeby unaocznic brak cech istotnych.
2. Jeśli błąd ucznia polega na nadaniu pojęciu zbyt wąskiego zakresu, trzeba dodatkowo podać trudne przykłady, żeby unaocznic występowanie cech istotnych.
3. Jeśli uczeń błędnie rozumie pojęcie, trzeba dodatkowo zestawić pary przykładów i nieprzykładów różniące się cechami nieistotnymi powodującymi błąd. Wyizolowanie cechy zwróci uwagę ucznia na to, że jest to cecha nieistotna²⁷⁵.

Oceniając opanowanie pojęcia, sprawdzać trzeba nie tylko zapamiętanie definicji. Uczniowie powinni także wykazać się znajomością cech istotnych pojęcia i jego powiązań z innymi pojęciami – podsumowuje R. Jantz²⁷⁶.

²⁷⁵ *Ibidem*.

²⁷⁶ *Ibidem*, s. 302.

Specyfika kształtowania pojęć muzycznych u dzieci

Muzyka – to początek i koniec wszelkiej mowy
Ryszard Wagner

1. Uzdolnienie muzyczne

*Szczęśliwi Ci, którzy mają w sercu muzykę
i uśmiech na ustach.*

Franz Schubert

„Po to, aby zrozumieć, jak małe dzieci uczą się muzyki i jak najlepiej je nauczać, trzeba zrozumieć, jaką rolę w uczeniu się i nauczaniu muzyki odgrywają uzdolnienia”¹. Uzdolnienie muzyczne – według C. Seashore’a² – ma strukturę złożoną i wielopoziomową – hierarchiczną. W swojej pracy na temat zdolności muzycznych wprowadził następujący model ich struktury:

1. Wrażliwość muzyczna:
 - proste formy wrażeń:
 - poczucie wysokości dźwięku;
 - poczucie intensywności dźwięku (głośności);
 - poczucie czasu trwania dźwięku;
 - poczucie rozległości dźwięku;
 - złożone formy percepcji:
 - poczucie rytmu;
 - poczucie barwy dźwięku;
 - poczucie konsonansu;

1 E.E. Gordon, *Umuzycznianie niemowląt i małych dzieci*, Kraków 1997, s. 13.

2 C. Seashore – psycholog amerykański pochodzenia szwedzkiego, twórca pierwszego w świecie laboratorium psychologii muzyki, uczeń C. Strumpfa (twórcy niemieckiej psychologii eksperymentalnej).

- poczucie nasycenia, gęstości i objętości dźwięku.
2. Czynniki muzyczne, naturalne zdolności do dokładnego i muzycznie ekspresywnego produkowania dźwięków – głosem lub na instrumentach:
 - kontrola wysokości dźwięku;
 - kontrola intensywności dźwięku (głośność);
 - kontrola czasu trwania dźwięku;
 - kontrola rytmu;
 - kontrola barwy dźwięku;
 - kontrola gęstości (objętości) dźwięku.
 3. Pamięć i wyobraźnia muzyczna:
 - wyobraźnia dźwiękowa;
 - wyobraźnia ruchowa;
 - wyobraźnia twórcza;
 - zakres pamięci;
 - pojętność, chłonność (zdolność do uczenia się).
 4. Intelpekt muzyczny:
 - swobodne skojarzenia muzyczne;
 - zdolność do refleksji muzycznej;
 - ogólne uzdolnienie umysłowe w odniesieniu do zagadnień muzycznych.
 5. Zdolność do reakcji emocjonalnej na muzykę:
 - smak muzyczny;
 - przeżycia uczuciowe związane z muzyką;
 - zdolność do ekspresji muzycznej (wyrażania siebie w muzyce)³.

„Umysłowość muzyczna” nie może być jednak traktowana jako suma wyróżnionych zdolności. „Nie ma myśli bez uczuć i działania; nie ma działania bez uczuć i myśli; nie ma uczuć bez myśli i działania. Tak więc nie ma słyszenia bez wyobraźni i działania; nie ma uczuć bez instynktu i pamięci [...]. Umysł (człowieka) działa zawsze jako całość”⁴. J. Mursell twierdził, że rozumienie muzyki w swej istocie polega nie na reakcjach na bodźce docierające do ucha zewnętrznego czy wewnętrznego, lecz na organizującej i przekształcającej operacji umysłu. W strukturze zdolności muzycznych wyróżnił następujące procesy umysłowe:

- afektywne reagowanie na dźwięki i struktury dźwiękowo-rytmiczne,
- percepcyjną świadomość związków między dźwiękami,
- percepcyjną świadomość grupowania rytmicznego.

3 M. Manturzevska, H. Kotarska, L. Miklaszewski, K. Miklaszewski, *Zdolności, uzdolnienie i talent muzyczny*, [w:] *Wybrane zagadnienia z psychologii muzyki*, red. M. Manturzevska, H. Kotarska, Warszawa 1990, s. 59-60.

4 Stwierdzenie C. Seashore’a podane przez M. Manturzevską, H. Kotarską, L. Miklaszewskiego i K. Miklaszewskiego w pracy *Zdolności, uzdolnienia i talent...*, s. 62.

Podkreślając wagę zdolności odbioru znaczeń emocjonalnych dźwięków, J. Mursell⁵ uważał, że treść wyrazowa muzyki zależy od sposobu organizacji strukturyzowania materiału muzycznego przez umysł⁶. Według B. Tiepłowa⁷ uzdolnienie muzyczne obejmuje ogół właściwości niezbędnych do zajmowania się muzyką (jej słuchania, tworzenia lub wykonywania). Wyróżnia grupę zdolności specyficznie muzycznych (które nazywa muzykalnością) i grupę zdolności ogólnych (których posiadanie stanowi niezbędny warunek powodzenia również w innych dziedzinach). Do ogólnych zdolności zalicza B. Tiepłow inteligencję, wyobraźnię oraz niektóre cechy charakteru i osobowości. Wyróżnia dwie strony muzykalności: emocjonalną i słuchową. Rozpatrywane oddzielnie nie mają sensu, ponieważ nawet najbardziej dokładna percepcja muzyki, oderwana od emocji, nie jest, jego zdaniem, percepcją muzyczną. Na zdolności specyficznie muzyczne składają się według B. Tiepłowa trzy podstawowe zdolności:

- 1) poczucie tonalne, czyli zdolność do emocjonalnego odróżniania tonalnych funkcji dźwięków melodii (zdolność tę można określić inaczej jako emocjonalny albo percepcyjny składnik słuchu muzycznego),
- 2) zdolność do wyobrażeń słuchowych, tzn. do dowolnego posługiwania się wyobrażeniami słuchowymi, odzwierciedlającymi ruch wysokościowy dźwięków,
- 3) poczucie rytmu muzycznego, czyli zdolność do czynnego (ruchowego) przeżywania muzyki, do odczuwania emocjonalnego wyrazu rytmu muzycznego i dokładnego odtwarzania go.

B. Tiepłow podkreśla, że uzdolnienie nie jest sumą zdolności, lecz stanowi w każdym przypadku nową swoistą jakość⁸.

S. Szuman rozwój muzykalności i stopień muzycznych osiągnięć uzależnia od czterech grup czynników:

- 1) wrodzonych zadatków organicznych,
- 2) jakości i ilości doświadczeń muzycznych,
- 3) czynników wychowawczych,
- 4) własnej aktywności danej osoby.

Uzdolnienie muzyczne, jego zdaniem, polega na posiadaniu przez daną osobę zasadniczych możliwości, tj. organicznych warunków właściwego słuchania, wykonywania i tworzenia muzyki. Zadatki zdolności kształtują się stopniowo, w miarę słuchania, wykonywania i tworzenia utworów muzycznych. Dopóki oddziałujące bodźce muzyczne nie wytworzą nowych struktur nerwowych, warunkujących percepcję

5 James Mursell – wybitny psycholog, nauczyciel muzyki ze słynnej uczelni Teachers College, Columbia University w Nowym Jorku, jeden z najostrzejszych krytyków C. Searshore'a.

6 M. Manturzevska, H. Kotarska, L. Miklaszewski, K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 62.

7 Borys Tiepłow – rosyjski psycholog muzyki.

8 B. Tiepłow, *Psychologia zdolności muzycznych*, Warszawa 1952; J. Wierszyłowski, *Psychologia muzyki*, Warszawa 1979; M. Manturzevska, H. Kotarska, L. Miklaszewski, K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 62-64.

muzyki, dopóty nie może być mowy o zdolnościach muzycznych⁹. J. Wierszyłowski ujmuje dość szeroko zagadnienie uzdolnienia muzycznego. Wymienia czynniki typu: właściwości morfologiczne i fizjologiczne, cechy temperamentalne i różnego rodzaju zdolności: uwaga i umiejętność jej koncentracji, aktywność i wytrzymałość, emocjonalność i pobudliwość, wrażliwość sensoryczna (słuch, ale również wzrok i zdolności kinestetyczne), pamięć, inteligencja ogólna oraz zdolności twórcze, fantazja, wyobraźnia. Na to wszystko nakładają się jeszcze potrzeby i zainteresowania, wykształcone postawy, ideały, charakter oraz aktualny zasób wiedzy i doświadczeń¹⁰. M. Manturzevska reprezentuje odrębne stanowisko w dziedzinie badań i założeń teoretycznych dotyczących uzdolnień muzycznych. Wymienia całokształt właściwości psychicznych, zarówno sensorycznych, jak i intelektualnych, emocjonalno-motywacyjnych i kinestetyczno-motorycznych, wyznaczających stosunek człowieka do muzyki i efektywność podejmowanych przez niego działań muzycznych: słuchania i rozumienia utworów muzycznych, wykonywania ich lub tworzenia. Właściwości te tworzą bardzo zróżnicowaną konstelację cech, wzajemnie na siebie oddziałujących, zwłaszcza w pierwszych latach życia człowieka (kiedy bywa podatny na wpływy otoczenia i środowiska społeczno-kulturalnego).

Obserwowane zdolności muzyczne, zdaniem M. Manturzevskiej, są zawsze rezultatem interakcji właściwości wrodzonych i czynników środowiskowych. Zasięg działania tych dwóch czynników jest praktycznie nie do rozgraniczenia, już od okresu prenatalnego¹¹. Należy podkreślić, iż poszczególne zdolności muzyczne mogą się realizować i aktualizować na różnych poziomach organizacji poznawczej:

- na poziomie organizacji sensorycznej, jako szczególna wrażliwość sensoryczno-poznawcza na zjawiska muzyczne,
- na poziomie organizacji percepcyjnej,
- na poziomie organizacji pojęciowej i operacji myślowych na materiale muzycznym,
- na poziomie organizacji wykonawczej – operacji poznawczo-motorycznych na materiale muzycznym,
- wreszcie organizacji struktury motywacyjnej osobowości warunkującej złożone długofalowe działania muzyczne¹².

O uczeniu się muzyki można mówić jako o procesie odbywającym się w trzech różnych obszarach. Pierwszy z nich obejmuje wszystkie reprezentacje zjawisk czy-sto brzmieniowych. Jest to obszar pojęć brzmieniowych i myślenia w kategoriach brzmień oraz znaczeń zawartych w strukturach przekazu muzycznego. E.E. Gordon

9 S. Szuman, *Istota, kierunki i struktura uzdolnień muzycznych*, Szkoła Artystyczna, t. 3, nr 1-2, s. 8-30; *Wybrane zagadnienia...*, red. M. Manturzevska, H. Kotarska, s. 68.

10 J. Wierszyłowski, *op. cit.*, s. 126; M. Manturzevska, H. Kotarska, L. Miklaszewski, K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 70.

11 M. Manturzevska, H. Kotarska, L. Miklaszewski, K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 71.

12 *Ibidem*, s. 73.

wprowadził na ów grunt nowy termin: audiację¹³, obejmującą całokształt brzmieniowych struktur poznawczych i procesów związanych z funkcjonowaniem tych struktur. Drugi z obszarów obejmuje nazwy muzyczne – nazwy nadawane wyróżnionym pojęciom brzmieniowym, znaki zapisu i zasady ich stosowania oraz wielki zbiór twierdzeń teoretycznych. Jest to dziedzina wiedzy oraz umiejętności werbalnych i formalnych związanych z muzyką. Tu odbywa się proces literalizacji muzycznej¹⁴. Zaś obszar trzeci stanowi dziedzina umiejętności wykonawczych.

2. Audiacja

Każda sztuka jest naśladowaniem natury
Seneka Młodszy

Naturalną formą zachowania się, która wskazuje na funkcjonowanie audiacji, jest według E.E. Gordona spontaniczny śpiew i ruch wywołany przez muzykę. Uczenie się w tym obszarze to tworzenie się pojęć muzycznych na podstawie doświadczenia percepcyjnego. Łączy się ono z dwiema podstawowymi funkcjami: (1) rozróżnianiem i (2) wnioskowaniem. Rozróżnianie jest tu funkcją warunkującą wnioskowanie. Właściwie przez cały czas słuchania muzyki dokonywane są porównania struktur aktualnie brzmiących ze strukturami tylko co przebrzmiałymi lub przywoływanymi z pamięci. Wyniki wielokrotnych porównań i rozróżnień, dające pewien zbiór odpowiedzi na pytanie czy coś jest takie same czy różne i będące informacją przesyłaną zwrotnie do ośrodków decyzyjnych umysłu, stają się podstawą do wyciągnięcia wniosków dotyczących podobieństw, tworzenia klas zjawiska i wreszcie schematycznych reprezentacji tych klas – pojęć. Pojęcie takie nie musi być dokładną kopią jednej z percypowanych w procesie uczenia się struktur, łączy się raczej z wnioskiem uogólniającym doświadczenie percepcyjne i zaciera w sobie cechy najbardziej charakterystyczne dla sekwencji odbieranych w wielu doświadczeniach – stwierdza E.E. Gordon. Jest jednocześnie pewną postacią, układem spójnym mającym wartość autonomiczną, a nie prostą sumą swych części składowych¹⁵. Podstawą mechanizmu tworzenia się pojęć są pewne ogólne prawa percepcyjne i procesy poznawcze dotyczące materiału mu-

13 Audiacja – słyszenie i formalne umysłowe przetwarzanie dźwięków muzyki, mimo że nie jest ona w danym momencie fizycznie obecna lub nawet nigdy nie była w otoczeniu odbiorcy. Jest to proces odmienny od naśladowania, różnicowania, rozpoznawania czy mechanicznego zapamiętywania, zob. E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się w muzyce*, Bydgoszcz 1999, s. 481; *idem*, *Umuzycznianie niemowląt i małych dzieci*, Kraków 1997, s. 121; E. Zwolińska, *Rozwój wyobraźni muzycznej a funkcje percepcyjno-motoryczne w młodszym wieku szkolnym*, Bydgoszcz 1997, s. 64; B. Kamińska, *Kompetencje wokalne dzieci i młodzieży – ich poziom, rozwój i uwarunkowania*, Warszawa 1997, s. 61.

14 To obszar znajomości zapisu i zasad muzyki (ZZZ).

15 K. Miklaszewski, *Uczenie się muzyki*, [w:], *Wybrane zagadnienia z psychologii...*, s. 196.

zycznego oraz procesy rozwoju człowieka. Nie wolno jednak pominąć tego, że choć prawa mogą być ogólne, to większość wyciąganych przez ludzi wniosków i budowanych pojęć ma bardzo indywidualny charakter. Muzycznym pojęciom towarzyszą zawsze (trudne do opisania) znaczenia estetyczne i emocjonalne¹⁶. Proces tworzenia się pojęć brzmieniowych zachodzi jakby po obydwu stronach granicy między świadomie kierowanym procesem myślowym i wyobraźnią a przetwarzaniem podświadomym. Dziecko stykające się od pierwszych dni życia (już w swym życiu płodowym) z dźwiękami z otoczenia matki dokonuje wielu nieświadomych operacji na materiale dźwiękowym i tworzy sobie bardzo wczesnie zbiór (podstawowych grup czy postaci) idiomów języka muzycznego kultury, w obrębie której wzrasta. Dźwięki muzyczne są przechowywane w inny sposób niż słowa czy słowne formy liczb. W teoretycznym modelu organizacji wewnętrznych reprezentacji odpowiadających różnym wysokościami dźwięków „pamięć wysokości jest funkcją pewnego układu elementów, które są pobudzane przez dźwięki o określonej wysokości”¹⁷. Skala muzyczna to – według D. Deutsch¹⁸ – „wysoko przeuczony alfabet wysokości dźwięków [...] zorganizowany w sposób hierarchiczny”¹⁹, który jest swoistym schematem poznawczym służącym do odbioru informacji zawartych w melodiach²⁰. Hierarchizacja dźwięków w melodii, będąca podstawą do percepcyjnego ustalenia relacji między dźwiękami, wnosi określone uporządkowanie. Pozwala to traktować melodię jako figurę (Gestalt)²¹, czyli spójną całość, w której elementy nadrzędne (tonika, dominanta) pojawiają się z pewną regularnością (oczekiwaną przez słuchacza), nadając melodii cechy stałości i stabilności i umożliwiając organizację percepcyjną. Istnienie hierarchii ułatwia spostrzeżenie melodii i polega na tym, że elementy nadrzędne stają się konstrukcją, wokół której grupują się pozostałe elementy²². Percepcja natomiast tonalności melodii zależy od dostrzeżenia i wyodrębnienia z przebiegu melodycznego dźwięku centralnego – toniki. Powtarzalność pewnych dźwięków (układów, motywów) sprawia, że słuchacz

16 *Ibidem*.

17 *Ibidem*, s. 197-198.

18 Diana Deutsch (ur. 1938) psycholog amerykańska. Twórczyni jednego z najaktywniejszych ośrodków badań w dziedzinie psychologii i psychoakustyki muzycznej na Uniwersytecie Kalifornijskim w San Diego. Jej wkład do psychologii obejmuje teoretyczne i empiryczne prace nad percepcją melodii, pamięcią i uwagą.

19 K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 198.

20 *Ibidem*, s. 198.

21 Przedstawiciele psychologii postaci (*Gestaltpsychologie*) wymieniają tzw. prawa Gestalt, czyli prawa rządzące organizacją percepcyjną. Najważniejsze z nich to prawa: bliskości, podobieństwa, domykania, regularności i symetrii oraz prawo dobrej kontynuacji. Wszystkie są podporządkowane dążeniu do nadania temu co widzimy czy słyszymy najbardziej wyraźnego kształtu, czy mówiąc inaczej tendencji do wyodrębniania w polu percepcyjnym najlepszej (najprostszej, najważniejszej, najbardziej stabilnej) figury, to jest postaci (Gestalt), na jaką pozwalają istniejące warunki, zob. T. Tomaszewski, *Wstęp do psychologii*, Warszawa 1979, s. 66.

22 A. Jordan-Szymańska, *Percepcja muzyki*, [w:] *Wybrane zagadnienia z psychologii...*, s. 143.

jest w stanie przewidzieć (z większym lub mniejszym prawdopodobieństwem) określone kontynuacje w przebiegu melodycznym.

Za kształtowanie organizacji czasowej w muzyce odpowiedzialne są przede wszystkim trzy czynniki: puls, metrum i rytm. Spostrzeganie pulsu związane jest z ujmowaniem regularnie powtarzających się impulsów, które dzielą przebieg muzyczny na małe odcinki czasu, równej (oczywiście w przybliżeniu) długości. Spostrzeganie rytmu wiąże się natomiast z grupowaniem dźwięków, które wypełnia wytyczone przez schemat ramy pulsu i metrum różnorodnością proporcji trwania dźwięków i ich połączeń. Spostrzeganie metrum odbywa się jako ujęcie – z jednej strony – bardziej ogólne i abstrakcyjne niż zmienne i różnorodne w swoich konkretnych postaciach przebiegi rytmiczne, a z drugiej strony – jako ujęcie percepcyjnego grupowania rytmicznego²³.

Obszar audiacji to miejsce operowania czysto dźwiękowymi pojęciami i kategoriami, uogólnionymi i konkretnymi wyobrażeniami słuchowymi, myślenia muzycznego w najczystszyemu tego słowa znaczeniu. Uczenie się w tym obszarze polega na gromadzeniu doświadczenia prowadzącego do powstania w miarę jasnych pojęć dźwiękowych i klasyfikacji stosunków zachodzących między nimi. Najprostszymi zabiegami dokonywanymi na pojęciach i bardziej konkretnych wyobrażeniach słuchowych jest porównywanie²⁴ i związane z nim rozpoznawanie²⁵ oraz wnioskowanie będące podstawą klasyfikacji (zaliczania do kategorii lub do klasy pojęć).

Tworzenie się pojęć muzycznych ma miejsce już od najwcześniejszych dni życia – niektórzy twierdzą, że rozpoczyna się jeszcze w życiu płodowym – a to, jakie pojęcia będą miały najsilniej określoną tożsamość zależy w wielkim stopniu od „muzycznej interakcji” z najbliższym otoczeniem i od kultury muzycznej ludzi tworzących to otoczenie – twierdzi K. Miklaszewski²⁶.

3. Znajomość zapisu i zasad muzyki

Muzyka zmywa z duszy pył codziennego życia

Berthold Auerbach

Pojęcia w obszarze audiacji mają czysto muzyczną treść i nie są przeznaczone do komunikacji werbalnej. Nie są słowami, którymi można by się posłużyć w mowie. Aby móc o nich mówić, potrzebne są im nazwy, aby móc je zapisać – potrzebne są znaki

23 *Ibidem*, s. 135-136.

24 Na przykład: czy melodia jest taka sama jak poprzednia, czy inna?

25 Wtedy, gdy np. motyw słyszany jest porównywany z zewnętrżnie reprezentowanym motywem wzorcowym.

26 K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 200-201.

(i prawa rządzące użyciem tych znaków). Obszar znajomości zapisu i zasad jest obszarem swoistej literalizacji muzycznej – jak uważa E.E. Gordon²⁷.

W swojej najprostszej postaci uczenie się w tym obszarze obejmuje przyswojenie sobie nazw: solmizacyjnych i literowych dźwięków, najprostszych terminów z dziedziny harmonii i teorii muzyki (np. nazw skal, nazw kadencji, nazw trybów) oraz znaków zapisu: pięciolinii, kształtów nut, oznaczeń pauz, sposobów zapisywania metrum itd.

Gdy nauczyciel muzyki zachowa pewne następstwa realizowanych celów nauczania, tzn. gdy formowanie się pojęć muzycznych będzie poprzedzało uczenie się ich nazw i znaków zapisu, wiele z uczenia się w obszarze ZZZ będzie można wyjaśnić w kategoriach tworzenia się asocjacji – związków pojęcia z jego nazwą, a wiele – jako tworzenie się siatki pojęć intelektualnych precyzujących – poprzez werbalizację – pojęcia czysto muzyczne. Nazwy solmizacyjne, które same w sobie są przykładem sylab bezsensownych, są w rzeczywistości reliktem mnemotechniki służącej do zapamiętania funkcji, jaką dany dźwięk pełni wobec toniki oraz brzmień poszczególnych interwałów. Uczenie się będzie skuteczne, gdy oprócz skojarzenia np. zjawiska z jego nazwą, uczącemu dostarczy się odpowiednich informacji zwrotnych o prawidłowości jego skojarzeń, tzw. informacji o wynikach²⁸.

4. Wykonawstwo muzyczne

Muzyka jest najskuteczniejszym sposobem dyscyplinującym, wywiera dobry wpływ na moralność i świętość.

Ks. Jan Bosko

Gra i nauka gry jest dziedziną znacznie różniącą się od znajomości zapisu i zasad muzyki. W obszarze ZZZ mówi się zarówno o wiedzy, jak i o umiejętnościach, lecz umiejętności mają tu wyłącznie intelektualny charakter: umiejętnością (muzyczną i formalną) jest rozwiązywanie zadań harmonicznnych czy kontrapunktycznych lub dokonanie szybkiej i trafnej analizy utworu. Gra na instrumencie łączy w sobie umiejętności z obszaru audiacji z bardzo złożonymi sprawnościami motorycznymi. Uczenie się gry, to „nabywanie w ciągu lat praktyki wieloletniego bogactwa procedur przekładających intencje muzyczne na działania” – pisze L.H. Shaffer²⁹. Stwierdza także, iż gra sama w sobie może być rozumiana jako realizacja pewnego istniejącego w umy-

27 E.E. Gordon jako pierwszy w świecie stworzył sekwencyjny program kształcenia muzycznego, oparty na badaniach naukowych.

28 K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 201-202.

29 *Ibidem*, s. 203.

śle człowieka planu, przy pomocy szeregu procedur tzw. programu motorycznego. Plan natomiast rozumiany jest jako reprezentacja muzyki w jej postaci brzmieniowej i w wielkiej skali, na przykład: „planem” może być zapamiętany cały utwór muzyczny lub – przy grze *a vista* – to, co słyszymy wewnętrznie przy odczytywaniu zapisu. W miarę nabywania sprawności, na podstawie naturalnych struktur skoordynowanych tworzą się moduły umiejętności ruchowej³⁰. Skuteczne wykonanie skomplikowanego działania motorycznego wiąże się z płynnym i spokojnym przechodzeniem od jednej operacji do drugiej. W grze na instrumencie muzycznym podstawową rolę odgrywa zwrotna informacja słuchowa: ma tu miejsce porównanie rzeczywistego wykonania z przyjętym do realizacji planem – podaje J. Sloboda³¹. Dla skuteczności gry najważniejszymi czynnikami są: jasno określony plan, adekwatność programu motorycznego w jego odniesieniu do planu oraz działanie sprzężenia zwrotnego zapewniającego bieżące dostosowywanie ogniw programu do wymagań planu. Plan, czyli wewnętrznie wyobrażane sobie brzmienie utworu, jest domeną audiacji. Zatem w obszarze wykonawstwa instrumentalnego wyobrażenie słuchowe, myślenie kategoriami brzmieniowymi odgrywa rolę fundamentalną – jest warunkiem gry. Uczenie się zachodzi jednak na wszystkich płaszczyznach działania związanych z opanowywaną umiejętnością, czyli ucząc się brzmień (tworząc plan) i ucząc się ruchów, następuje nauka posługiwania się sprzężeniem zwrotnym – następuje wytwarzanie sobie kategorii ułatwiających jego działanie³².

E.E. Gordon podaje za R. Gagne osiem różnych rodzajów uczenia się tworzących swego rodzaju hierarchię i zawierających określenia pochodzące z różnych teorii psychologicznych:

1. Uczenie się sygnałów: **uczenie się percepcyjne**.
2. Uczenie się reakcji na bodźce.
3. Tworzenie łańcuchów reakcji.
4. Tworzenie skojarzeń słownych.
5. Różnicowanie wielokrotne: **uczenie się pojęciowe**.
6. Uczenie się pojęć.
7. Uczenie się zasad.
8. Rozwiązywanie problemów.

A następnie dodaje: „Im wcześniej dziecko zostanie włączone w bogate muzycznie środowisko, tym wcześniej jego muzyczne uzdolnienia zaczną podnosić się do poziomu urodzeniowego tym bliżej tego poziomu mogą się ustabilizować. [...] Waga wczesnego, bogatego muzycznie otoczenia jest nie do przecenienia”³³.

30 Wyuczone zespoły operacji odpowiadające wykonaniu typowego działania.

31 K. Miklaszewski, *op. cit.*, s. 204.

32 *Ibidem*.

33 E.E. Gordon, *Umuzycznianie niemowląt...*, s. 14.

Należy jednak pamiętać, że rozwój zależy nie tylko od „naturalnego wzrostu”, lecz także od tego, w jakiej mierze dziecko otrzymuje odpowiednie przygotowanie muzyczne.

Ze względu na to, że uzdolnienia muzyczne dziecka, które nie skończyło jeszcze dziewięciu lat, są wynikiem wrodzonego potencjału i wczesnych oddziaływań środowiskowych, uzdolnienia te, mierzone do tego wieku można określić jako rozwijające się. Po tym okresie należy je uznać za ustabilizowane. Podstawą dla uzdolnień rozwijających się i ustabilizowanych stanowi audiacja. [...] Audiacji nie nabywa się ani natychmiast, ani szybko. Przyswajanie umiejętności audiowania jest procesem sekwencyjnym, wymagającym czasu. Mimo że muzyka i język różnią się od siebie, proces audiowania podczas słuchania muzyki jest zbliżony do procesu myślenia podczas słuchania języka. Tam gdzie jest język, tam jest myślenie, a tam gdzie muzyka – jest audiacja³⁴.

E.E. Gordon w swojej teorii uczenia się i nauczania muzyki wyróżnia audiację wstępną i właściwą. Audiacja wstępna dotyczy małych dzieci (od urodzenia do piątego roku życia). Trzy typy (akulturacja, imitacja oraz asymilacja) i siedem jej stadiów stanowią podstawę modelu uczenia się i nauczania. Są etapami przejściowymi, przygotowującymi dziecko do wejścia w audiację właściwą.

To jak małe dziecko w sposób naturalny i intuicyjny używa swoich uzdolnień muzycznych, bez względu na jego postępy w przechodzeniu z jednego typu (czy stadium) audiacji wstępnej na drugi, stanowi sedno modelu uczenia się. Tempo, w jakim dzieci przechodzą przez poszczególne typy i stadia audiacji wstępnej, nie jest równomierne³⁵.

Wszystkie stadia audiacji (zarówno wstępnej jak i właściwej) są hierarchiczne i wzajemnie na siebie zachodzą, a to oznacza, iż każde stadium stanowi podstawę i jednocześnie staje się częścią następnego, wyższego stadium. „Może się zdarzyć – stwierdza autor – że dziecko jest w stanie przyswoić sobie wyższy typ i stadium audiacji wstępnej w części tonalnej, podczas gdy w tym samym czasie pozostaje na niższym poziomie w zakresie rytmu. Możliwa jest także odwrotna sytuacja”³⁶.

Audiacji wstępnej naucza się przez nieustrukturywane i ustrukturywane nieformalne kierowanie. Niestety większość dzieci, które przychodzą do szkoły, nie otrzymała wcześniej dostatecznej stymulacji muzycznej, aby mogła, z powodzeniem, włączyć się w formalną muzyczną edukacją – podaje E.E. Gordon. Przeciętne dziecko bez wcześniejszego przygotowania nie jest w stanie podołać oczekiwaniom związanym z prawidłowym śpiewaniem i poruszaniem się przy muzyce. „Bez tych uzdolnień, które dziecko powinno było rozwinąć przechodząc przez trzy typy i siedem stadiów audiacji wstępnej, nie będzie w stanie zrozumieć, czego oczekuje się od niego podczas lekcji muzyki w klasie. [...] Mimo że potrafi myśleć w określonym języku, nie

34 *Ibidem*.

35 *Ibidem*, s. 33.

36 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 322-323; *idem*, *Umuzycznianie niemowląt...*, s. 34-35.

Tabela 8. Ogólny zarys typów i stadiów audiacji wstępnej

TYP	STADIUM
Akultuacja* (inkultuacja) od narodzin do 2.-4. roku życia: niewielka świadomość otoczenia u dziecka	<p>1. Absorpcja: dziecko słucha i słuchowo gromadzi dźwięki muzyki z otoczenia.</p> <p>2. Reakcje przypadkowe: dziecko porusza się i paple w odpowiedzi, ale nieadekwatnie do muzycznych dźwięków środowiska.</p> <p>3. Reakcje celowe: dziecko stara się odnieść ruch i paplaninę do muzycznych dźwięków środowiska.</p>
Imitacja od 2.-4. do 3.-5. roku życia: dziecko angażuje się ze świadomością skierowaną przede wszystkim na otoczenie.	<p>4. Pozbywanie się egocentryzmu: dziecko rozpoznaje, że ruchy i paplanina nie pasują do muzyki z otoczenia.</p> <p>5. Przełamywanie kodu: dziecko naśladuje z pewną dokładnością dźwięki muzyki z otoczenia, zwłaszcza motywy tonalne i rytmiczne.</p>
Asymilacja od 3.-5. do 4.-6. roku życia: dziecko angażuje się ze świadomością skierowaną na siebie.	<p>6. Samoobserwacja: dziecko widzi brak koordynacji pomiędzy śpiewem a oddychaniem i pomiędzy śpiewnym recytowaniem a ruchem mięśni i oddychaniem.</p> <p>7. Koordynacja: dziecko koordynuje śpiewanie i recytowanie z oddychaniem i ruchem.</p>

* Pierwszy typ audiacji wstępnej Anglicy nazywają akulturacją, a Francuzi inkulturacją.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się w muzyce*, Bydgoszcz 1999, s. 322-323; *idem*, *Umuzycznianie niemowląt i małych dzieci*, Kraków 1997, s. 41; bardzo szczegółowe omówienie poszczególnych typów i stadiów audiacji wstępnej znajduje się w pracy *Podstawy teorii uczenia się muzyki według Edwina E. Gordona*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 2000, s. 43-96.

będzie w stanie myśleć za pomocą dźwięków”³⁷ E.E. Gordon rozróżnia cztery słowniki w posługiwaniu się mową:

- podstawowy i elementarny, czyli słuchowy,
- wypowiediany (wypowiadanie tego, co zostało usłyszane),
- czytany (słowa poznawane poprzez czytanie),
- zapisywany (zawiera się w umiejętności pisania)³⁸.

„Jeśli ktoś nie słyszy, to zwykle nie wytwarza sobie słownika mowy, ktoś kto nie słyszy i nie mówi, nie może się nauczyć czytania, natomiast ktoś kto nie słyszy, nie mówi i nie czyta, nie będzie również pisał. To samo dzieje się w dziedzinie muzyki”³⁹.

³⁷ E.E. Gordon, *Umuzycznianie niemowląt...*, s. 97.

³⁸ *Podstawy teorii uczenia się muzyki według Edwina E. Gordona*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 2000, s. 17-19.

³⁹ *Teoria uczenia się muzyki według Edwina E. Gordona*, red. E. Zwolińska, W. Jankowski, materiały II Seminarium Autorskiego, Bydgoszcz-Warszawa 1995, s. 18-19.

E.J. Dalcroze⁴⁰ powiedział, a Z. Kodaly za nim powtórzył, że trzeba najpierw uczyć dźwięku, a dopiero potem znaku. Jest to bardzo ważna zasada, którą trzeba rozumieć i stosować w praktyce.

Audiacja właściwa⁴¹ ma miejsce pomiędzy siódmym stadium audiacji wstępnej (kiedy to dziecko koordynuje śpiewanie i recytowanie z oddychaniem i ruchem) a pierwszym stadium audiacji właściwej (kiedy dźwięk zostaje odebrany przez dziecko i przechowany w pamięci).

Istnieje osiem typów i sześć stadiów audiacji właściwej. Nie wszystkie typy obejmują dokładnie te same stadia. Stadia mają charakter sekwencyjny, a typy – nie. Niektóre z typów służą jednak jako przygotowanie do innych.

Teoria uczenia się muzyki według E.E. Gordona jest jedna, natomiast sekwencje uczenia się muzyki – trzy. Pierwsza sekwencja stanowi kolejność uczenia się umiejętności. Druga – kolejność uczenia się zawartości tonalnej⁴², natomiast trzecia – stanowi kolejność uczenia się zawartości rytmicznej⁴³. „Wszystkie sekwencje uczenia się muzyki są konieczne, gdyż kolejność uczenia się umiejętności nie może istnieć, bez połączenia jej z jedną z dwóch pozostałych kolejności uczenia się”⁴⁴.

Proces uczenia się przebiega na dwóch poziomach poprzez różnicowanie i wnioskowanie. Różnicowanie jest podstawą, ponieważ daje potrzebną gotowość do uczenia się wnioskowania, które jest bardziej pojęciowe.

Zarówno różnicowanie, jak i wnioskowanie nie są rozłączne względem siebie⁴⁵. Uczenie się różnicowania obejmuje pięć poziomów, niektóre z nich zawierają jeszcze podpoziomy, a uczenie się wnioskowania – trzy poziomy, wszystkie z podpoziomami. Każdy poziom i podpoziom uczenia się prowadzi do gotowości oraz staje się częścią następnego, wyższego poziomu lub podpoziomu. Uczenie się przez powtarzanie za nauczycielem (czy to w formie naśladownictwa czy zapamiętywania) jest decydującym elementem w uczeniu się różnicowania i stanowi podstawę do późniejszego uogólniania i abstrakcji, które zachodzą w audiacji w uczeniu się wnioskowania. Kiedy dziecko znajduje się na poziomie uczenia się różnicowania, dokonuje bardzo prostego wnioskowania. Kiedy natomiast przejdzie do etapu wnioskowania, użyje wszystkiego to, co przyswoiło sobie na etapie różnicowania⁴⁶.

40 Emile Jacques-Dalcroze – szwajcarski teoretyk w dziedzinie kształcenia muzycznego; Z Kodaly – węgierski twórca koncepcji wychowania muzycznego.

41 Audiacja właściwa jako formalne nauczanie muzyki rozpoczyna się w „zerówce”.

42 Zawiera kolejność motywów tonalnych.

43 Zawiera kolejność motywów rytmicznych.

44 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 126.

45 Czasami jeden czy drugi może być bardziej wyeksponowany.

46 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 127-128.

Tabela 9. Typy audiacji właściwej⁴⁷

Typ 1	śluchanie	znanej lub nieznannej muzyki
Typ 2	czytanie	znanej lub nieznannej muzyki
Typ 3	zapisywanie	pod dyktando znanej lub nieznannej muzyki
Typ 4	odtworzenie i wykonywanie	znanej muzyki z pamięci
Typ 5	odtworzenie i zapisywanie	znanej muzyki z pamięci
Typ 6	tworzenie i improwizowanie	nieznanej muzyki podczas jej wykonywania lub w ciszy
Typ 7	tworzenie i improwizowanie	nieznanej muzyki podczas czytania
Typ 8	tworzenie i improwizowanie	nieznanej muzyki podczas pisania

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 34-35; dokładniejsze omówienie każdego typu znajduje się na stronach 33-39 tej publikacji, a także w książce E. Zwolińskiej, *Rozwój wyobraźni muzycznej a funkcje percepcyjno-motoryczne w młodszym wieku szkolnym*, Bydgoszcz 1997, s. 67-69.

Tabela 10. Stadia audiacji właściwej⁴⁸

Stadium 1	chwilowe przechowanie,
Stadium 2	naśladowanie i audiowanie motywów tonalnych i rytmicznych oraz rozpoznanie i określenie centrum tonalnego i makrolitów,
Stadium 3	ustalenie obiektywnej i subiektywnej tonalności i metrum,
Stadium 4	przechowanie w audiacji motywów tonalnych i rytmicznych, które już zostały zorganizowane,
Stadium 5	odtworzenie motywów tonalnych i rytmicznych zorganizowanych i wyaudiowanych w innych utworach muzycznych,
Stadium 6	antycypowanie i przewidywanie motywów tonalnych i rytmicznych.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 39; dokładniejsze omówienie każdego stadium znajduje się na stronach 39-45 tej publikacji, a także w książce E. Zwolińskiej, *Rozwój wyobraźni muzycznej...*, s. 70-73, gdzie stadia określa jako poziomy; E.E. Gordon, *Umuzycznienie niemowląt...*, s., 23.

47 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 34-35; dokładniejsze omówienie każdego typu znajduje się na stronach 33-39 tej pracy, a także w książce E. Zwolińskiej, *Rozwój wyobraźni muzycznej...*, s. 67-69.

48 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 39; dokładniejsze omówienie każdego stadium znajduje się na stronach 39-45 tej publikacji, a także w książce E. Zwolińskiej, *Rozwój wyobraźni muzycznej...*, s. 70-73, gdzie stadia określa jako poziomy; E.E. Gordon, *Umuzycznienie niemowląt...*, s. 23.

Tabela 11. Poziomy i podpoziomy kolejności uczenia się umiejętności⁴⁹

Różnicowanie (<i>discrimination</i>)	
1 poziom	śluchowo/głosowy (<i>aural/oral</i>)
2 poziom	skojarzenia słowne (<i>verbal association</i>)
3 poziom	synteza części (<i>partial synthesis</i>)
4 poziom	skojarzenia graficzne (<i>symbolic association</i>)
5 poziom	synteza całości (<i>composite sintesis</i>), czytanie–pisanie
Wnioskowanie (<i>inference</i>)	
1 poziom	uogólniania (<i>generalisation</i>): słuchowo–głosowy, werbalny, graficzny, czytanie–pisanie
2 poziom	twórczość/improvizacja (<i>creativity/improvisation</i>): słuchowo–głosowy, graficzny, czytanie–pisanie
3 poziom	rozumienie teoretyczne (<i>theoretical understanding</i>): słuchowo–głosowy, werbalny, graficzny, czytanie–pisanie

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 127–128, *idem*, *Umuzycznianie niemowląt...*, s. 30.

Poziom słuchowo–głosowy polega na słyszeniu tego, co możemy wyśpiewać. Uczenie audiowania wymaga obydwu sposobów: słyszenia i wykonywania głosem motywów melodycznych oraz rytmicznych. Brak któregośkolwiek z tych warunków uniemożliwia uczenie się. Im więcej motywów zostanie wprowadzonych i opanowanych przez dzieci na tym poziomie, tym większym zasób „słów muzycznych” będą dysponować i tym lepiej będzie przebiegać ich proces uczenia się na dalszych etapach.

Na poziomie skojarzeń słownych wprowadzone zostają nazwy poszczególnych dźwięków znajdujących się w motywach poprzednio opanowanych. Pojedyncze wysokości dźwięków i wartości rytmiczne nie są w muzyce słowem, dlatego nazwy obejmują całe motywy melodyczne i rytmiczne. Trzeba dostarczać dzieciom jak najbardziej zróżnicowanego materiału melodycznego (major-minor; dorycka-miksolidyjska; lidyjska-frygijska itp.) oraz rytmicznego (metrum dwumiarowe i trójmiarowe), by poprzez ciągłe porównania w działaniu muzycznym doprowadzić uczniów do pełnego zrozumienia pojęć brzmieniowych.

⁴⁹ *Ibidem*, s. 132; E.E. Gordon, *Umuzycznianie niemowląt...*, s. 30.

Na poziomie syntezy częściowej następuje łączenie różnych elementów muzycznych w zdanie. Każdy z pojedynczych motywów nie ma określonego znaczenia tonalnego, ale zestawienie kilku po sobie następujących „słów muzycznych” jest tonalne. Działania na tym poziomie należy wykonywać we wszystkich skalach, a także dla dwumiaru i trójmiaru, bo to jest niezbędny warunek zdobycia umiejętności improwizowania. Następnym etapem nauczania to skojarzenia graficzne lub inaczej znakowe, oznaczające już czytanie muzyki. Trzy poprzednie etapy są niezbędnym przygotowaniem do czytania muzyki i jeśli zostaną w nauczaniu pominięte, to nieuchronnie pojawiają się trudności w uczeniu się muzyki. Zanim nastąpi etap czytania muzyki z zapisu dziecko musi słyszeć wewnątrz siebie to, co zostało w zapisie przedstawione. W przypadku każdego motywu najpierw należy uczyć dzieci brzmienia i znaczenia, a dopiero potem, za pomocą znaków solmizacyjnych wytłumaczyć, w jaki sposób jest on zapisany na pięciolinii.

Na poziomie syntezy złożonej uczniowie opierają się już na pełnym zapisie muzycznym. Jest to etap czytania całych opowieści składających się z muzycznych zdań. Na wszystkich poziomach rozróżniania nauczania⁵⁰ i uczenia się⁵¹ odbywa się metodą tzw. pastuszą, czyli poprzez zapamiętywanie wzorca podawanego przez nauczyciela. Na etapie uogólnień uczeń musi już sam wnioskować i własnymi metodami dochodzić do pewnych pojęć muzycznych. Nauczyciel przestaje tu pełnić rolę kierownika-nadawcy i staje się przewodnikiem, bo uczniowie potrafią już pracować samodzielnie, opierając się na muzycznym zapisie.

Na poziomie twórczość/improvizacja oczekuje się od ucznia, że nie powtórzy tego samego, co zaśpiewał nauczyciel, tylko udzieli innej odpowiedzi. Tutaj rozpoczyna się rodzaj improwizacji (dialog między nauczycielem a uczniem) o bardzo ściśle określonej strukturze i niezwykle świadomy. Na tym etapie dziecko ma możliwość uzewnętrzniania własnej pomysłowości i rozwiązań muzycznych, które może swobodnie wykonywać na sylabach neutralnych (poziom słuchowo-mowowy) lub na sylabach solfeżowych (poziom skojarzeń słownych), gdyż materiał ten został utrwalony w płaszczyźnie rozróżniania. Ostatnim celem nauczania jest rozumienie teoretyczne, gdzie zaczyna się teoria muzyki.

50 Nauczanie według E.E. Gordona to kierowanie procesem uczenia się. Jest to planowa praca nauczyciela z uczniami, umożliwiająca im zdobywanie wiadomości, umiejętności i nawyków oraz pielegnowanie zdolności i zainteresowań. Nauczyciel przekazuje tylko informacje do samodzielnego uczenia się. Zob. *Podstawy teorii uczenia się...*, s. 55-56.

51 Uczenie się według E.E. Gordona to wszelkie zmiany zachowania się powstające pod wpływem doświadczenia. Jest to proces zamierzonego i świadomego przyswajania określonych wiadomości, zdobywania określonych umiejętności i nabywania wprawy w wykonywaniu określonych czynności. Kiedy uczymy się, to czerpiemy informacje z zewnątrz, przyswajamy je sobie, uogólniamy poprzez myślenie, a następnie wydajemy z siebie jako materiał, zob. *ibidem*, s. 55.

Rozumienie teoretyczne jest wynikiem doświadczeń zdobywanych stopniowo w konkretnej działalności muzycznej, jest więc skutkiem twórczej aktywności, a nie warunkiem jej zaistnienia⁵².

W okresie uczenia różnicującego, gdzie realizuje się pięć pierwszych etapów, uczniowie sami uczą się abstrahowania cech ogólnych. Nauczyciel podaje informacje i uczy naśladowania, prezentując wzorzec. Informacje w procesie różnicowania pochodzą z zewnątrz i docierają do naszego umysłu. Natomiast na poziomie wnioskowania można uczyć bardziej skomplikowanych i złożonych form myślenia. Zgromadzone informacje zostają uogólnione, po czym dokonywana jest ich ocena i na końcu zostają wyciągnięte wnioski. W ten sposób dzieci uczą się poprzez myślenie jakby od środka, a przetworzone informacje prezentowane są na zewnątrz. Tak więc różnicowanie jest bazą dla myślenia, ponieważ daje informacje, które potem zostają przetworzone. „Abstrahowanie nie może być nauczone, tego trzeba najpierw doświadczyć, a dopiero potem rozwijać. Nauczyciele tylko pomagają dzieciom, kierując nimi celowo po to, by oni wytworzyli sobie bardziej ogólne kategorie. To się nazywa konceptualizacją, czyli wytwarzaniem pojęć”⁵³. Aby uczeń mógł osiągnąć umiejętności związane z danym poziomem, trzeba go nauczyć zawartości tonalnej czy rytmicznej połączonej z tymi umiejętnościami. E.E. Gordon wyjaśnia to następująco:

[...] aby uczeń przyswoił sobie poziom słuchowo/głosowy w kolejności uczenia się umiejętności, musi słyszeć i wykonywać motywy tonalne na poziomie dur i moll harmonicznym kolejności uczenia się zawartości tonalnej oraz słyszeć i wykonywać motywy rytmiczne na poziomie metrum zwykłego dwudzielnego i trójdzelnego kolejności uczenia się zawartości rytmicznej⁵⁴.

W innym przypadku (tzn. w odejściu od poziomu zawartości tonalnej lub rytmicznej) uczeń nie jest w stanie osiągnąć poziomu danej umiejętności.

W momencie audiowania tonacji należy audiować relacje między kilkoma wysokościami dźwięków, które w kombinacji sugerują dźwięk końcowy. Natomiast kiedy audiujemy tonalność wystarczy, że wyaudiowany zostanie jeden dźwięk – tonika.

Kiedy uczniowie rozwiną poczucie dwóch lub więcej tonalności, będą nie tylko audiować, ale i wykonywać te same motywy tonalne w różny sposób w zależności od ich specyficznych relacji od syntaksy każdej z tonalności⁵⁵.

52 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 127-189; *idem Umuzycznianie niemowląt...*, s. 29-32; *Podstawy teorii uczenia się...*, s. 56-65; *Teoria uczenia się muzyki według Edwina E. Gordona*, red. E. Zwolińska, W. Jankowski, Bydgoszcz-Warszawa 1995, s. 33-42; *Rozwój wyobraźni muzycznej a funkcje percepcyjno-motoryczne w młodszym wieku szkolnym*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 1997, s. 82-84.

53 *Teoria uczenia się...*, s. 43.

54 E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 193-194.

55 *Ibidem*, s. 198.

Tabela 12. Poziomy kolejności uczenia się zawartości tonalnej⁵⁶

TONALNOŚCI	DUROWA, MOLOWA HARMONICZNA
Funkcje	toniczna i dominantowa
TONALNOŚCI	DUROWA, MOLOWA HARMONICZNA
Funkcje	subdominantowa
TONALNOŚCI	DUROWA, MOLOWA HARMONICZNA
Funkcje	wszystkie
TONALNOŚĆ	MIKSOLIDYJSKA
Funkcje	toniczna, subsoniczna
TONALNOŚĆ	DORYCKA
Funkcje	toniczna, subtoniczna i subdominantowa
TONALNOŚĆ	LIDYJSKA
Funkcje	toniczna i supersoniczna
TONALNOŚĆ	FRYGIJSKA
Funkcje	toniczna, supertoniczna i subsoniczna
TONALNOŚĆ	EOLSKA
Funkcje	toniczna, subsoniczna
TONALNOŚĆ	LOKRYCKA
Funkcje	toniczna, subtoniczna i medianowa
TONALNOŚCI	MIKSOLIDYJSKA, DORYCKA, LIDYJSKA, FRYGIJSKA, EOLSKA ILOKRYCKA
Funkcje	Wszystkie
MUZYKA MULTITONALNA I MULTITONACYJNA. Unitonalna i multitonacyjna, multitonalna i multitonacyjna, multitonalna i unitonacyjna	
MUZYKA MONOTONALNA I MULTITONACYJNA	
MUZYKA POLITONALNA I POLITONACYJNA	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 224-225.

⁵⁶ *Ibidem*, s. 224-225. Tonalność zdaniem E.E. Gordona to: dur, moll harmoniczny, tonalność dorycka, frygijska, lidyjska, mikrosolidyjska, eolska i lokrycka. *ibidem*, s. 195-196, zaś tonacyjność jest znakiem, który słyszemy w audiacji. „Dowolną ilość tonalności i tonacyjności możemy określić za pomocą oznaczenia przykluczowego”, *ibidem*, s. 197.

W audiacji motywy rytmiczne nakładają się na metrum. Są obecne w procesie organizacji motywów tonalnych w danym utworze muzycznym i ważne dla stylu formy muzycznej. Na przykład taki sam zapis synkopy jest w bardzo różny sposób wykonywany w muzyce Mozarta czy jazzie. Sposób, w jaki każdy motyw rytmiczny jest wyaudiovany i wykonany w połączeniu (do pewnego stopnia oczywiście), z jakością dźwięku, dynamiką i tempem, decyduje o stylu w danym fragmencie muzycznym⁵⁷.

Rytm stanowią trzy elementy: makrobity⁵⁸, mikrobity⁵⁹ i rytm melodyczny⁶⁰. W audiacji następuje zjawisko nakładania się mikrobitów i rytmu melodycznego na makrobity, co w efekcie tworzy trzypoziomową całość.

W każdej klasyfikacji i funkcji kolejności uczenia się zawartości tonalnej czy rytmicznej używa się innych, specyficznych motywów. Ponadto istnieją dwa sposoby poruszania się po materiale muzycznym:

- chronologiczny (krok po kroku),
- skokowy (przeskakując jeden lub więcej poziomów).

W ten sposób można stworzyć odpowiednie środowisko muzyczne w klasie, dzięki któremu wszyscy uczniowie będą w stanie opanować dany materiał⁶¹.

Według najnowszych ujęć muzyka traktowana jest jako forma przekazu upośrednionego przez wykonawcę od twórcy do odbiorcy, jako forma komunikatu, a więc jako zbiór, system informacji o życiu wewnętrznym jednego człowieka, ujęty w określony kod, trafiający do psychiki innych i tam odkodowywany. Można więc zastosować do niej trzypoziomowy model łączności W. Weavera (za T. Natansonem) – podaje E. Klimas-Kuchtowa⁶². W komunikacie tym można wyróżnić następujące poziomy:

- (A) – techniczny⁶³, dotyczący dokładności przekazywania symbolu – w przypadku muzyki będą to symbole akustyczne, uporządkowane w czasie, posiadające określone miary liczbowe (częstotliwość–wysokość, natężenie, głośność, czas trwania i najmniej: fizykalną barwę);
- (B) – semantyczny, odnoszący się do precyzji, z jaką symbole przekazują określone znaczenie; muzycznymi symbolami semantycznymi są, według T. Natansona: interwał i melodyka, cechy agogiczne, dynamika, tonalność, faktura harmoniczna

⁵⁷ *Ibidem*, s. 228.

⁵⁸ Makrobity to podstawowe bity w rytmie muzycznym, np. w metrum zwykłym dwudzielnym w oznaczeniu taktowym 2, dwie ćwierćnuty to makrobity. W metrum zwykłym trójdzielnym w oznaczeniu taktowym 6/8 ćwierćnuta z kropką to makrobity, zob. *ibidem*, s. 490.

⁵⁹ Mikrobity to podział makrobitu na odcinki równej długości, np. w metrum zwykłym dwudzielnym, o oznaczeniu taktowym 2/4, grupa dwóch ósemek to mikrobity. W metrum zwykłym trójdzielnym, o oznaczeniu taktowym 3/8 grupa trzech ósemek to mikrobity, *ibidem*, s. 491.

⁶⁰ Rytm melodyczny to serie następujących po sobie motywów rytmicznych w danym utworze muzycznym. W metrum zwykłym jest nie krótszy niż jeden makrobit i nie dłuższy niż dwa makrobity. Motywy rytmiczne mogą się pokrywać z rytmem melodii lub tekstu danego utworu muzycznego, *ibidem*, s. 233.

⁶¹ E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 291.

⁶² E. Klimas-Kuchtowa, *Audiacja w systemie przetwarzania informacji, [w:] Teoria uczenia się...*, s. 153.

⁶³ Obejmuje blok danych sensorycznych wraz z dokonywanymi na nich operacjami.

Tabela 13. Poziomy i podpoziomy kolejności uczenia się zawartości rytmicznej według E.E. Gordona

METRUM	ZWYKŁE DWUDZIELNE I TRÓJDZIELNE
Funkcja	makro-/mikrobity
METRUM	ZWYKŁE DWUDZIELNE I TRÓJDZIELNE
Funkcja	rozdrobnienia
METRUM	ZWYKŁE DWUDZIELNE I TRÓJDZIELNE
Funkcja	rozdrobnienia/wydłużenia
METRUM	ZWYKŁE DWUDZIELNE I TRÓJDZIELNE
Funkcja	wydłużenia
METRUM	NIETYPOWE PARZYSTE I NIEPARZYSTE
Funkcja	makro-/mikrobity
METRUM	ZWYKŁE ŁĄCZONE
Funkcja	makro-/mikrobity, rozdrobnienia, rozdrobnienia/wydłużenia, wydłużenia
METRUM	ZWYKŁE DWUDZIELNE, TRÓJDZIELNE I ŁĄCZONE
Funkcja	wszystkie
METRUM	NIETYPOWE, PARZYSTE Z MAKROBITEM NIEPODZIELNYM I NIEPARZYSTE Z MAKROBITEM NIEPODZIELNYM
Funkcja	makro-/mikrobity
METRUM	NIETYPOWE, PARZYSTE, NIEPARZYSTE, PARZYSTE Z MAKROBITEM NIEPODZIELNYM I NIEPARZYSTE Z MAKROBITEM NIEPODZIELNYM
Funkcja	wszystkie
MUZYKA MULTIMETRYCZNA I MULTITEMPORALNA	
MUZYKA MONOMETRYCZNA I MONOTEMPORALNA	
MUZYKA POLIMETRYCZNA I POLITEMPORALNA	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E.E. Gordon, *Sekwencje uczenia się...*, s. 278-279.

- i polifoniczna, artykulacja i frazowanie, schemat architektoniczny i barwa utworu; dotyczy to zarówno znaczeń autonomicznych, jak i desygnacyjnych;
- (C) – estetyczny, skierowany na jakość wyrazu muzycznego, wymowy dzieła i jego wartości⁶⁴.

64 E. Klimas-Kuchtowa, *op. cit.*, s. 154.

Rozważaniami nad operacjami dokonywanymi podczas poznania muzycznego zajmowała się M.L. Serafine. Podzieliła je na trzy grupy.

Do pierwszej zaliczyła operacje określenia pola, które obejmują wstępną, ogólną organizację strukturalną. Na ich identyfikację składa się rozróżnianie muzyki i tła akustycznego, nastawienie uwagi na określony wycinek czasu, wynikające z przeświadczenia, że utwór ma początek i koniec oraz ogólne zaklasyfikowanie muzyki do danego typu. Do drugiej zaszeregowała operacje organizujące słuchane elementy w czasie. Operacje te mają wymiar symultaniczny i odnoszą się do wydarzeń muzycznych rozgrywających się wertykalnie, oraz wymiar sukcesywny, związany z wydarzeniami rozgrywającymi się horyzontalnie. W trzeciej grupie zaś znajdują się operacje pozaczasowe, czyli operacje formalne lub logiczne, dokonywane na materiale muzycznym i obejmujące abstrahowanie, ujmowanie transformacji, strukturalnie hierarchiczne, i ujmowanie zamykania⁶⁵.

65 *Ibidem*, s. 155.

Kształtowanie pojęć matematycznych

Matematyka jest drzwiami i kluczem do nauki.

Roger Bacon

1. Psychologiczne uwarunkowania procesów myślenia, niezbędnych do rozwijania pojęć matematycznych

Matematyka jest alfabetem, za pomocą którego Bóg opisał wszechświat.

Galileusz

Za punkt wyjścia niniejszych rozważań przyjęto tezę J.S. Brunera, że „każde dziecko, na każdym etapie rozwoju, można uczyć efektywnie każdego przedmiotu, podanego w określonej formie, rzetelnej pod względem intelektualnym¹”. Koniecznym warunkiem jednak jest – jak wskazuje H. Moroz – prawidłowe współdziałanie następujących elementów:

- poziom ontogenezy mowy i myślenia, wyznaczający indywidualne warunki percepcji,
- dobór treści i struktury programu nauczania,
- metody pracy dydaktyczno-wychowawczej (sposób dostarczania i organizowania doświadczeń oraz budowania struktury wiedzy) z dzieckiem².

Badania nad rozwojem umysłowym dziecka pozwalają zaobserwować, że „na każdym etapie rozwoju patrzy ono na świat i wyjaśnia go sobie w pewien charakterystyczny sposób. By dziecko w określonym wieku uczyć jakiegoś przedmiotu, trzeba

1 J.S. Bruner, *Poza dostarczone informacje*, Warszawa 1978, s. 681.

2 H. Moroz, *Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym*, Warszawa 1982, s. 20.

przedstawić strukturę tego przedmiotu w dostępnych uczniowi kategoriach³. Konsekwencją tej prawidłowości jest obowiązek dostosowania (przekładania) treści do sposobu myślenia dzieci, znajdujących się na danym etapie rozwojowym. Nauczyciel powinien zdawać sobie sprawę z istnienia jeszcze jednej prawidłowości. W osiągniętych efektach uczenia się dotyczy ona roli dojrzewania. Okazuje się, że przedwczesne skłanianie dzieci do zajmowania się czynnościami, których wykonanie wymaga nie istniejącej jeszcze gotowości organizmu, nie daje planowanych osiągnięć, a niekiedy może przynieść uboczne efekty negatywne⁴. Zagadnienie dojrzałości operacyjnej myślenia na poziomie konkretnym opisuje bardzo dokładnie i szeroko E. Gruszczyk-Kolczyńska⁵:

W nauczaniu początkowym dobór treści, a także metod kształcenia pojęć i umiejętności matematycznych dostosowany jest do dojrzałości intelektualnej uczniów najpierw na poziomie operacji konkretnych, a potem formalnych⁶. [Wszystkie bowiem] elementarne formy zrozumienia w logice, matematyce lub geometrii opierają się na zasadzie niezmienności ilościowej⁷.

Odkrycie przez dziecko zasady stałości ilości wiąże się ściśle z osiągnięciem dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym (wskaźnik dojrzałości operacyjnej). Dopiero na tym etapie rozwoju intelektualnego dziecko uznaje istnienie elementów niezmiennych przy obserwowaniu przekształceń, gdyż zdolne jest już ujmować owe przekształcenia jako operacje odwracalne.

W nauczaniu początkowym matematyki przyjmuje się, że większość dzieci rozpoczynających naukę w klasie I osiągnęła już dojrzałość intelektualną charakterystyczną dla operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym w potrzebnym do opanowania podstaw matematyki zakresie. W praktyce okazuje się, że wiele dzieci tej dojrzałości nie osiągnęło (problem różnic intelektualnych). Dla tej grupy dzieci opanowanie pojęć i umiejętności matematycznych jest po prostu niedostępne⁸.

Przeprowadzone badania dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym oraz analiza zachowania się badanych dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych na lekcjach matematyki wskazują jednoznacznie, że „jednym z głównych źródeł niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych jest brak dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym w czasie rozpoczęcia nauki matematyki w klasie I”⁹. Swoje badania E. Gruszczyk-Kolczyńska wzorowała na doświadczeniach J. Piageta i jego współpracowników¹⁰.

3 J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 681.

4 H. Moroz, *Rozwijanie pojęć matematycznych...*, s. 21.

5 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dojrzałość operacyjna rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci z klas początkowych*, *Psychologia Wychowawcza*, 1986, nr 3, s. 307-315.

6 *Eadem*, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Katowice 1985, s. 59.

7 J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 688; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 59.

8 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 59-60.

9 *Ibidem*, s. 87.

10 Z ustaleń badawczych J. Piageta wynika, że dzieci 7-8-letnie stosują operacyjną metodę rozumowania w zakresie porządkowania (tworzenie konsekwentnych serii) i uznawania stałości ilości

Większość czynności wykonywanych przez dzieci na lekcjach matematyki ma charakter wzrokowo-ruchowy. Natomiast efektywność złożonych czynności o charakterze wzrokowo-ruchowym zależy między innymi od poziomu rozwoju funkcji elementarnych i od ich koordynacji. Zakłócenia równowagi procesów nerwowych (nadpobudliwość, zahamowanie lub niestałość psychoruchowa) wpływają dezorganizująco na poziom rozmaitych czynności, szczególnie wówczas, gdy wymagana jest od dziecka duża precyzja działania. E. Gruszczyk-Kolczyńska zaznacza, że:

Wymienione elementy struktur poznawczo-emocjonalnych osobowości mają specyficzny wpływ na efektywność nabywania doświadczeń logicznych i matematycznych na lekcjach matematyki. Zaburzenia poziomu rozwoju percepcji wzrokowej, koordynacji wzrokowo-ruchowej oraz dynamiki nerwowej wpływają dezorganizująco na zachowanie się dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych. W przypadku obniżonego poziomu rozwoju tych struktur osobowości występuje charakterystyczne przesunięcie uwagi dzieci. Zamiast skupiać się nad rozwiązaniem problemu matematycznego, cały swój wysiłek kierują na pokonanie trudności technicznych towarzyszących nabywaniu doświadczeń logicznych i matematycznych. Analiza zachowania się dzieci z zaburzeniami wykazała, że nabywają one znacznie mniej doświadczeń logicznych i matematycznych, niż potrzeba do opanowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych¹¹

W swoich dalszych rozważaniach autorka podkreśla, że

Podstawą nauczania matematyki jest organizowanie specyficznych sytuacji, które nasuwają dziecku potrzebę wykonania określonych czynności. Rodzaj i sens tych czynności określają matematyczne struktury pojęciowe, do których opanowania należy dziecko doprowadzić. W wyzwaniu i organizowaniu tych czynności dużą rolę odgrywają nowoczesne środki dydaktyczne (takie jak: materiał logiczny, liczby w kolorach, klocki arytmetyczne, minikomputery). Za pomocą tych środków tworzy się rozmaite konstrukcje, których budowanie i przekształcanie dostarcza dziecku doświadczeń logicznych¹².

Pomoce te są również niezbędne przy matematyzowaniu sytuacji życiowych, znajdujących swe odbicie w zadaniach tekstowych. Można także za ich pomocą organizować zabawy i gry logiczne konieczne w nauczaniu początkowym matematyki.

„Na lekcjach matematyki traktuje się problem i jego rozwiązanie jako specyficzną sytuację dydaktyczną”¹³. W nauczaniu początkowym takimi właśnie sytuacjami dydaktycznymi jest rozwiązywanie zadań tekstowych¹⁴.

nieciągłych (co pozwala na odkrycie relacji równoliczności i jej własności). Ponadto zasada stałości w odniesieniu do masy odnosi się do dzieci o rok starszych, zaś w przypadku ciężaru i długości – 10-letnich, zob. J. Piaget, B. Inhelder, *Psychologia dziecka*, Warszawa 1993, s. 95-96; J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa 1966, s. 56.

11 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 83.

12 *Ibidem*, s. 84.

13 *Ibidem*, s. 72.

14 *Ibidem*, s. 73. Zadania tekstowe mają obecnie szerszy zakres, obejmują zarówno zadania z treścią zawarte w podręczniku, jak i te formułowane przez nauczyciela lub ucznia.

Uczeń, rozwiązując zadanie tekstowe, analizuje wielkości dane, niewiadomą zależność pomiędzy tymi elementami oraz pytanie dotyczące rozwiązania sytuacji życiowej, w którą są uwikłane te elementy. Następnie musi to wszystko przełożyć na język matematyki, gdyż tylko na tej podstawie może ująć strukturę matematyczną zadania, schemat matematyczny badanej sytuacji. Otrzymuje w ten sposób układ równań, nierówności lub układ relacji wyabstrahowany z analizowanej sytuacji życiowej. Układ ten nie tylko stanowi schemat rozwiązania tylko jednego zadania, ale jest czymś więcej – schematem rozwiązania wielu podobnych sytuacji, które są konkretyzacją tego schematu. Taki sposób postępowania jest wdrażaniem uczniów do myślenia strukturami¹⁵.

Z. Krygowska podkreśla, że jeżeli na metodę „myślenia strukturami” spojrzy się w uproszczony sposób

[...] to spostrzeżemy, że nie jest ona tak bardzo jakościowo różna od spontanicznego rozumowania dziecka, które już wcześniej jest zdolne do izolowania w drodze analizy i syntezy określonej struktury złożonych stosunków rzeczywistości, do badania własności tej struktury i interpretacji wniosków, w rzeczywistej sytuacji, która była źródłem tej struktury¹⁶.

Warunkiem zaś powodzenia w odkrywaniu i organizowaniu struktury działań matematycznych jest posługiwanie się strategią rozumowania, której istotą jest odwracalność operacji i koordynacja ich w struktury zdolne do przekształceń¹⁷.

Konsekwencją powyższej tezy jest dążenie (i to już na początku edukacji matematycznej dziecka – zaznacza E. Gruszczyk-Kolczyńska) do tego, aby dodawanie i odejmowanie kształtować jako operacje odwrotne. Dotyczy to również mnożenia i dzielenia. Przyporządkowanie dziecko wynosi z działań na zbiorach podczas wyznaczania sumy oraz różnicy zbiorów rozłącznych (jako aspekt mnogościowy). Z kolei doświadczenia zdobyte przez dziecko podczas mierzenia, kiedy wyznacza ono sumę dwóch wielkości, daje aspekt miarowy. Decydującym dla rozumienia istoty operacyjnej działań jest wdrażanie dzieci do przyporządkowania parom elementów danego zbioru trzeciego elementu. Każde działanie arytmetyczne (a więc dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie) można interpretować jako przyporządkowanie parom liczb należących do zbioru liczb naturalnych z zakresu odpowiednich liczb z tego zbioru. Na tej zasadzie kształtuje się w nauczaniu początkowym pojęcie sumy – punkt wyjścia budowania arytmetyki liczb naturalnych. Następnie na podstawie rozumienia i sto-

15 *Ibidem*, s. 73. „Myślenie strukturami” opisuje Z. Krygowska w pracy *Zarys dydaktyki matematyki cz. I*, Warszawa 1977, s. 27.

16 Z. Krygowska, *op. cit.*, s. 27.

17 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 90.

Tabela 14. Poziomy myślenia według E. Gruszczyk-Kolczyńskiej

Poziomy wyznaczone w obrębie okresu kształtowania i organizowania operacji konkretnych	Najbardziej charakterystyczne cechy myślenia na danym poziomie	Wskaźniki pozwalające wyznaczyć poziom, na którym znajduje się w danym okresie badane dziecko
Poziom myślenia przedoperacyjnego (dwoistość wyobrażeń stanów i przekształceń)	Jeżeli analizowane przez dziecko zjawisko ma charakter statyczny, to wyjaśnia je ono na podstawie konfiguracji elementów, jeżeli natomiast zjawisko to wiąże się z przekształceniem, to wyjaśnia je na podstawie niepełnej odwracalności. W rozumowaniu dziecko posługuje się głównie regulacją spostrzeżeniową i wyobrażeniową, a te pozwalają tylko na niepełną kompensację.	Dziecko nie uznaje zasady stałości ilości nieciągłych: w przypadku zbiorów równolicznych stwierdzi stanowczo, że więcej jest tam, gdzie elementy zajmują większą przestrzeń. Nie potrafi także operatywnie szeregować zbioru patyczków. Tworzy tzw. małe szeregi i nie potrafi ich wzajemnie korygować, dlatego próby i porządkowania zbioru kończą się niepowodzeniem (dziecko nie potrafi przegrupować serii w wyobraźni).
Poziom kształtowania się pierwszych ugrupowań (początki pojęcia stałości ilości)	Wyjaśniając badane zjawisko, dziecko przeżywa konflikt poznawczy, gdyż oprócz regulacji spostrzeżeniowych zaczynają się włączać w proces rozumowania regulacje w postaci dopasowania, poprawiania, które są związane z działaniem. Regulacje te stanowią zapowiedź operacji: czynności, które właśnie teraz osiągają odwracalność.	Oceniając zbiory równoliczne, dziecko zmienia swój sąd w zależności od tego, czy dominuje regulacja spostrzeżeniowa, czy wywodząca się z działania. Odczuwa także potrzebę dotknięcia i przeliczenia elementów porównywalnych zbiorów. Uszeregowanie patyczków jest nadal trudne. Dziecko tworzy szereg złożony z kilku patyczków, a potem dopasowuje pozostałe „metodą prób i błędów”.
Poziom konkretnego myślenia operacyjnego (funkcjonowanie pojedynczych struktur operacyjnych)	Niestabilny dotąd system regulacji dochodzi do równowagi i osiąga poziom odwracalności. Dziecko jest zdolne do operacyjnego grupowania elementów w zbiorze, możliwa staje się więc klasyfikacja, operacje porządkowania pozwalają na tworzenie konsekwentnych serii, operacyjne ustalenie odpowiedności pozwala na przyporządkowanie elementów. Operacje te są jednak silnie związane z odpowiednimi treściami.	Dziecko uznaje zasadę stałości ilości nieciągłych, potrafi wskazać zbiory równoliczne, potrafi także operacyjnie szeregować, gdyż jest zdolne do rozumowania: jeżeli $A < B < C$, to $A < C$. Metody operacyjnego rozumowania dotyczą jednak tylko takich treści, jak liczba elementów, masa, długość porządkowanych elementów w zbiorze.

<p>Poziom końcowego stadium konkretnego myślenia operacyjnego (kształtowanie się systemów całościowych)</p>	<p>Formy operacji konkretnych (grupowania, seriacja, sprowadzenie do równości, przyporządkowanie) są już stosowane do takich treści, jak liczby, długość, ciężar, objętość, czas. Myślenie jest jeszcze mocno związane z materialną rzeczywistością, lecz zapowiada przejście do myślenia formalnego, gdyż wyczerpuje powoli możliwości zawarte w materialnej rzeczywistości.</p>	<p>Dziecko uznaje zasadę stałości ilości, mimo obserwowanych przekształceń w przestrzeni lub w czasie. Potrafi także operacyjnie szeregować w zakresie liczb, długości, masy, ciężaru, objętości i czasu.</p>
---	---	---

Źródło: opracowanie własne na podstawie: E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Katowice 1985, s. 127-128; *eadem*, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994, s. 176-177.

sowania operacji wzajemnie odwrotnych wprowadza się pojęcie różnicy. Odejmowanie polega na wyznaczaniu niewiadomego składnika, kiedy dana jest suma i jeden ze składników. Podobnie określa się związki pomiędzy mnożeniem i dzieleniem. Na tym szczeblu kształcenia dzieci gromadzą także doświadczenia prowadzące do pierwszych intuicji w zakresie własności działań: przemienności i łączności dodawania i mnożenia, rozdzielności mnożenia względem dodawania, neutralności jedynki w mnożeniu, zera w dodawaniu¹⁸.

Przejście z intuicji do operacji konkretnych dokonuje się, gdy zinterioryzowane czynności umysłowe tworzą już całościowe systemy operacji intelektualnych, które dają się odwracać i składać¹⁹. Między 7.-8. a 11.-12. rokiem życia następuje kolejna zmiana jakościowa w rozwoju operacyjności rozumowania, a mianowicie: dojrzewanie operacji konkretnych i przekształcanie się ich w operacje formalne.

Na początku tego okresu struktury operacyjne są jeszcze bardzo mocno związane z działaniem na przedmiotach lub z wyobrażeniem takich działań. Oznacza to, że dziecko potrafi wykonać operacje logiczne, jeżeli ma dostęp do przedmiotów (znajdują się w polu spostrzeżeniowym), lecz nie potrafi ich zrealizować w stosunku do abstrakcyjnych klas. Dzieje się tak, mimo że intuicje przekształcające się w operacje konkretne tworzą już całościowe systemy. [...] Jednak możliwości zawarte w operacjach konkretnych nie są na początku tej fazy rozwojowej wykorzystywane w pełni²⁰.

Cztery poziomy myślenia – od przedoperacyjnego do końcowej formy równowagi okresu kształtowania i organizowania konkretnego myślenia operacyjnego według E. Gruszczyk-Kolczyńskiej²¹ przedstawiono w tabeli 14.

¹⁸ *Ibidem*, s. 90.

¹⁹ *Ibidem*, s. 92.

²⁰ *Ibidem*, s. 92.

²¹ *Ibidem*, s. 127-128; *eadem*, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994, s. 176-177.

Struktury operacyjne określone są przez J. Piageta jako rodzaj grupy niepełnej, gdyż nie wyczerpują one logiki klas i logiki relacji²².

Wreszcie w wieku ok. 11-12 lat (z ustaleniem się poziomu równowagi ok. 14-15 lat), dzięki postępującej generalizacji poprzednich operacji, pojawiają się nowe. Są to operacje „logiki zdań”, które odtąd mogą dotyczyć już zwykłych wypowiedzi słownych (zdań), to jest prostych hipotez a nie wyłącznie przedmiotów. Tym samym staje się możliwe rozumowanie hipotetyczno-dedukcyjne, a wraz z nim – powstanie „formalnej” logiki, to jest logiki dającej się zastosować do dowolnych treści²³.

2. Specyfika pojęć matematycznych

*W matematyce raz udowodnione twierdzenie
nie na zawsze zachowuje swoją prawdziwość.*
Roman Sikorski

Pojęcia matematyczne ze względu na swoją specyfikę, różnią się w wielu aspektach od innych pojęć.

Powstają one głównie na drodze abstrahowania tylko niektórych cech realnych przedmiotów i ich uogólnienia. Treścią bowiem pojęć matematycznych są określone relacje między przedmiotami (a częściej jej zastępnikami), a także pewne sposoby manipulowania nimi, nie zaś cechy konkretnych przedmiotów. Pojęcia matematyczne, tak jak cała matematyka, mają charakter operatywny i tworzą się w wyniku stopniowego procesu interioryzacji działań konkretnych, potem czynności wyobrażanych do operacji abstrakcyjnych²⁴.

Operacja²⁵ w ujęciu psychologicznym jest przede wszystkim jakimkolwiek działaniem o źródłach motorycznych, percepcyjnych czy intuicyjnych.

22 J. Piaget, *Studia z psychologii...*, s. 125; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 92.

23 J. Piaget, *Studia z psychologii...*, s. 126.

24 E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. I, Bydgoszcz 1992, s. 48.

25 Operacje są dla J. Piageta odwracalnymi czynnościami myśli wiążącymi się w systemy. Przy czym działanie w myśli tylko jednokierunkowe, nieodwracalne nie jest jeszcze operacją. Podobnie działanie izolowane od innych również nie jest operacją, zob. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki...*, s. 89. Operacja, zdaniem J.S. Brunera, jest „rodzajem działania, może być wykonywana bezpośrednio przez manipulację przedmiotami lub wewnątrznie, gdy ktoś manipuluje symbolami, które w jego umyśle reprezentują rzeczy i stosunki. Z grubsza biorąc, operacja jest to sposób przekazywania umysłowi danych dotyczących świata realnego, a potem przekształcania ich w taki sposób, aby mogły zostać zorganizowane i użyte selektywnie przy rozwiązywaniu poszczególnych problemów”, zob. J.S. Bruner, *Poza dostarczone...*, s. 683.

Te działania, które w punkcie wyjścia są operacjami, wywodzą się zatem same ze schematów sensoryczno-motorycznych, doświadczeń rzeczywistych czy umysłowych (intuicyjnych) i zanim staną się operacjami – stanowią samo tworzywo inteligencji sensoryczno-motorycznej, a następnie intuicji²⁶.

Poznanie jakiegoś przedmiotu lub zjawiska następuje dzięki możliwości dokonywania na nim różnego typu przekształceń. W swojej charakterystyce pojęcia czynności T. Tomaszewski ujmuje tę kwestię następująco: „Czynności i działania, w których przejawia się aktywność człowieka, są to procesy ukierunkowane na coś, zmierzające do jakiegoś celu lub wyniku, procesy, mające jakąś organizację i strukturę”²⁷. Według M. Przetacznikowej rozróżnianie zakresu pojęć: „czynności” i „działania” – to kwestia umowna. Uważa ona, że „Ostateczny cel działania, z psychologicznego punktu widzenia, stanowi nie tyle zmiana i przeobrażenie przedmiotu, na który człowiek oddziałuje, ile uzyskanie równowagi organizmu z otoczeniem”²⁸.

Działania, zdaniem J. Piageta, są „punktem wyjścia przyszłych operacji inteligencji, jako, że operacja jest zinterioryzowanym działaniem, które staje się odwracalne i koordynuje się z innymi w całościową strukturę operacyjną”²⁹.

Matematyka jako nauka i przedmiot szkolny wyróżnia się spośród innych nauk nie tylko abstrakcyjnością pojęć (o czym już nadmieniano), lecz także specyficzną metodą rozumowania, jaką jest dedukcja³⁰ oraz specyficznym językiem³¹, werbalno-symbolicznym³². Natomiast

[...] myślenie matematyczne nie jest bierną kontemplacją danej nam *a priori* sytuacji: jest bardzo wyraźną aktywnością, wykonywaniem różnego typu czynności. [...] Na stopniu elementarnym coś obliczamy, porządkujemy jakiś zbiór, wykonujemy działanie na jakichś zbiorach, porównujemy co do wielkości dwie liczby, wybieramy pomocnicze punkty, prowadzimy pomocnicze proste, wyróżniamy w zawiłej konfiguracji jakąś część, jak sądzimy, szczególnie ważną, przekształcamy figurę geometryczną, odwzorowujemy, oznaczamy, symbolizujemy itp. Na poziomie wyższym operacje stają się bardziej skomplikowane, ale i one opierają się, jak na rusztowaniu, na pewnym zespoleniu

26 J. Piaget, *Studia z psychologii...*, s. 54. Intuicja – najwyższa forma równowagi, jaką osiąga myślenie okresu wczesnego dzieciństwa ma odpowiedniki w operacjach myślenia po 7. roku życia, zob. J. Piaget, *Studia z psychologii...*, s. 54.

27 T. Tomaszewski, *Wstęp do psychologii*, Warszawa 1971, s. 139; M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, Warszawa 1973, s. 176; H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 75.

28 M. Przetacznikowa, *Podstawy rozwoju psychicznego...*, s. 179.

29 J. Piaget, *Studia z psychologii...* s. 80.

30 Dedukcja (z łac. *deductio* – wyprowadzenie) – to wnioskowanie, które polega na wyprowadzeniu z jakiegoś zadania lub kilku zdań jakiegoś ich następstwa, to jest zdania, które z nich logicznie wynika. We wnioskowaniu dedukcyjnym między przesłankami a wnioskami musi istnieć związek wynikania logicznego, zob. W. Okoń, *Słownik pedagogiczny*, Warszawa 1981, s. 50.

31 Język matematyki szkolnej zawiera obok słów rozmaite litery i symbole z arytmetyki, logiki, teorii zbiorów, geometrii itp., dlatego zwykło się go określać mianem języka werbalno-symbolicznego. zob. H. Siwek, *op. cit.*, s. 14.

32 *Ibidem*, s. 14.

tarnych, podstawowych czynności myślowych; są one złożonymi bardzo kombinacjami tych podstawowych czynności³³.

Podstawową rolę przy przejściu od czynności do operacji odgrywa pojęcie interioryzacji³⁴. Czynności typu matematycznego odnoszą się do pojęć abstrakcyjnych i dlatego do nich można stosować tylko modyfikację pojęć zaczerpniętych z teorii J. Piageta³⁵, który wyróżnia dwa sposoby przekształcania przedmiotu w celu jego poznania.

Jeden polega na zmianie ich położenia, badania własności przedmiotu i ich przydatności. Takie działania nazywa fizycznymi. Drugi sposób polega na wzbogacaniu przedmiotu o nowe własności lub o nowe relacje z innymi przedmiotami, które – przy zachowaniu poprzednich własności przedmiotu i poprzednich relacji – uzupełniają, dzięki przeprowadzonym klasyfikacjom, dzięki porządkowaniu, ustalaniu odpowiedniości, przeliczaniu, wymierzaniu itp. Te dwa rodzaje czynności stanowią źródła poznania naukowego³⁶.

Jednakże od aktywności fizycznej, czyli czynności na przedmiotach materialnych, do aktywności typu logiczno-matematycznego dziecko przechodzi stopniowo, a mianowicie przez aktywność wyobrażeniową.

W odniesieniu do czynności konkretnych, wyobrażonych i abstrakcyjnych można dostrzec pewne charakterystyczne składowe, różniące je między sobą³⁷. Są to:

- materiały, które się przekształca i które są zróżnicowane ze względu na poziom myślenia i etap kształtowania się pojęcia u uczniów;
- formy, jakie mogą przybierać czynności na kolejnych piętrach abstrakcji i ich cechy istotne;
- aktywności matematyczne, które kształtują się i formują w bardziej złożone (rozwijają się bowiem od prostych do coraz bardziej skomplikowanych);
- efekty możliwe do osiągnięcia w związku z interioryzacją danego rodzaju czynności na kolejnych piętrach abstrakcji.

W celu uwidocznienia różnic między poszczególnymi składowymi, czynności typu matematycznego umieszczono w trzech równoległych kolumnach (tab. 15).

33 Z. Krygowska, *op. cit.*, t. 1, s. 84.

34 Interioryzacja – uwewnętrznienie czynności: dziecko, które wykonuje najpierw konkretne działania na przedmiotach matematycznych, manipulując nimi w różny sposób, potrafi później działać również w płaszczyźnie wyobrażeniowej, a następnie słowno-pojęciowej.

35 Teoria ta zajmuje się głównie rozwojem poznawczym małych dzieci i rozumieniem przez nie świata fizycznego i poznania pojęć matematycznych, a także w odniesieniu do rozwoju wiedzy matematycznej ucznia, ogranicza się do najniższego piętra abstrakcji i do najbardziej elementarnych pojęć, zob. H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki...*, s. 75.

36 H. Siwek, *op. cit.*, s. 76.

37 *Ibidem*, s. 77-78.

Tabela 15. Przykłady materiałów do organizowania czynności typu matematycznego u dzieci

Materiały stwarzające okazję do organizowania czynności		
konkretnych	wyobrażeniowych	abstrakcyjnych
Przedmioty z otoczenia oraz różnorodne klocki, układanki, wycinanki z papieru, tektury, materialne modele, które da się ciąć, łamać, porównywać, składać. Konstrukcje rysunkowe i schematyczne pomijające szczegóły, ale również doświadczenia i próby w ramach samej matematyki na liczbach, figurach geometrycznych, wyrażeniach algebraicznych itp.	Przedmioty i materialne modele poddane transformacjom w wyobraźni bez podpory w postaci konkretnych obserwacji, reprezentacji i schematy rysunkowe, strzałkowe, tabelaryczne zawierające zakodowane informacje o ilości przedmiotów za pomocą punktów, obrazy rzeczywistych przedmiotów, zjawisk. Planowane próby doświadczenia w ramach matematyki na liczbach, figurach i wyrażeniach wraz z przedłużaniem na duże liczby, różnorodne figury i wyrażenia algebraiczne umożliwiające przewidywanie wyników.	Nazwy pojęć, symboliczne kody czynności konkretnych na przykład drzewka, łańcuszki, grafy strzałkowe zawierające cyfry, schematyczne rysunki figur geometrycznych, symbole liczb, działań, równości i nierówności liczbowych, a następnie symbole literowe, logiczne, ścisłe definicje pojęć, twierdzenia, prawa, rachunki, algorytmy, pamięciowe reguły.

Źródło: H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 79.

W kolumnie pierwszej znajdują się przykłady materiałów, które mogą stanowić podstawę czynności konkretnych. Zaczynając od przedmiotów rzeczywistych, następuje przejście do pojęć abstrakcyjnych, które z kolei są przedmiotem doświadczeń na wyższych piętrach abstrakcji. Podobnie jest w kolumnie drugiej i trzeciej.

Istnienie przedmiotów konkretnych z najbliższego otoczenia dziecka i wyrażen algebraicznych H. Siwek uzasadnia teorią poziomów kształtowania pojęć. A mianowicie:

- w klasach początkowych dziecko będzie dokonywać manipulacji na przedmiotach z otoczenia,
- w starszych klasach – uczeń, wykonując np. działania na wyrażeniach postaci $a + b$, $a - b$, będzie odkrywać wzory skróconego mnożenia.

Wraz z czynnościami rozważanych trzech rodzajów są związane i rozwijane – w trakcie ich wykonywania – oraz kształtowane różnorodne aktywności matematyczne. Równoległe z czynnościami oczekiwane są efekty.

Interioryzacja czynności konkretnych umożliwia przejście na wyższe piętro abstrakcji – do czynności wyobrażeniowych. Te z kolei po zinterioryzowaniu dadzą podstawę czynnościom abstrakcyjnym. Niebagatelną rolę odgrywają na każdym poziomie procesy: asymilacji³⁸ i akomodacji³⁹, dzięki którym osiąga się stan równowagi⁴⁰.

38 Asymilacja to włączenie doświadczeń w struktury, które już funkcjonują w umyśle (problem ten opisuje bardzo obszernie H. Aebli w *Dydaktyce psychologicznej*, Warszawa 1959, s. 114-116).

39 Akomodacja – zmiana przystosowawcza struktur. Pomiędzy asymilacją a akomodacją mieści się proces, adaptacja, czyli stopniowe osiągnięcie stanu równowagi między asymilacją a akomodacją (wyjaśnienie na temat, czym jest akomodacja można znaleźć w pracy H. Aebli, *op. cit.*, s. 110).

40 H Siwek, *op. cit.*, s. 88-90.

Tabela 16. Formy i cechy czynności konkretnych, wyobraźniowych i abstrakcyjnych

Formy i istotne cechy czynności		
konkretnych	wyobraźniowych	abstrakcyjnych
<p>Aktywność fizyczna – manipulacje, przyporządkowywanie, rysowanie, kolorowanie, dokładne obrysowywanie, uzupełnianie, wycinanie, nakładanie, sklejanie, porządkowanie konkretnych przedmiotów, mierzenie różnymi jednostkami rozmaitych przedmiotów itp. Przekształcanie modeli figur geometrycznych – jednostkowe doświadczenia. Konkretne obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych lub algebraicznych dla skończonej liczby przypadków. Czynności konkretne dotyczące przedmiotów fizycznych są nieodwracalne i izolowane.</p> <p>Rozcięty model wielokąta nie może w rzeczywistości przyjąć wyjściowej postaci.</p> <p>Obliczony iloczyn dwóch liczb na kalkulatorze nie może też przyjąć pierwotnej postaci.</p> <p>Czynność odwrotna może się w każdym z tych przypadków dokonać tylko w myśli.</p>	<p>Aktywność wyobraźniowa – czynne konstruowanie obrazów będących imitacją czynności wykonywanych poprzednio konkretnie, przekształcanie ich i rozwijanie „wewnętrzne” i obrazowe czynności konkretnej wykonalne niezależnie od innych czynności. Czynności wyobraźniowe wymagają aktywności przedłużonej, pozwalają na planowanie i przewidywanie wyników doświadczenia, które w razie potrzeby może zaistnieć; bywają odwracalne i mogą się łączyć w pewne systemy; pozwalają na sformułowanie hipotezy, co jest „możliwe”.</p>	<p>Aktywność logiczna – wnioskowanie, uogólnianie, przekształcanie wyrażeń liczbowych i literowych, stosowanie algorytmów, redukcja i dedukowanie, stosowanie definicji, praw, twierdzeń, reguł. Uzyskanie na podstawie prawa i reguły logicznych nowych twierdzeń w ramach matematyki. Czynności abstrakcyjne cechuje wyższy poziom rezultatów, towarzyszą im rozumowania hipotetyczno-dedukcyjne; pozwalają na postawienie warunków, które są „konieczne”, pozwalają na sformułowanie twierdzeń, że „tak musi być”.</p>

Źródło: H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 80.

Doświadczenia wykonywane na konkretnych przedmiotach stanowią źródło poznania cech wewnętrznych przedmiotów, ale też są doświadczeniami dziecka na samym sobie, na własnych czynnościach. Towarzyszy temu mowa „głośna”, która w wyniku interioryzacji czynności konkretnych i uświadomieniu sobie przez dziecko, jakie czynności wykonało i jak się one wzajemnie koordynowały, przekształca się na etapie czynności wyobraźniowych w mowę „cichą”; dyskusję wewnętrzną zastępującą poprzedni dialog dwóch osób. Interioryzacji czynności towarzyszy interioryzacja dialogu, co sprzyja powstaniu operatywnego pojęcia i umożliwia swobodne stosowanie go w różnych sytuacjach zadaniowych⁴¹.

Aktywności matematyczne i procesy myślowe występujące na trzech poziomach czynności i łączące te poziomy, prezentuje poniższe zestawienie.

„Poszczególne poziomy czynności są ze sobą nierozzerwalnie połączone, czynności nawzajem się przenikają, przechodzą z jednego poziomu na inny”⁴². W nauczaniu – podkreśla H. Siwek – zaleca się przechodzenie przez wszystkie poziomy czynności z równoczesnym wędrowaniem między poziomami.

⁴¹ *Ibidem*, s. 90.

⁴² H. Siwek, *op. cit.*, s. 90.

Tabela 17. Czynności a aktywności typu matematycznego

Aktywności matematyczne na poziomie czynności		
konkretnych	wyobrażeniowych	abstrakcyjnych
Kopiowanie, naśladowanie rozumne, celowa obserwacja, porównywanie, porządkowanie cech i własności, dostrzeganie analogii i prawidłowości, analiza, asymilacja i akomodacja schematów czynności fizycznych, tworzenie się reprezentacji enaktywnych.	Kodowanie, wykorzystywanie analogii, klasyfikowanie, uogólnianie, tworzenie schematów sprawozdawczo-antycypacyjnych, synteza, asymilacja i akomodacja schematów czynności oglądowych, intuicyjnych, tworzenie się reprezentacji ikonicznych.	Konstruowanie opisów definicyjnych, definiowanie, dedukowanie i redukowanie, algorytmizowanie, konstruowanie i stosowanie języka symbolicznego, asymilacja i akomodacja schematów czynności werbalno-symbolicznych, powstawanie reprezentacji symbolicznych.

Źródło: H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 90.

Przechodząc z poziomu czynności konkretnych do poziomu czynności wyobrażeniowych wykorzystujemy przede wszystkim schematyzację⁴³, w odwrotną stronę konkretyzację⁴⁴. Podobnie przechodząc z poziomu wyobrażeniowego do abstrakcyjnego stosujemy matematyzację⁴⁵, a w odwrotną – interpretację⁴⁶. Jeśli zaś czynności konkretne są od razu podstawą czynności abstrakcyjnych, to

43 Schematyzacja to sposób myślenia. „Historia myślenia dziecka jest historią jego schematów asymilacyjnych i wiedzy, będącej wynikiem posługiwania się tymi schematami w odniesieniu do rzeczy: rozpoczynając od najprostszego włączania przedmiotów w ramy schematów sensoryczno-motorycznych, kończy się ona na asymilowaniu zjawisk poprzez pojęcia i operacje coraz to bogatsze, pośrednie, przybierając wreszcie u człowieka dorosłego postać filozoficznego i naukowego obrazu świata”, zob. H. Aebli, *Dydaktyka psychologiczna...*, s. 116. „Dzieci odróżniają to, co schemat ma przedstawiać, od samego schematu. [...] Dziecko nie wie jeszcze, jak myśli, ale rozumienie konwencji i sensu schematu rysunkowego przejawia się w jego działaniu”, zob. Z. Semadeni, *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 2, Warszawa 1984, s. 53. Warunkiem poprawności schematyzacji jest to, aby można było później: „użyć pierwotnego schematu jako podstawy dla wprowadzenia odpowiedniego matematycznego pojęcia bez konieczności zasadniczego negowania poprzednio już wytworzonych wyobrażeń i intuicji, włączyć je do danego fragmentu teorii przez naturalny opis schematu w języku tej teorii”, zob. Z. Krygowska, *op. cit.*, cz. 1, s. 51.

44 Konkretyzacja: „Gdy małemu uczniowi klas początkowych, który ułożył i rozwiązał za pomocą równania zadanie tekstowe, proponujemy, aby do tego równania «ułożył» inne zadanie, szuka on konkretyzacji tej właśnie struktury”, zob. *ibidem*, s. 27.

45 Matematyzacja: „Matematyzacją w nauczaniu będziemy nazwać bądź 1° konstrukcję matematycznego schematu dla jakiegoś układu stosunków, ujętego przez analizę rzeczywistej, wyobrażeniowej lub już abstrakcyjnej sytuacji, lub sprecyzowanego w innej dziedzinie pojęć, np. w innej nauce, bądź 2° konstrukcję jeszcze na wpuł poglądowego schematu myślowego, który w dalszym ciągu nauki mógłby być przekształcony i włączony do pełnego już schematu matematycznego”, zob. *ibidem*, s. 48-49.

46 Interpretacja – nie jest zastosowaniem, lecz w nauczaniu odgrywa istotną rolę. „Przed wszystkim konkretyzuje ogólne struktury przez wzbogacanie w świadomość ucznia zasobu ich modeli. W toku interpretacji kierunek myślowych operacji ucznia jest odwrotny do kierunku procesu abstrahowania struktury. [...] Uczy się on dostrzegać tę samą strukturę w różnych dziedzinach, co jest warunkiem umiejętności stosowania teorii zarówno do innej teorii, jak i stosowania teorii do praktyki. Interpretacja jest ćwiczeniem w posługiwaniu się definicją i mobilizuje ucznia do głę-

Tabela 18. Przewidywane efekty zadań inspirujących czynności konkretne, wyobrażeniowe i abstrakcyjne

Przewidywane efekty zadań inspirujących czynności		
konkretne	wyobrażeniowe	abstrakcyjnych
Umiejętność wyboru desygnatów pojęcia, konstrukcja modelu, zorganizowanie doświadczenia, definiowanie przez pokaz, schematy czynnościowe odwołujące się do aktywności fizycznej, planowanie realnego doświadczenia na drodze eksperymentu myślowego, a nie próbowanie na osłep rozmaitych schematów. Porządkowanie, szeregowanie, porównywanie, przyporządkowywanie, grupowanie elementów według własności, wspólnych cech, uwzględnianie zależności między przedmiotami i zbiorami przedmiotów. Myślenie praktyczne (czynność–rezultat).	Rozumienie intuicyjne, obrazowe pojęć, umiejętność formułowania charakterystyki pojęcia, wskazywanie na różne własności, schematy sprawozdawczo-antycypacyjne przewidujące wynik doświadczenia, uprzedzające, wyprzedzające. Klasyfikowanie według wspólnych cech. Myślenie oglądowe, intuicyjne, obrazowe jako wynik ciągu czynności wyobrażonych (schemat–wyobrażenie).	Umiejętność wnioskowania z przesłanek, prowadzenia rozumowań hipotetyczno-dedukcyjnych, przewidywania, przypuszczania, formułowania warunków koniecznych i wystarczających zaprzeczenia zdań, konstruowania i posługiwania się algorytmami. Umiejętność posługiwania się językiem symbolicznym, rozpoznawanie prostych konstrukcji logicznych, na przykład koniunkcji, implikacji. Umiejętność definiowania i stosowania definicji. Myślenie hipotetyczno-dedukcyjne (przesłanka–wniosek).

Źródło: H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 91.

mamy do czynienia z matematyzacją, a w odwrotnym kierunku z konkretyzacją. Aktywności międzypoziomowe okazują się szczególnie ważne i nieodzowne w przypadku trudności uczniów z rozwiązywaniem zadań na danym poziomie⁴⁷.

Mając na uwadze istotę tekstów zadań sterujących samodzielną pracą ucznia, uwzględniono zasady ich konstruowania zaproponowane przez M. Szajder:

- zasadę zmienności – „która oznacza, że ta sama treść winna być przedstawiona nie tylko w różnorodnych sytuacjach, ale w rozmaitych formach,
- zasadę systematycznego wiązania operacji prostych i odwrotnych,
- zasadę kontrastowania⁴⁸,
- zasadę eliminowania *a priori* istotnych błędów uczniowskich,
- zasadę dydaktycznego wykorzystania potencjalnego błędu ucznia,
- zasadę systematycznego, stałego przekładu z języka symbolicznego na język werbalny i na odwrót,
- zasadę sformułowania zdań i zwrotów, które umożliwiłyby dialog ucznia z tekstem,

bokiego wniknięcia w tekst definiensu, w szczególności w jego logiczną konstrukcję. Interpretacja otwiera również drogę do formułowania nowych problemów⁴⁹, zob. *ibidem*, s. 172.

⁴⁷ H. Siwek, *op. cit.*, s. 91.

⁴⁸ Kontrastowanie to środek szczególnie mocny i skuteczny przy eliminowaniu błędów. Dlatego uświadomienie uczniowi istotności przesłanek przez kontrprzykłady, których konstruowanie jest jedną ze szczególnych form kontrastowania, jest tak bardzo ważne, zob. *ibidem*, s. 109-110.

– zasadę możliwie pełnego wykorzystania dydaktycznych środków poligraficznych⁴⁹.

Operatywny charakter matematyki pozwala na konstruowanie rozwiązań wielu problemów w postaci algorytmów nienumerycznych. Do takich problemów należą zadania konstrukcyjne⁵⁰.

Niektóre schematy postępowania mogą być formułowane jako algorytmy⁵¹, jak podaje Z. Krygowska⁵²: „Algorytm powinien wyznaczać jednoznacznie kolejne czynności. [...] Powinien być efektywnym planem czynności, to znaczy ma prowadzić niezawodnie do poprawnego rozwiązania zadania po skończonej liczbie kroków, jeżeli tylko poszczególne czynności zostaną wykonane bez błędu i dokładnie według planu”⁵³.

Operatywny charakter myślenia matematycznego ujawnia się w matematycznym języku ucznia w każdej sytuacji – podkreśla Z. Krygowska. Uczeń – w zasadzie przez cały czas – czy to poszukując aktywne rozwiązania drogą prób i błędów czy stosując gotowy schemat rozwiązania, wykonuje świadomie pewne czynności i potrafi je nazwać i uszeregować⁵⁴.

3. Czynnościowe nauczanie matematyki

*Między duchem a materią
pośredniczy matematyka.
Hugo Steinhaus*

Czynnościowe nauczanie matematyki⁵⁵ jest takim postępowaniem psychodydaktycznym, które konsekwentnie uwzględnia operatywny charakter matematyki oraz psychologiczny proces interioryzacji. Jest to droga od czynności konkretnych i wyobra-

49 H. Siwek, *op. cit.*, s. 146-147.

50 Genezą klasycznych zadań konstrukcyjnych była metoda dedukcyjna. Ponadto zadania konstrukcyjne uważano za kształcące inwencję twórczą ucznia oraz za bardzo dobre ćwiczenie w stosowaniu poznanych twierdzeń geometrycznych i ich dowodzeniu (bo poprawności konstrukcji trzeba było udowodnić), zob. Z. Krygowska, *op. cit.*, t. 1, s. 119.

51 „Algorytmem opracowanym dla pewnej klasy zadań opartym na pewnym danym z góry zbiorze czynności podstawowych będziemy nazywać każdy plan skończonego ciągu czynności wybranych z tego zbioru, taki że wykonanie w zaplanowanej kolejności tych czynności przy danych specyfikujących określone zadanie tej klasy prowadzi do rozwiązania tego zadania. Algorytm powinien więc w tym znaczeniu spełniać warunek ogólności, to jest zawierać parametry, których konkretyzacja określa zadanie danej klasy”, zob. *ibidem*, s. 114-115.

52 *Ibidem*, s. 114.

53 *Ibidem*, s. 115.

54 *Ibidem*, s. 83.

55 Twórczynią czynnościowego nauczania matematyki jest Z. Krygowska. Natomiast H. Siwek należy do ścisłego grona uczniów Z. Krygowskiej.

zeniowych do operacji abstrakcyjnych⁵⁶. Koncepcja ta eksponuje konieczność zintegrowania w nauczaniu ujęcia pojęciowego i algorytmicznego. Cechuje się wielką dbałością o percepcję i porządek, o jasność i dobre zrozumienie pojęć matematycznych, o zgodność pojęć szkolnych z pojęciami naukowymi – twierdzi H. Siwek⁵⁷. Celem nadrzędnym tej metody jest zdobywanie przez ucznia wiedzy operatywnej.

Nauczanie czynnościowe matematyki realizuje podejście konstruktywistyczne, gdzie uczeń konstruuje swoją wiedzę w interakcji z materiałami i zadaniami, na drodze bogatych doświadczeń, pod kierunkiem nauczyciela i we współpracy z kolegami. [...] W metodzie tej kładzie się duży nacisk nie tylko na wiadomości, ale także na umiejętności⁵⁸.

Czynnościowe nauczanie matematyki opiera się:

1. Na wydobyciu przez analizę teoretyczną z materiału nauczania podstawowych operacji w każdej definicji, twierdzeniu, dowodzie.
2. Na świadomym organizowaniu sytuacji problemowych sprzyjających procesowi interioryzacji i kształtowaniu myślenia matematycznego ucznia jako specyficznego działania, jako swobodnego i świadomego posługiwania się przyswajanymi stopniowo operacjami, oraz na konsekwentnym stosowaniu zabiegów dydaktycznych mających na celu zapewnienie prawidłowości i efektywności tego procesu⁵⁹.

Wprowadzając nowe pojęcie matematyczne na lekcji należy pamiętać, iż bywa ono często konstrukcją znanego uczniowi modelu⁶⁰. Jednakże może się ono odbywać w nauczaniu w bardzo różny sposób⁶¹. Natomiast „opracowując jakieś pojęcie w sposób czynnościowy, należy dokonać matematycznej analizy operacji tkwiących w tym pojęciu (tzn. wyróżnić ciąg czynności, które prowadzą do konstrukcji jego desygnatów). Równolegle należy zaplanować różnego rodzaju ćwiczenia, które pozwolą uczniowi przebyć drogę od czynności konkretnych, poprzez wyobrażone do abstrakcyjnych”⁶². Czynności, które są istotne dla powstania danego pojęcia w umysłach uczniów, powinny być zawarte w zadaniach na różnych poziomach abstrakcji i uwzględniane w procesie nauczania – uczenia się. Chodzi o poziomy czynności konkretnych, wyobrażeniowych i abstrakcyjnych⁶³.

56 Z. Krygowska, *op. cit.*, s. 127.

57 H. Siwek, *op. cit.*, s. 10.

58 *Ibidem*, s. 11.

59 Z. Krygowska, *op. cit.*, t. 1, s. 127; H. Siwek, *op. cit.*, s. 15.

60 Z. Krygowska, *op. cit.*, t. 1, s. 49.

61 Wyczerpująco opisuje ten problem Z. Krygowska, *op. cit.*, t. 1, s. 46-47, 49.

62 H. Siwek, *op. cit.*, s. 15.

63 *Ibidem*, s. 17.

4. Poziomy rozumienia pojęć

Liczby rządzą światem.
Pitagoras

Bogate doświadczenia van Hiele'a w nauczaniu – uczeniu się dziecka w zakresie tworzenia i przyswajania przez nie pojęć geometrycznych – pozwoliły mu na wyróżnienie pięciu poziomów myślenia matematycznego. Poziomy te mogą zostać przeniesione również na grunt arytmetyki czy algebry. Jednakże biorąc pod uwagę potrzeby nauczania jak i zgodność ze stadiami rozwoju intelektualnego J. Piageta ważne są pierwsze trzy poziomy:

- poziom wzrokowy, odpowiadający stadium przedoperacyjnemu,
- poziom opisowy, odpowiadający stadium inteligencji konkretno-operacyjnej,
- poziom logiczny, odpowiadający stadium inteligencji formalno-operacyjnej⁶⁴.

Na **poziomie wzrokowym** kształtowanie nowego pojęcia u dziecka odbywa się na podstawie obserwacji przedmiotów, zjawisk i zdarzeń z najbliższego otoczenia. Bardzo ważną rolę odgrywa tu manipulowanie przedmiotami. Dziecko ujmuje przedmioty należące do tego samego gatunku, do tej samej klasy czy zbioru, w sposób całościowy, zwracając uwagę na regularności, podobieństwa i różnice – podaje H. Siwek⁶⁵.

Na **poziomie opisowym** nowe pojęcie kształtuje się podczas zorganizowanych obserwacji. Dziecko porównuje przedmioty należące do jednej klasy, kontrastuje z innymi i wyróżnia ich wspólne własności. Na tym poziomie obiekty są postrzegane wraz z ich składowymi oraz charakterystycznymi cechami, które uczeń rozpoznaje, wyróżnia i opisuje⁶⁶.

Natomiast na **poziomie logicznym** następuje formułowanie definicji i twierdzeń oraz konstruowanie dowodów. H. Siwek dokonała bardzo interesującej interpretacji, łącząc teorię stadiów rozwojowych J. Piageta z poziomami pojęć van Hiele'a i reprezentacjami J.S. Brunera. W poniższym schemacie H. Siwek ilustruje związki i korelacje między trzema teoriami⁶⁷.

Aby nauczanie matematyki uwzględniało założenia czynnościowego podejścia do tego przedmiotu, należy pamiętać, aby zadania stawiane uczniom, nie wykraczały poza strefę ich możliwości⁶⁸.

64 *Ibidem*, s. 36.

65 *Ibidem*, s. 36.

66 *Ibidem*, s. 37.

67 *Ibidem*, s. 39. Bardziej szczegółowego opisu powyższego schematu dokonuje H. Siwek (*ibidem*, s. 36-39).

68 H. Siwek, *op. cit.*, s. 170.

Tabela 19. Teoria stadiów rozwojowych J. Piageta a poziomy pojęć według van Hiele'a i reprezentacje J.S. Brunera w ujęciu H. Siwek

Stadium – poziom	Reprezentacja		
	enaktywna*	ikoniczna**	symboliczna***
Stadium przedoperacyjne – poziom wzrokowy	manipulowanie przedmiotami	czynności na schematach i rysunkach	nazywanie przedmiotów, słowa, kody, proste symbole
Stadium operacji konkretnych – poziom opisowy	działania na zbiorach powstałych w wyniku klasyfikacji, porównywanie własności elementów zbiorów, wyróżnianie podzbiorów, porządkowanie, klasyfikowanie	ustalanie odpowiedniości między własnościami obiektu rzeczywistego i schematycznego	opis słowny istotnych cech pojęcia i związków między składowymi
Stadium operacji formalnych – poziom logiczny	operatywne wykorzystywanie opisów definicyjnych wniosków ogólnych, porównywanie własności.	obrazowe schematyczne przedstawianie związków między definicjami i twierdzeniami.	konstruowanie formalnych definicji; badanie równoważności; dowody formalne twierdzeń.

* Reprezentacja u J.S. Brunera to system przetwarzania i przedstawiania informacji. Enaktywna odbywa się poprzez manipulowanie i działanie.

** Reprezentacja ikoniczna odbywa się przez organizację percepcji z wykorzystaniem specjalnie dobranych materiałów i tworzenie wyobrażeń.

*** Reprezentacja symboliczna odbywa się przez posługiwanie się słowami i symbolami.

Źródło: H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998, s. 36-39.

5. Dojrzałość dziecka do uczenia się matematyki

Żadna nauka nie wzmacnia tak wiary w potęgę umysłu ludzkiego, jak matematyka.

Hugo Steinhaus

Dojrzałość uczenia się matematyki zawiera się w zakresie pojęcia dojrzałość szkolna⁶⁹ i, definiując ją, należy uwzględnić właściwości rozwoju dzieci oraz wymagania szkoły – twierdzi E. Gruszczyk-Kolczyńska⁷⁰.

⁶⁹ Dojrzałość szkolna (gotowość szkolna) to osiągnięcie przez dziecko takiego stopnia rozwoju umysłowego, emocjonalnego, społecznego i fizycznego, jaki umożliwia mu udział w życiu szkolnym i opanowanie treści programowych klasy I. Dojrzałość szkolna zależy od warunków bytowych dziecka, wykształcenia rodziców, wychowania przedszkolnego, zdolności dziecka i jego zdrowia, zob. W. Okoń, *Słownik pedagogiczny*, Warszawa 1981, s. 54.

⁷⁰ E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994, s. 13-14.

Wszystkie wskaźniki dojrzałości do uczenia się matematyki E. Gruszczyk-Kolczyńska omawia w sposób następujący:

1. Podstawą dziecięcego liczenia są intuicje matematyczne, które dziecko przyswaja sobie już na poziomie przedoperacyjnym, czyli w wieku przedszkolnym. Wszelkie nieprawidłowości w przyswajaniu tych intuicji mogą być przyczyną nadmiernych trudności w zakresie uczenia się matematyki.
2. Jeżeli w czasie rozpoczynania nauki w klasie I dzieci nie osiągnęły jeszcze w swoim rozumowaniu poziomu operacji konkretnych (w zakresie koniecznym dla zrozumienia pojęcia liczby naturalnej), to natrafiają na ogromne trudności w uczeniu się matematyki już w pierwszych tygodniach nauki w szkole.

Zakres operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym wyznaczają następujące wskaźniki⁷¹.

A. Operacyjne rozumowanie w obrębie ustalania stałości ilości nieciągłych.

Warunkiem koniecznym dla zrozumienia aspektu kardynalnego liczby naturalnej jest zdolność do wyprowadzenia wniosku, że liczba elementów nie zmienia się mimo obserwowalnych przemieszczeń tych elementów, a także zdolność do operacyjnego ustalania równoliczności zbiorów. Jest to także podstawa rozumienia i opanowania czterech działań arytmetycznych oraz uchwycenia sensu matematycznego zadań tekstowych.

B. Operacyjne porządkowanie elementów w zbiorze przy wyznaczaniu konsekwentnych serii. Ten zakres rozumowania jest podstawą rozumienia relacji porządkującej i jej własności, a następnie aspektu porządkowego i miarowego liczby naturalnej. Umożliwia dzieciom wydobycie sensu matematycznego z wielu zadań tekstowych.

C. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałości masy (tworzywa). Dla kształtowania pojęcia miary i umiejętności mierzenia jest potrzebne wnioskowanie: jest tyle samo, mimo że zmiany przekształcające sugerują, iż teraz jest więcej lub mniej. Ten sposób rozumowania pozwala także dzieciom zrozumieć zależności zawarte w zadaniach tekstowych dotyczących pomiaru masy lub tworzywa.

D. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałości długości przy obserwowanych przekształceniach. Podstawa dla kształtowania pojęć geometrycznych oraz opanowania umiejętności mierzenia długości. Umożliwia dzieciom rozumienie zadań tekstowych dotyczących pomiaru długości.

E. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałej objętości cieczy, przy transformacjach zmieniających jej wygląd. Jest to konieczne dla zrozumienia pomiaru

⁷¹ *Ibidem*, s. 48-49. We wrześniu (czyli na początku szkolnej edukacji), dziecko musi być zdolne do rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym w dwóch zakresach: a) uznawanie stałości ilości nieciągłych przy obserwowanych zmianach; b) porządkowanie elementów zbioru, aby utworzyć konsekwentną serię (*ibidem*, s. 15-16).

- pojemności. Umożliwia także dzieciom rozumienie zadań tekstowych, w których występują jednostki pojemności⁷².
3. Szkolne nauczanie preferuje słowo i obraz. Rzadko dziecko ma okazję sprawdzić w realnym działaniu to, co zostało powiedziane, zapisane lub pokazane w formie graficznej. Dlatego warunkiem powodzenia w uczeniu się matematyki jest zdolność do swobodnego przechodzenia z jednego poziomu reprezentacji na drugi, przy dużej dojrzałości funkcjonowania na poziomie symboli i przedstawień graficznych.
 4. Dzieci mało odporne nie wytrzymują napięć, które zawsze towarzyszą rozwiązywaniu nawet łatwych zadań matematycznych. W związku z czym obniżony poziom odporności emocjonalnej jest przyczyną niepowodzeń w uczeniu się matematyki.
 5. Jeżeli dziecko nie potrafi wykonać prostych rysunków i konstrukcji z klocków ani wyszukać potrzebnej strony w swym podręczniku, to może mieć poważne kłopoty na lekcjach. Nie może skupić się należycie na problemach matematycznych, a brak koncentracji ma wysoce niekorzystny wpływ na zakres doświadczeń matematycznych i logicznych, które dziecko powinno zgromadzić na lekcji⁷³.

Przeprowadzone badania dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym oraz analiza zachowania się badanych dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych na lekcjach matematyki wskazują jednoznacznie, że „jednym z głównych źródeł niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych jest brak dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym w czasie rozpoczęcia nauki matematyki w klasie I”⁷⁴. Swoje badania E. Gruszczyk-Kolczyńska wzorowała na doświadczeniach J. Piageta i jego współpracowników⁷⁵.

Zagadnienie dojrzałości operacyjnej myślenia na poziomie konkretnym opisuje bardzo dokładnie i obszernie E. Gruszczyk-Kolczyńska⁷⁶. W odniesieniu do powyższego zagadnienia podkreśla: „W nauczaniu początkowym dobór treści, a także me-

72 *Ibidem*, s. 48-49. Pierwsze dwa wskaźniki operacyjnego rozumowania są dzieciom bezwzględnie potrzebne do uczenia się matematyki już pod koniec klasy zerowej i na początku klasy I. Następne wskaźniki są konieczne do sprostania wymaganiom stawianym dziecku pod koniec klasy I. Na początku klasy II dzieci powinny już rozumować operacyjnie, co najmniej w zakresie wszystkich wymienionych wskaźników.

73 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi...* s. 8: Problem dojrzałości dziecka do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych omawia również Z. Semadeni, zob. *Nauczanie początkowe matematyki*, red. Z. Semadeni, t. 1, Warszawa 1991, s. 270-272.

74 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami...*, s. 8. Zagadnienie dojrzałości dziecka do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych omawia również Z. Semadeni, zob. *Nauczanie początkowe matematyki...*, s. 87.

75 Zob. J. Piaget, B. Inhelder, *Psychologia dziecka*, Warszawa 1993, s. 95-96; J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa 1966, s. 56.

76 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dojrzałość operacyjna rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci z klas początkowych*, „Psychologia Wychowawcza” 1986, nr 3, s. 307-315.

to kształcenia pojęć i umiejętności matematycznych dostosowany jest do dojrzałości intelektualnej uczniów najpierw na poziomie operacji konkretnych, a potem formalnych⁷⁷. Wszystkie bowiem „elementarne formy zrozumienia w logice, matematyce lub geometrii opierają się na zasadzie niezmienności ilościowej”⁷⁸.

1. Odkrycie przez dziecko zasady stałości ilości wiąże się ściśle z osiągnięciem dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym (wskaźnik dojrzałości operacyjnej). Dopiero na tym etapie rozwoju intelektualnego dziecko uznaje istnienie elementów niezmiennych, przy obserwowaniu przekształceń, gdyż zdolne jest już ujmować owe przekształcenia jako operacje odwracalne.

2. W nauczaniu początkowym matematyki przyjmuje się, że większość dzieci rozpoczynających naukę w klasie I osiągnęła już dojrzałość intelektualną charakterystyczną dla operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym w niezbędnym do opanowania podstaw matematyki zakresie. W praktyce okazuje się, że wiele dzieci tej dojrzałości nie osiągnęło (problem różnic intelektualnych). Dla tej grupy dzieci opanowanie pojęć i umiejętności matematycznych jest po prostu niedostępne⁷⁹.

Większość czynności wykonywanych przez dzieci na lekcjach matematyki ma charakter wzrokowo-ruchowy. Natomiast efektywność złożonych czynności o charakterze wzrokowo-ruchowym zależy między innymi od poziomu rozwoju funkcji elementarnych i od ich koordynacji. Zakłócenia równowagi procesów nerwowych (nadpobudliwość, zahamowanie lub niestałość psychoruchowa) wpływają dezorganizująco na poziom rozmaitych czynności, szczególnie wówczas, gdy wymagana jest od dziecka duża precyzja działania.

Wymienione elementy struktur poznawczo-emocjonalnych osobowości mają specyficzny wpływ na efektywność nabywania doświadczeń logicznych i matematycznych na lekcjach matematyki. Zaburzenia poziomu rozwoju percepcji wzrokowej, koordynacji wzrokowo-ruchowej oraz dynamiki nerwowej wpływają dezorganizująco na zachowanie się dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych. W przypadku obniżonego poziomu rozwoju tych struktur osobowości występuje charakterystyczne przesunięcie uwagi dzieci. Zamiast skupiać się nad rozwiązaniem problemu matematycznego, cały swój wysiłek kierują na pokonanie trudności technicznych towarzyszących nabywaniu doświadczeń logicznych i matematycznych. Analiza zachowania się dzieci z zaburzeniami wykazała, że nabywają one znacznie mniej doświadczeń logicznych i matematycznych, niż potrzeba do opanowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych⁸⁰.

W swoich dalszych rozważaniach autorka podkreśla, że

Podstawą nauczania matematyki jest organizowanie specyficznych sytuacji, które nasuwają dziecku potrzebę wykonania określonych czynności. Rodzaj i sens tych czynności określają matematyczne struktury pojęciowe, do których opanowania należy dziecko doprowadzić. W wyzwaniu i or-

77 Eadem, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Katowice 1985, s. 59.

78 J.S. Bruner, *op. cit.*, s. 688; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 59.

79 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 59-60.

80 *Ibidem*, s. 83.

ganizowaniu tych czynności dużą rolę odgrywają nowoczesne środki dydaktyczne (takie jak: materiał logiczny, liczby w kolorach, klocki arytmetyczne, minikomputery). Za pomocą tych środków tworzy się rozmaite konstrukcje, których budowanie i przekształcanie dostarcza dziecku doświadczeń logicznych⁸¹.

Pomoce te są także niezbędne przy matematyzowaniu sytuacji życiowych, znajdujących swe odbicie w zadaniach tekstowych. Można także za ich pomocą organizować zabawy i gry logiczne niezbędne w nauczaniu początkowym matematyki

Warunkiem zaś powodzenia w odkrywaniu i organizowaniu struktury działań matematycznych jest posługiwanie się strategią rozumowania, której istotą jest odwracalność operacji i koordynacja ich w struktury zdolne do przekształceń⁸².

81 *Ibidem*, s. 84.

82 Konsekwencją powyższej tezy jest dążenie (i to już na początku edukacji matematycznej dziecka – zaznacza E. Gruszczyk-Kolczyńska) do tego, aby dodawanie i odejmowanie kształtować jako operacje odwrotne. Dotyczy to również mnożenia i dzielenia. Przyporządkowanie dziecku wynosi z działań na zbiorach podczas wyznaczania sumy oraz różnicy zbiorów rozłącznych (jako aspekt mnogościowy). Z kolei doświadczenia zdobyte przez dziecko podczas mierzenia, kiedy wyznaczona jest suma dwóch wielkości, daje aspekt miarowy. Decydującym dla rozumienia istoty operacyjnej działań jest wdrażanie dzieci do przyporządkowania parom elementów danego zbioru – trzeciego elementu. Każde działanie arytmetyczne (a więc dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie) można interpretować jako przyporządkowanie parom liczb należących do zbioru liczb naturalnych z zakresu odpowiednich liczb z tego zbioru. E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się...*, s. 90.

Część 2

Empiryczna weryfikacja autorskiej koncepcji kształtowania pojęć matematycznych w edukacji muzycznej dzieci

Metodologia, organizacja i przebieg badań

*Człowiek szlachetny jedna sobie przyjaciół
wykształceniem, a w doskonaleniu
się pomagają mu przyjaciele.*

Konfucjusz

1. Cel i problematyka badań

Zagadnieniem kształtowania pojęć zajmowało się wielu badaczy z zakresu różnych specjalności. Ideą przewodnią kształcenia zintegrowanego obejmującego klasy I-III jest ukazanie dzieciom scalonego obrazu świata, tj. rozpatrywanie faktów, zjawisk i procesów z różnych punktów widzenia. Wymaga to umiejętnej interpretacji treści i metod w zakresie wszystkich przedmiotów nauczania: wychodzenia od doświadczeń dzieci, a następnie stopniowego ich poszerzania. Postępowanie takie sprzyja kształtowaniu pojęć oraz rozwijaniu coraz bardziej złożonych form rozumowania logicznego¹. Pojęcia tworzą się w umyśle dzięki poznawaniu rzeczywistości (obserwacji, spostrzeganiu), poprzez przetworzenia myślowe, takie jak: analiza, synteza, porównanie, klasyfikacja, abstrakcja, uogólnienie, do praktyki. W. Okoń rozróżnia dwa poziomy opanowania pojęć na poziomie naukowym: elementarny i wyższy. W pierwszym etapie dziecko wiąże nazwę z cechą, którą zna zewnętrznie, potrafi ją rozpoznać, wie do czego służy, ale np. nie potrafi wyjaśnić istoty jej funkcjonowania. Dlatego w toku nauki szkolnej bardzo często następuje uzupełnianie, wzbogacanie i pogłębianie wiedzy o przedmiotach, dokonywanie ponownej abstrakcji oraz ponowne ich uogólnianie².

Choć możliwości rozwojowe dzieci są ogromne, to tylko część z nich jest wykorzystywana w ramach edukacji szkolnej³. Muzyka dzięki bezpośredniej formie przekazu ma wielostronne możliwości wyzwala instynktu twórczego, sugestywnie oddzia-

1 K. Duraj-Nowakowa, *Integrowanie edukacji wczesnoszkolnej*, Kraków 1998, s. 111.

2 H. Gutowska, *Kształtowanie pojęć*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia w klasach I-III*, red. M. Lelonka, T. Wróbel, Warszawa 1990, s. 356-357.

3 T. Poznańska, *O kształtowaniu pojęć w klasach niższych*, Warszawa 1976, s. 54-55.

łuże na wyobraźnię oraz wzbogaca świat indywidualnych doznań i przeżyć jednostki. W różnych opracowaniach dotyczących kształtowania pojęć w nauczaniu początkowym brakuje literatury ujmującej ten problem w kontekście muzyki.

Celem niniejszej książki jest pokazanie, że można – i to bardzo skutecznie – wpływać na kształtowanie pojęć matematycznych (ich znajomość i rozumienie) poprzez edukację muzyczną dzieci objętych edukacją wczesnoszkolną.

W prezentowanym rozdziale zaprezentowana została metodologia badań dotyczących zastosowania oddziaływań edukacyjnych polegających na kształtowaniu u dzieci pojęć matematycznych poprzez muzykę. Zaprezentowane zostały w tej części problemy badawcze, zmienne i wskaźniki, a także narzędzia badawcze i organizacja badań.

Problem naukowy jest swoistym pytaniem⁴. Samo pojęcie problemu analizuje i definiuje wielu metodologów, np. J. Dewey⁵, W. Okoń⁶, Z. Lachowski⁷, S. Nowak⁸, T. Pilch⁹. Na użytek niniejszej publikacji przyjęto definicję H. Muszyńskiego, który problemem naukowym nazywa ujęcie przeżywanej niewiedzy oraz potrzebę wiedzy¹⁰.

W ramach zrealizowanych badań próbowano określić: czy, a jeśli tak, to w jakim stopniu realizacja modelowego kształcenia zintegrowanego sprzyja opanowaniu przez uczniów klas drugich wybranych pojęć matematycznych?

Uszczegóławiając powyższy problem, próbowano ustalić: czy odpowiednio wzbogacona o elementy muzyczne edukacja zintegrowana sprzyja opanowaniu pojęć matematycznych z zakresu:

- prostych figur geometrycznych,
- zbiorów i ich klasyfikacji,
- działań arytmetycznych,
- wiadomości i umiejętności praktycznych?

4 Termin „problem” pochodzi z języka greckiego (gr. *problema*) i znaczy między innymi: „przeszkoda, trudność”. Trudność ta powstaje przez uprzytomnienie sobie jakiegoś braku w stanie bieżącym danej wiedzy naukowej, a więc stanu określonej niewiedzy. J. Pieter, *Zarys metodologii pracy naukowej*, Warszawa 1975, s. 30-36.

5 J. Dewey, *Jak myślimy*, Warszawa 1957, s. 37: „Problem to trudność, której odczucie i wewnętrznie stanowi motyw do podjęcia czynności mających na celu rozwiązanie tegoż problemu. W pracy badawczej jest to trudność wynikająca z braku rozpoznania naukowego określonego odcinka rzeczywistości”.

6 W. Okoń, *Słownik pedagogiczny*, Warszawa 1975, s. 23: „Problem to zadanie wymagające pokonania jakiejś trudności o charakterze praktycznym bądź teoretycznym przy udziale aktywności badawczej przedmiotu”.

7 Z. Lachowski, *Problem i pseudoproblemy*, Warszawa 1964, s. 105: „Problem badawczy posiada postać pytania, na które pytający poszukuje odpowiedzi w oparciu o dalsze obserwacje rzeczywistości”.

8 S. Nowak, *Metodologia badań socjologicznych*, Warszawa 1970, s. 214: „Problem to pewne pytanie lub zespół pytań, na które odpowiedź ma dostarczyć badanie”.

9 T. Pilch, *Zasady badań pedagogicznych*, Warszawa-Wrocław-Kraków-Gdańsk 1977, s. 64: „Problem to zakres wątpliwości i teren badawczych poszukiwań, lecz by ustalenie było trafne, trzeba sporo wiedzieć o przedmiocie badań”.

10 H. Muszyński, *Wstęp do metodologii pedagogiki*, Warszawa 1972, s. 177.

Przed realizacją badań sformułowano hipotezę stanowiącą wstępną odpowiedź na wyżej postawione pytanie badawcze.

Pojęcie hipotezy jest definiowane przez wielu autorów, takich jak m.in.: H. Muszyński¹¹, T. Kotarbiński¹², W. Zaczyński¹³, E. Hajduk¹⁴. „Hipoteza jest usytuowana w ciągu czynności intelektualnych, propedeutycznych w stosunku do empirycznej części pracy naukowej”¹⁵. – twierdzi E. Hajduk. Hipoteza jest związana z odpowiedzią na główny problem badawczy i została sformułowana następująco:

W klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, oczekiwać można wyższego poziomu opanowania wybranych pojęć matematycznych u dzieci.

Weryfikacji powyższej hipotezy dokonano na podstawie materiału pochodzącego z eksperymentu pedagogicznego i porównania danych pozyskanych z grupy uczniów objętych eksperymentem i z grupy kontrolnej (nieobjętej eksperymentem).

2. Zmienne i wskaźniki

Celem badań naukowych jest wykrycie związków i zależności zachodzących między badanymi zjawiskami, które określane są mianem zmiennych. Podstawową czynnością jest rozróżnienie ich na zmienne zależne i niezależne: „Przy czym zmienne niezależne są przyczynami powodującymi swym działaniem powstawanie określonych skutków. Zmienne zależne to efekty wpływu wynikające ze sprawczego (przyczynowego) działania zmiennych niezależnych”¹⁶.

W prezentowanym eksperymencie pedagogicznym zmienną zależną stanowił stopień opanowania pojęć matematycznych przez uczniów klas drugich zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej. Na podstawie zmiennej zależnej wyłoniono zmienne zależne szczegółowe i wskaźniki. Dokładniej przedstawiono je w poniższej tabeli.

11 *Ibidem*, s. 181: „Hipoteza to twierdzenie, co do którego istnieje prawdopodobieństwo, iż stanowić ono będzie prawdziwe rozwiązanie postanowionego problemu”.

12 T. Kotarbiński, *Zasady dobrej roboty. Wybór pism*, t. 1, Warszawa 1957, s. 643: „Hipotezą nazywa się wszelkie twierdzenie częściowo tylko uzasadnione, przeto także wszelki domysł w postaci uogólnienia”.

13 W. Zaczyński, *Rozwój metody eksperymentalnej i jej zastosowanie w dydaktyce*, Warszawa 1976, s. 51: „Hipotezą jest przyjmowanie jakiś prawidłowości głębszych, bardziej istotnych, w celu wyjaśnienia prawidłowości ujawnionych w doświadczeniu”.

14 „Hipotezą nazywamy zdanie opisujące związki między zjawiskami (zdarzeniami, stanami, cechami itp.), którego wartość logiczną sprawdzamy w następstwie badań empirycznych”, zob. E. Hajduk, *Hipoteza w badaniach pedagogicznych*, Zielona Góra 1993, s. 48.

15 *Ibidem*, s. 47.

16 J. Gnitecki, *Zarys metodologii badań w pedagogice empirycznej*, Zielona Góra 1993, s. 141.

Tabela 20. Zmienne zależne i zmienne zależne szczegółowe

Zmienna zależna	Zmienna zależna szczegółowa	Wskaźniki	Skale, kategorie, rejestry
Stopień opanowania pojęć matematycznych.	1. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu prostych figur geometrycznych.	Opanowanie pojęć matematycznych (kwadrat, prostokąt, koło, trójkąt) zawartych w zadaniach: 1, 2, 12*. Za każde poprawne rozwiązanie zadania uczeń otrzymał określoną liczbę punktów.	Stopień: wysoki 8-7 pkt. średni 6,5-3 pkt. niski 2,5-0 pkt.
	2. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji.	Opanowanie pojęć matematycznych znajdujących się w zadaniach nr 13, 14, 15, 18 i 20**, a dotyczących: utworzenia zbioru, przyporządkowania elementów, wyszukiwania i zaznaczania podanych elementów, porządkowania elementów według wzoru.	Stopień: wysoki 27-24 pkt. średni 23,5-13 pkt. niski 12,5-0 pkt.
	3. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych.	Opanowanie pojęć arytmetycznych, (dodawanie, obliczanie, suma) zawartych w zadaniach nr 11 i 19 A***.	Stopień: wysoki 8-7 pkt. średni 6,5-3 pkt. niski 2,5-0 pkt.
	4. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych.	Opanowanie pojęć matematycznych, to jest (zegar, czas, data) umieszczonych w zadaniach nr 19 B i C****.	Stopień: wysoki 4-3,5 pkt. średni 3-2 pkt. niski 1,5-0 pkt.

* Szczegółowo zadania zostały omówione w pracy doktorskiej autorki pt. *Rola edukacji muzycznej w kształtowaniu pojęć matematycznych u dzieci w wieku wczesnoszkolnym*. Rozprawa została napisana pod kierunkiem prof. zw. dra hab. Eugeniusza Rogalskiego i obroniona w Akademii Bydgoskiej (obecnie Uniwersytet Kazimierza Wielkiego).

** *Ibidem*.

*** *Ibidem*.

**** Szczegółowo zadania zostały omówione w pracy doktorskiej autorki niniejszej publikacji.

Źródło: opracowanie własne.

Zmienną zależną uboczną stanowi stopień opanowania pojęć muzycznych.

W toku przygotowania procedury badawczej określono wskaźniki badanych zjawisk¹⁷. Zmienne szczegółowe zależnej ubocznej, a także jej wskaźniki prezentuje poniższa tabela.

¹⁷ S. Nowak definiuje wskaźnik następująco: „Wskaźnik zdarzenia (własności) Z to takie zdarzenie (taka własność) W, że stwierdzenie jego (jej) istnienia, pojawienia się lub stopnia intensywności

Tabela 21. Badanie zmienne szczegółowe uboczne

Zmienna, zależna, uboczna	Zmienna, zależna, uboczna, szczegółowa	Wskaźniki	Skale, kategorie, rejestry
Stopień opanowania pojęć muzycznych.	1. Stopień opanowania pojęć muzycznych związanych z cechami dźwięku.	Opanowanie pojęć muzycznych, to jest: – wysokość dźwięku (nazwy literowe i solmizacyjne: do = c, re = d, mi = e, fa = f, sol = g, la = a, si = h), – klucz wiolinowy, – repetycja znajdujących się w zadaniach nr: 5, 8, 9, 10.	Stopień: wysoki 20-15 pkt. średni 14-8 pkt. niski 7-0 pkt.
	2. Stopień opanowania pojęć muzycznych związanych z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej.	Opanowanie pojęć muzycznych (piano, forte, melodia wznosząca, melodia opadająca, melodia taka sama, melodia inna) zawartych w zadaniach nr: 6, 16.	Stopień: wysoki 6-5 pkt. średni 4,5-3 pkt. niski 2,5-0 pkt.
	3. Stopień opanowania pojęć muzycznych związanych z metrum i wartościami rytmicznymi.	Opanowanie pojęć muzycznych (półnuta, ćwierćnuta z kropką, ćwierćnuta, ósemka, szesnastka, pauza ćwierćnutowa) przedstawionych w zadaniach nr: 3, 4, 17.	Stopień: wysoki 10-7 pkt. średni 6,5-3 pkt. niski 2,5-0 pkt.
	4. Stopień opanowania pojęć muzycznych dotyczących instrumentów strunowych, dętych i perkusyjnych.	Opanowanie pojęć muzycznych (gitarra, flet poprzeczny, trąbka, dzwonki chromatyczne, tamburyn, talerz, kastaniety, trójkąt) znajdujących się w zadaniu nr 7.	Stopień: wysoki 8-7,5 pkt. średni 6-2 pkt. niski 1,5-0 pkt.

* Szczegółowo zadania zostały omówione w pracy doktorskiej A. Łuczak, *Rola edukacji muzycznej...*

** Szczegółowo zadania zostały omówione w *ibidem*.

*** Szczegółowo zadania zostały omówione w *ibidem*.

**** Szczegółowo zadania zostały omówione w *ibidem*.

Źródło: opracowanie własne.

Zmienną niezależną stanowiła realizacja modelowego nauczania muzyki wspomagającego kształtowanie pojęć matematycznych u uczniów klas drugich zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej. Wyłoniono następujące zmienne niezależne szczegółowe:

1. Realizacja modelowego nauczania muzyki wspomagającego kształtowanie pojęć

ności bądź faktycznie jest wykorzystywane jako przesłanka, bądź zasadnie nadaje się na przesłankę wnioskowania, iż w określonych przypadkach z pewnością, z określonym prawdopodobieństwem lub przynajmniej z prawdopodobieństwem wyższym niż przeciętne wystąpiło zdarzenie (właśność Z)", zob. S. Nowak, *Metodologia badań społecznych...*, s. 165.

matematycznych w zakresach:

- prostych figur geometrycznych,
 - zbiorów i ich klasyfikacji,
 - działań arytmetycznych,
 - wiadomości i umiejętności praktycznych.
2. Wskaźnikami zmiennych niezależnych szczegółowych były formy realizacji muzyki:
- śpiew i ćwiczenia mowy,
 - gra na instrumentach,
 - ruch z muzyką,
 - tworzenie muzyki,
 - percepcja muzyki.

3. Metody, techniki i narzędzia badawcze

Dla przeprowadzenia badań pedagogicznych ważny jest dobór adekwatnych do problemu i środowiska badawczego metod¹⁸, technik i narzędzi badawczych. W niniejszej książce przyjęto definicję T. Pilcha, który za metodę uznaje „zespół teoretycznie uzasadnionych zabiegów koncepcyjnych i instrumentalnych obejmujących najogólniej całość postępowania badacza zmierzającego do rozwiązania określonego problemu naukowego”¹⁹.

Do zbadania czynników warunkujących kształtowanie pojęć matematycznych na lekcjach muzyki posłużono się metodą eksperymentu naturalnego, zwanego też eksperymentem pedagogicznym²⁰.

Jak wiadomo, „metoda eksperymentalna polega na czynnej modyfikacji zjawiska stanowiącego przedmiot badania, celem poznania związków przyczynowo-skutkowych między składnikami bądź warunkami przebiegu badanego zjawiska”²¹. W eksperymencie zastosowano plan z pomiarem początkowym i końcowym. Pomiar został przeprowadzony w trzech etapach.

W pierwszym etapie wykonano pomiar początkowy znajomości pojęć matematycznych w obydwu klasach – kontrolnej (II C) i eksperymentalnej (II A)²². Jego celem było porównanie wyników i znalezienie odpowiedzi na pytanie: czy klasy eksperymentalna i kontrolna mają podobny poziom wiedzy?

18 W. Okoń, *Nowy słownik pedagogiczny*, Warszawa 1996, s. 168.

19 T. Pilch, *op. cit.*, s. 116.

20 M. Łobocki, *Metody i techniki badań pedagogicznych*, Kraków 2006, s. 105.

21 J. Pieter, *op. cit.*, s. 126.

22 J. Sztumski, *Wstęp do metod i technik badań społecznych*, Katowice 1995, s. 88-89.

W drugim etapie czynnikiem eksperymentalnym w klasie II A było modelowe nauczanie muzyki wspomagające kształtowanie wybranych pojęć matematycznych. W klasie kontrolnej (II C) czynnik ten nie zaistniał, dzieci objęte były zwykłym programem nauczania.

W trzecim etapie eksperymentu przeprowadzone zostały dwa pomiary końcowe. Pierwszy pomiar dotyczył poziomu opanowania pojęć matematycznych w klasie eksperymentalnej i kontrolnej (realizowany był przez nauczycielki uczące matematyki – każda w swojej klasie). Do tego celu został zastosowany sprawdzian z zakresu pojęć matematycznych według E. Stuckiego (kwestionariusze znajdują się w aneksie niniejszej książki). Następnie dokonano drugiego pomiaru końcowego dotyczącego poziomu opanowania pojęć matematycznych i muzycznych. Posłużono się sprawdzianem wiadomości (opracowanym przez autorkę niniejszej pracy). Dotyczył on wybranych pojęć matematycznych i muzycznych realizowanych podczas eksperymentu pedagogicznego. Umożliwiło to określenie związków przyczynowo-skutkowych pomiędzy zmiennymi niezależnymi, a stopniem opanowania wybranych pojęć matematycznych (czyli zmiennymi zależnymi).

Podział na metody, techniki i narzędzia badawcze nastrocza pewne trudności. To, co dla jednych autorów stanowi metodę, dla innych jest techniką badań. I tak, technika badań jest składnikiem metody badawczej. „To zespół czynności wykonywanych przy posługiwaniu się daną metodą”²³. W. Zaczyński używa pojęcia „technika badawcza” na oznaczenie poszczególnych odmian określonych metod (np. techniką metody obserwacji jest obserwacja uczestnicząca)²⁴. Inne źródła naukowe natomiast określają techniki badawcze jako „zespół czynników związanych z różnymi sposobami przygotowania i prowadzenia badań społecznych. Czynności wyznaczone przez dobór odpowiedniej metody mają charakter instrukcji lub algorytmów dotyczących sposobu zbierania materiałów: wywiadu, obserwacji, ankiety”²⁵.

W celu uzyskania odpowiedzi na problem badawczy dotyczący kształtowania pojęć matematycznych za pomocą oddziaływań muzycznych, badania w niniejszej książce oparte zostały na materiale zebrany techniką grup równoległych, zwaną niekiedy techniką grup porównawczych.

Badaniem objęto dzieci w tym samym wieku i na tym samym etapie edukacji. Były to dwie klasy ze Szkoły Podstawowej nr 18 w Zielonej Górze:

- dzieci z klasy II A (grupa eksperymentalna);
- dzieci z klasy II C (grupa kontrolna).

Ze względu na zakres badań i zagadnienia uwzględnione w pracy, badania naukowe podzielono na trzy etapy.

²³ W. Zaczyński, *Praca badawcza nauczyciela*, Warszawa 1976, s. 162.

²⁴ *Ibidem*.

²⁵ W. Goriszowski, P. Kowolik, *Metodologiczno-metodyczne problemy wychowania muzycznego w zarysie*, Kielce 1994, s. 60.

W pierwszym etapie badań zebrano informacje na temat nauczania zintegrowanego, poziomu pojęć matematycznych i muzycznych oraz ich kształtowania w pracy dydaktycznej.

W drugiej fazie zrealizowano eksperyment pedagogiczny, który trwał przez sześć miesięcy²⁶. Uczniów jednej z klas drugich (II A) poddano oddziaływaniu czynników eksperymentalnych.

W trzeciej fazie przeprowadzono dwa pomiary końcowe, tzn. zsumowano i porównano efekty kształtowania pojęć w obydwu klasach. Pierwszy pomiar końcowy dotyczył pojęć matematycznych. Drugi zaś poziomu ukształtowanych pojęć matematyczno-muzycznych i muzycznych.

4. Teren, zakres i organizacja badań

Najpierw przeprowadzono sprawdzian początkowy dotyczący opanowania pojęć matematycznych zawartych w programie klasy I (kwestionariusz znajduje się w aneksie niniejszej publikacji). Sprawdzian składał się z dwóch części i każda zawierała po 10 zadań. Wyniki zostały ujęte w trójstopniowej skali: stopień wysoki, przeciętny i niski. Liczbę punktów określa tabela nr 21 w punkcie 2, zawierająca opis zmiennych i wskaźników.

Sprawdzian początkowy (pomiar przed eksperymentem) miał określić stan wiedzy uczniów klasy eksperymentalnej i kontrolnej. Sprawdzian ten uczniowie obydwu klas rozwiązyali na zbliżonym poziomie. Noty wysokie osiągnęło 43% dzieci z grupy eksperymentalnej i 38% grupy kontrolnej. Średnie wyniki odpowiednio 52% i 58% uczniów. Poziom opanowania pojęć matematycznych w obydwu klasach przed rozpoczęciem eksperymentu uznano za dość wysoki i wyrównany. Pozwoliło to przypuszczać, że będzie można w jasny sposób określić działanie czynnika eksperymentalnego po przeprowadzeniu pomiaru końcowego.

Obydwie klasy były podobne pod względem liczby chłopców i dziewcząt (w klasie eksperymentalnej z przewagą jednej dziewczynki, natomiast w klasie kontrolnej z przewagą dwóch dziewczynek).

²⁶ Eksperyment przeprowadzono w latach 2000-2001. Od tego czasu regularnie realizowane są zajęcia uwzględniające oddziaływanie muzyczne na wzrost kompetencji matematycznych u dzieci (w SP nr 18 w Zielonej Górze).

Tabela 22. Płeć dzieci objętych badaniem

Lp.	Kategorie płci	Klasa			
		eksperymentalna		kontrolna	
		N	%	N	%
1.	dziewczęta	11	52,3	13	54,1
2.	chłopcy	10	47,7	11	45,9

Źródło: opracowanie własne.

Porównując wyniki ze sprawdzianu początkowego u uczniów klasy eksperymentalnej i kontrolnej okazało się, że pod względem płci poziomy ukształtowanych pojęć są wyrównane. Jedynie w grupie o poziomie średnim przeważały dziewczynki z klasy kontrolnej i chłopcy z klasy eksperymentalnej.

Badania eksperymentalne w pedagogice muzycznej służą testowaniu hipotez dotyczących skuteczności strategii nauczania. Opierają się na przesłaniu, że prognozowanie zachowań odbywać się może na drodze systematycznych obserwacji i porównań testowanych grup. Im więcej jest takich obserwacji, tym większe jest prawdopodobieństwo potwierdzenia przewidywań²⁷.

Eksperyment jest zamierzonym i kontrolowanym sposobem wywołującym lub zmieniającym przebieg procesów poprzez wprowadzanie do nich nowego czynnika i obserwowanie zmian powstałych pod jego wpływem²⁸. W tych badaniach eksperyment miał pomóc w weryfikacji hipotezy. W klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, oczekiwano wyższego poziomu opanowania pojęć matematycznych u dzieci. Był to eksperyment naturalny, tzn. taki w którym nie jest się w stanie wyizolować oddziaływujących czynników (zmienna niezależna) i zmian powstałych pod ich wpływem (zmiennie zależne). Został przeprowadzony według klasycznego planu z pomiarem początkowym i końcowym. Między pomiarami wprowadzono oddziaływanie za pomocą czynnika eksperymentalnego (zmienna niezależna). Była to realizacja programu kształtowania pojęć matematycznych poprzez działania muzyczne. Zmienną zależną stanowił poziom opanowania pojęć matematycznych przez dzieci.

Materiał badań zebrano techniką grup równoległych (porównawczych). Eksperyment przeprowadzono w trzech etapach w wybranych klasach drugich Szkoły Podsta-

27 H.E. Fiske, *Badania eksperymentalne*, [w:] *Zarys metodyki badań naukowych w pedagogice muzycznej*, red. A.E. Kemp, Zielona Góra 1997, s. 55.

28 W. Zaczyński, *Praca badawcza...*, s. 93.

wowej nr 18 w Zielonej Górze. Klasa II A (eksperymentalna) liczyła 21 osób, klasa II C (kontrolna) – 24 osoby. Zastosowano dobór celowy. Podstawą wyboru tych klas były wyniki osiągnięte przez uczniów w klasie I, opinie nauczycieli i obserwacje własne (autorka nadzorowała wcześniej przebieg praktyk studenckich w klasach I w tej szkole). Poziom osiągnięć w obydwu grupach pod koniec I klasy był wyrównany. Taki dobór klas dawał szansę na to, że działanie czynnika eksperymentalnego będzie wyraźnie widoczne. Oczywiście należy pamiętać, że otrzymanie dwóch równoważnych grup w warunkach naturalnych jest nieosiągalne.

W pierwszym etapie przeprowadzono sprawdzian początkowy dotyczący poziomu opanowania pojęć matematycznych z zakresu klasy I (zmienna zależna). Sprawdzenie ten składał się z 20 zadań (w dwóch częściach A i B – po 10 zadań) i został przeprowadzony na początku roku szkolnego w klasach drugich „A” i „C”; służył sprawdzeniu poziomu opanowania pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych: dodawania i odejmowania do 20, mnożenia i dzielenia do 20, liczb naturalnych (porządkowanie liczb, porównywanie: $>$, $=$, $<$), rozwiązywania równań. Był to pomiar początkowy.

W drugim etapie badań zrealizowano autorski program kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki. Zajęcia (1 godz. tygodniowo) prowadziła autorka pracy w czasie trwania pierwszego semestru w klasie eksperymentalnej II A.

Działania muzyczne zawierały zagadnienia do kształtowania pojęć matematycznych z zakresu: prostych figur geometrycznych, zbiorów i ich klasyfikacji, działań arytmetycznych oraz wiadomości i umiejętności praktycznych. Materiał muzyczny realizowano poprzez twórcze ćwiczenia i zabawy przepełnione różnorodną problematyką matematyczną – wzmocnianą poprzez ekspresję ruchową, wokalną i instrumentalną ułożoną w formy: śpiew i ćwiczenia mowy, ruch z muzyką, gra na instrumentach, tworzenie muzyki, percepcja muzyki i dodatkowo jako: gry, zabawy, ćwiczenia, zadania, zagadki, rebusy. Zajęcia były dynamiczne, pełne różnorodnych form zajęciowych, dążono do tego, by było jak najwięcej elementów zabawowych.

Po realizacji wyżej opisanych oddziaływań edukacyjnych, w trzecim etapie przeprowadzono sprawdziany końcowe poziomu opanowania pojęć przez dzieci (w klasie eksperymentalnej i kontrolnej): jeden – matematyczny i drugi – matematyczno-muzyczny. Sprawdzenie końcowe przeprowadzono po zrealizowaniu czynnika eksperymentalnego, w celu określenia poziomu opanowania pojęć matematycznych. Składał się z sześciu części, które odpowiadały kształtowaniu pojęć matematycznych w zakresie: zbiorów, figur geometrycznych, mnożenia i dzielenia do 30, dodawania i odejmowania do 100 oraz wiadomości i umiejętności praktycznych. Sprawdzenie ten opracowano na podstawie pracy E. Stuckiego²⁹. Dla określenia poziomu opanowania pojęć przyjęto wskaźniki: wysoki, średni i niski. Odpowiadały one ocenom osiąganym przez

29 E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych cz. II*, Bydgoszcz 1993.

uczniów: celująca, bardzo dobra – poziom wysoki, dobra i dostateczna – średni, mierna i niedostateczna – niski.

Druga część sprawdzianu końcowego została przygotowana przez autorkę, jej celem było sprawdzenie poziomu opanowania pojęć matematycznych i muzycznych przez uczniów w obydwu klasach (kontrolnej i eksperymentalnej), na koniec pierwszego półrocza klasy II. Sprawdzian składał się z 20 zadań. Połowa z nich dotyczyła pojęć muzycznych, druga pojęć matematycznych, ale związanych treściowo z terminami muzycznymi. Sprawdzone znajomość pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych, zbiorów, działań arytmetycznych oraz wiadomości i umiejętności praktycznych. Sprawdzian był rozwiązywany przez uczniów w czasie lekcji pod kontrolą autorki, wymagał bowiem dodatkowego komentarza.

Sprawdzian początkowy diagnozował stan wiedzy uczniów przed realizacją modelowego oddziaływania edukacyjnego, natomiast sprawdzian końcowy był pomiarem efektów po oddziaływaniu edukacyjnym. Wzory sprawdzianów wraz z punktacją zamieszczono w aneksach.

Obecnie omówiony zostanie czynnik eksperymentalny, czyli zmienna niezależna. Program badań składał się z cyklu lekcji muzyki prowadzonych przez autorkę w pierwszym półroczu klasy drugiej w grupie eksperymentalnej, w trakcie których realizowano wspomagające kształtowanie pojęć matematycznych. Program przygotowała autorka na podstawie znajomości literatury oraz wieloletnich doświadczeń jako nauczyciel muzyki, a następnie pedagog kierujący praktykami pedagogicznymi studentów edukacji muzycznej. Zajęcia były prowadzone przez jedną godzinę lekcyjną tygodniowo. W przygotowaniu opracowania wykorzystano najnowsze, dostępne rezultaty badań pedagogicznych i koncepcji teoretycznych. Program kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki oparto na kilku podstawowych zasadach:

1. Jednym z efektów integracji w procesie uczenia się powinno być tworzenie się w świadomości dziecka nowych całościowych pojęć, których dziecko nie mogłoby uzyskać na zajęciach z jednego przedmiotu. Należy więc szukać punktów wspólnych między kształceniem muzycznym a innymi dziedzinami.
2. Nie wszystkie treści przedmiotowe dają się integrować i wówczas powinny być realizowane oddzielnie.
3. Poprzez różnorodne formy działalności ucznia na lekcji można uzyskać lepsze efekty nauczania.
4. Efektywności uczenia się sprzyjają metody poszukujące i czynnościowe.
5. Należy stosować różnorodne formy pracy organizacyjnej: indywidualną, grupową, zbiorową.
6. Uczeń najlepiej poznaje nazwę przedmiotu na drodze bezpośredniego z nim kontaktu.
7. W ogólnym zarysie kształtowanie pojęć przebiega od wyobrażeń, poprzez pojęcia elementarne, do pojęć naukowych.

Program kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki przygotowano na podstawie ramowego planu:

1. Ustalono pojęcia matematyczne, jakie można kształtować na lekcjach muzyki.
2. Opracowano tematykę zajęć (dobierając odpowiednie metody, formy i środki dydaktyczne) zgodnie z minimum programowym dla klas drugich.

Autorka badań opracowała wiele praktycznych przykładów kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki. Ze względu na ich znaczną ilość przedstawiono jedynie omówienie wybranych z nich, w kontekście zastosowanych form wychowania muzycznego: śpiewu i ćwiczeń mowy, ruchu z muzyką, tworzenia muzyki, gry na instrumentach i percepcji muzyki. W trakcie eksperymentu kształtowano pojęcia matematyczne z zakresu: stosunków przestrzennych (wysoko, nisko, wyżej, niżej, na lewo, na prawo, nad, pod, za); cech wielkościowych (krótki, szeroki, wysoki, $<$, $>$, $=$); zbiorów (zbiór pusty, podzbiór, zbiory rozłączne, nierozłączne, łączenie zbiorów); figur geometrycznych (kwadrat, prostokąt, koło, trójkąt, linia łamana, prosta, odcinek, czworokąt); liczb naturalnych („o”, porządkowanie liczb według warunku, liczebniki, wyodrębnianie dziesiątek i jedności w liczbie dwucyfrowej, zapis słowny liczb); działań matematycznych (dodawanie i odejmowanie do 20, składnik, suma, różnica, oś liczbową, wielokrotność, o tyle więcej, o tyle mniej, prawo przemienności i łączności); liczby jako pomiaru (centymetr, mierzenie odcinków); umiejętności i wiadomości praktycznych (dni tygodnia, miesiące, rok, data, jednostki czasu: doba, godzina, minuta, odcinanie, rysowanie i porównywanie odcinków i figur)³⁰.

Kształtowano jednocześnie pojęcia muzyczne z zakresu: dźwięków (wysokie, średnie, niskie, kierunek melodii); czasu trwania (półnuta, ćwierćnuta, ósemka, szesnastka, pauza, ostinato); metroritmiki (metrum, rytmu, takt, puls muzyczny, akcent metryczny, synkopa, przedtakt); dynamiki (forte, piano, glissando); agogiki (tempo szybkie, wolne); interwałów (cały ton, półton, trój dźwięk); symboli muzycznych (pięciolinia, klucz wiolinowy i basowy, bemol, krzyżyk); głosów (tenor, bas, sopran, alt); systemów dźwiękowych (dur, moll); instrumentów (fortepian i pianino, skrzypce, dzwonki, trąbka, bębenek, puzon).

Eksperyment polegał na wspomagającym kształtowaniu pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w klasie drugiej. W jego przebiegu wykorzystano różnorodność metod, form i środków dydaktycznych. Zajęcia rozplanowano zgodnie z ramowym programem nauczania wczesnoszkolnego, opierając się na wynikach najnowszych badań pedagogicznych i psychologicznych.

30 Zaprezentowane zostaną jednakże tylko pojęcia z zakresu: zbiorów, figur geometrycznych, działań matematycznych oraz umiejętności i wiadomości praktycznych.

Kiedy muzyka w procesie edukacji spotyka się z matematyką

Ciało ludzkie jest orkiestrą, w której różne instrumenty: mięśnie, nerwy, uszy i oczy kierowane są jednocześnie przez dwóch dyrygentów – Duszę i Umysł.

Emil Jacques-Dalcroze

Historia powiązań między muzyką i matematyką w ujęciu teoretycznym jest dość długa¹, jednak łączenie tych przedmiotów w zakresie działań edukacyjnych jest relatywnie nowym podejściem. Chociaż muzyka należy do grupy przedmiotów estetycznych, a matematyka do ścisłych, to te dwa biegunowo różne przedmioty mają wiele wspólnych płaszczyzn oddziaływań dydaktycznych. Logika konstrukcji muzycznej pozwala na wykorzystanie pewnych doświadczeń muzycznych dla zrozumienia niektórych prostych zjawisk matematycznych.

Zrozumieniu stosunków przestrzennych na płaszczyźnie oraz różnicowaniu i nazywaniu figur geometrycznych sprzyjają zajęcia muzyczno-ruchowe, podczas których dzieci doświadczają i poznają takie pojęcia, jak: położenie, kierunek, wielkość, kształt, proste figury geometryczne. Zajęć tych niestety jest niewiele, a przecież są one ważne nie tylko ze względów zdrowotnych i rozwojowych. Wykorzystanie pamięci ruchowej z jednoczesnym tzw. czuciem głębokim pozytywnie wpływa na trwałość wiedzy dziecka. Na zajęciach muzyczno-ruchowych dzieci także doświadczają stosunków czasowo-przestrzennych. Pojęcie czasu jest kształtowane poprzez wszystkie formy wychowania muzycznego. Jego konstytutywną cechą jest wielkość służąca do:

- ustalania kolejności zdarzeń jako poprzedników i następników (czyli części zdania muzycznego);
- ustalania równoczesności zdarzeń (elementów muzycznych);
- określania relacji wartości rytmicznych nut względem siebie;
- określania tempa danego utworu lub jego fragmentu.

¹ A. Papadopoulos, *Mathematics and Music Theory: From Pythagoras to Rameau*, Mathematical Intelligencer 2002, Vol. 24, No, 1, s. 65-73.

Muzyka ułatwia zrozumienie nie tylko stosunków przestrzennych, jak pokazano powyżej, lecz także pomaga w ujęciu relacji czasowych, może także wspomagać poznanie zegara.

Pojęcie upływu czasu jest odczytywane z położenia wskazówek na jego tarczy na lekcjach matematyki, a muzycznie jest realizowane poprzez rytm, ruch i tempo. Ćwiczenia orientacyjne oraz rozpoznawcze i odtwarzające kształty to zagadnienia występujące także wśród treści programowych obydwu przedmiotów. Cechy wielkościowe w matematyce to mierzenie i porównywanie rozmaitych wielkości odcinków, a w muzyce to np. czasowe ujmowanie różnych wartości rytmicznych nut i podporządkowanie danemu metrum. Podział rytmiczny od całej nuty do szesnastki pozwala doświadczyć i zrozumieć istotę ułamka. Odpowiednikiem rytmu w matematyce jest także wielokrotność liczb, działania mnożenia oraz dzielenia z resztą. Kolejnym „wspólnym” przykładem są pojęcia związane z klasyfikacją. W matematyce – zbiory liczb, figur, natomiast w muzyce – zbiory nut, instrumentów itp. Idąc dalej – porządkowanie i kolejność, to pojęcia występujące w programie obydwu przedmiotów. Na lekcjach muzyki i matematyki uczeń doskonali umiejętność liczenia i rozwiązywania równań. Każda wartość nuty lub wysokość dźwięku jest określana liczbą. Używanie tych samych terminów w różnych okolicznościach wpływa wydatnie na poszerzenie się treści pojęć i wykrycie przez uczniów zasad ich powstawania. Nauczanie globalne stwarza doskonałą okazję do ujmowania różnych aspektów tego samego pojęcia przez odwoływanie się do większej liczby reprezentowanych przykładów czy zjawisk, do których dane pojęcie się odnosi. Wyrażanie pojęć za pomocą symboli (różnorodnych oczywiście) odgrywa podstawową rolę w rozwoju umysłowym człowieka. Rośnie również skala znaczenia symboli i schematów graficznych w życiu codziennym, w szczególności przy przekazywaniu informacji. W matematyce przejawia się to w zapisywaniu liczb za pomocą cyfr, zapisywaniu działań, kodowaniu cech przedmiotów za pomocą umownych symboli. Na lekcjach muzyki zapisuje się i odczytuje nuty, przedstawia się budowę utworu za pomocą liter, np. AB, ABA, ABACADA itd., a określone położenie nut na pięciolini dają w rezultacie określoną wysokość dźwięku. Ogniwa lekcji powinny być stopione w jedną całość. Stosowanie różnorodnych form sprzyja uzyskaniu lepszych efektów nauczania, a także wzbudza zainteresowanie przedmiotem. Jednakże celem największej wagi powinno być stosowanie metod poszukujących i czynnościowych, aby uczenie mogło się odbywać poprzez odkrywanie, działanie i przeżywanie.

W tym rozdziale omówione zostały działania muzyczne wspomagające kształtowanie pojęć matematycznych dotyczących figur geometrycznych, zbiorów i klasyfikacji, działań arytmetycznych, wiadomości i umiejętności praktycznych. W kolejnych podrozdziałach zaprezentowane zostaną wyniki eksperymentu pedagogicznego.

1. Działania muzyczne wspomagające kształtowanie pojęć matematycznych

*Słyszę i zapominam
Widzę i pamiętam
Robię i rozumiem.*
Konfucjusz

Nauczanie muzyki w edukacji wczesnoszkolnej może dokonywać się w wielu formach aktywności muzycznej. W polskiej literaturze przedmiotu obszernie ten problem omawiają m.in. M. Przychodzińska i E. Lipska, E. Rogalski, E. Zwolińska, W. Sacher, E. Frołowicz. Do podstawowych form zaliczane są: śpiew i ćwiczenia mowy, gra na instrumentach, ruch z muzyką, tworzenie muzyki, percepcja muzyki². W nauczaniu zintegrowanym można i należy wszechstronnie wykorzystać różnorodność form aktywności muzycznej, bowiem rozwijają wiele dyspozycji i umiejętności oraz pozwalają na przekazywanie treści w sposób atrakcyjny i wielostronny.

W. Sacher przedstawia formy w aspekcie organizacyjnym, jako: lekcje muzyki, zajęcia umuzykalniające realizowane w toku innych przedmiotów, zajęcia umuzykalniające w ramach zadań opiekuńczych (świecica, kolonie itd.), zajęcia pozalekcyjne (zespoły muzyczne, taneczne)³.

Swoboda programowa w zreformowanym systemie edukacji pozwala nauczycielowi na właściwy dobór treści dydaktycznych i wybór metod⁴.

Przedmiotem badań autorki niniejszej pracy były efekty kształcenia matematycznego dzieci w klasie drugiej na zajęciach muzycznych.

Podstawą działalności muzycznej dziecka jest śpiew. Dziecko w wieku wczesnoszkolnym jest w stanie zrozumieć, przeżyć, przyswoić, a następnie odtworzyć piosenkę. Śpiew i słowo mające wspólne podłoże brzmieniowe w postaci głosu, rozwijają umiejętności artykulacyjne, poprawiają dykcję, intonację itd. Śpiew jest także podstawą rozwoju wrażliwości słuchu: wysokości dźwięku, czasu trwania, dynamiki i tempa⁵. W trakcie modelowych lekcji dzieci wielokrotnie były zachęcane do śpiewu.

Gra na instrumentach muzycznych rozwija podstawowe zdolności muzyczne jak również wiele istotnych cech osobowości. Przyczynia się także do rozwoju procesów poznawczych, takich jak: uwaga, pamięć, skupienie⁶.

2 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Drogi do muzyki*, Warszawa 1999, s. 9.

3 W. Sacher, *Wczesnoszkolna edukacja muzyczna*, Kraków 1997, s. 37.

4 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Drogi do muzyki...*, s. 8.

5 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Muzyka w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1991, s. 16-25.

6 *Ibidem*, s. 73-81.

Ruch z muzyką zaspokajają naturalną u dziecka potrzebę aktywności ruchowej. Realizacja tej formy dokonuje się poprzez różnego typu ćwiczenia inhibicyjno-incytacyjne, zabawy rytmiczne i zabawy ze śpiewem oraz tańce i inscenizacje. W tej formie zajęć intensyfikują się procesy poznawcze, takie jak: spostrzeganie, wyobraźnia, myślenie i koncentracja uwagi, a także szybka orientacja i pamięć⁷.

W tworzeniu muzyki dominują wszelkiego typu zabawy oparte na ekspresji wokalne, instrumentalnej i ruchowej. To tu ma miejsce wszelka improwizacja (swobodna i kierowana), tworzenie utworów muzycznych (o różnej budowie formalnej), inspirowanych zjawiskami świata zewnętrznego oraz treścią znaczeniową i emocjonalną wierszy⁸.

Słuchanie muzyki zapewnia kontakt z utworami o wysokich wartościach artystycznych. Percepcja dzieł pobudza wyobraźnię dziecka i wywołuje przeżycia estetyczne. Ponadto sprzyja procesom myślowym (takim jak: analiza, kojarzenie, zapamiętywanie, uwaga)⁹.

Formami zyskującymi coraz większe znaczenie są: melobajki, dramy, teatr muzyczny, inscenizacje piosenek i umuzycznionych wierszy, pantomima i inne¹⁰. Coraz popularniejsza jest forma dramy. Wykorzystuje ona różne dziedziny sztuki: muzykę, teatr, taniec, a także grafikę, rzeźbę, malarstwo. Ćwiczenia w dramie są wykonywane najpierw indywidualnie, następnie w grupach i kilkusobowych zespołach. Drama polega na aktywnym uczeniu się przez działanie, bazuje na indywidualności ucznia i prowadzi do rozwoju wyobraźni i zdolności artystycznych¹¹. Popularność tej formy jest związana z ideą integracji przedmiotów artystycznych w jednym bloku edukacyjnym, w którym dziecko słucha muzyki, tańczy, maluje. W tym nurcie mieści się także melobajka, jako forma integrująca muzykę z literaturą i plastyką. Treść wierszy jest podstawą do skojarzeń z muzyką, a to z kolei staje się źródłem wypowiedzi plastycznych¹².

Zdobywanie wiedzy muzycznej i aktywność muzyczna rozwija twórczą inwencję i pomysłowość, kształci poprawną wymowę, rozwija umiejętności operowania muzycznymi środkami artystycznego wyrazu¹³. Kształtowanie zainteresowań muzycznych wzbogaca całą osobowość dziecka i ma ogromny wpływ na jego intelektualny rozwój¹⁴.

Rolę muzyki w rozwoju intelektualnym człowieka dostrzegano już w starożytności. Platon i Arystoteles nawet poświęcili temu zagadnieniu osobne rozdziały w swych dziełach. Także w średniowieczu muzyka była już nauczana w szkołach. Później w czasach

7 *Ibidem*, s. 117-119.

8 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Drogi do muzyki...*, s. 212-213.

9 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Muzyka w nauczaniu...*, s. 216-223.

10 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Drogi do muzyki...*, s. 8-9.

11 A. Tupicka-Buszmak, *Elementy dramy w wokalnym aspekcie muzykowania zespołowego*, [w:] *Treści, formy i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji*, red. V. Przełębska, Łódź 2000, s. 78-80.

12 M. Gawrylkiewicz, *Melobajka...*, [w:] *Innowacje pedagogiczne w edukacji muzycznej dzieci i młodzieży*, red. L. Kataryńczuk-Mania, Zielona Góra 2000, s. 133.

13 E. Rogalski, *Muzyka w pozaszkolnej edukacji estetycznej*, Bydgoszcz 1992, s. 25.

14 S. Keeler, *Music for Music's Sake*, *American Music Teacher* April/May 2009, s. 26-27.

nowożytnych o potrzebie wychowania muzycznego rozprawiali w swoich pracach m.in. J.A. Komeński¹⁵, J.J. Rousseau¹⁶, J.H. Pestalozzi¹⁷. Współczesne programy muzyczno-edukacyjne zawierają postulaty powszechności wychowania muzycznego. Jego cel jest rozumiany szeroko, jako rozwój podstawowych zdolności muzycznych z jednej strony, i kształcenie wrażliwości muzycznej i wiedzy na ten temat, z drugiej. Polska koncepcja wychowania muzycznego wskazuje na dużą rolę muzyki w rozwoju intelektualnym dziecka zawiera oprócz polskich tradycji programowo-metodycznych, elementy programów: E.J. Dalcroze'a, C. Orffa, Z. Kodaly'a, E.E. Gordona¹⁸.

„Muzyka, jak żadna ze sztuk pięknych, jest związana z życiem człowieka. Poza swą główną funkcją estetyczną pełni szereg innych nie mniej pożytecznych”¹⁹. Wpływ muzyki na procesy poznawcze rozpatruje się w różnych płaszczyznach. Wzmacnia ona sposób poznawania świata zewnętrznego. Muzyka wpływa na rozwój myślenia, pogłębiając wiedzę o świecie, ale także służy samowiedzy i poznawania dzieł muzycznych²⁰.

Według I. Wojnar sztuka jest podręcznikiem życia, „który pobudza i niepokoi, zmusza do myślenia, działa na umysł i wyobraźnię jednocześnie, zaostrza ciekawość zarówno w stosunku do świata, jak i w stosunku do samego siebie, wymaga samodzielności, krytycyzmu, wrażliwości, towarzyszy samokształceniu i samopoznaniu człowieka”²¹.

Dlatego mając na uwadze powyższe, istotne jest opracowanie i wdrażanie planowego oddziaływania edukacyjnego z muzyką i poprzez muzykę, które wyrażać się może w konkretnych sytuacjach (ćwiczeniach) zabawowo-zadaniowych.

Ćwiczenia rozwijające wrażliwość na bodźce akustyczne i słuch muzyczny wzmagają percepcję pomijanych i niezauważalnych zwykle przez dziecko cech zjawisk. Przyczyniają się też do dokładniejszego spostrzegania, które dokonuje się w dwóch formach:

- spostrzeganie jakości dźwięków (wysokości, barwy, nasilenia, dynamiki, współbrzmień),
- spostrzeganie jakości ruchu (szybkości, rytmiczności, dynamiki, tempa zmian)²².

15 J.A. Komeński (1592-1670) – pedagog czeski. Twórca nowożytnej pedagogiki, działacz społeczny i religijny. Głosił zasady demokratyzacji oświaty, domagał się także reformy treści, metod i organizacji pracy szkolnej, która udostępni nauczanie wszystkim warstwom społecznym (W. Okoń, *Słownik pedagogiczny...*, s. 132).

16 J.J. Rousseau (1717-1778) – francuski pisarz, filozof i pedagog, twórca koncepcji swobodnego wychowania (*ibidem*, s. 263).

17 J.H. Pestalozzi (1746-1827) – pedagog i pisarz szwajcarski, twórca oryginalnego systemu dydaktycznego wypróbowanego w prowadzonych przezeń szkołach i zakładach wychowawczych. Wysoce cenił wychowanie umysłowe, opierał je na poznawaniu świata i na rozwijaniu zdolności poznawczych człowieka. W szeroko rozbudowanej teorii nauczania początkowego uprzywilejowane miejsce wyznaczył nauce o rzeczach, w których uwagę zwracał na: liczbę, kształt i słowo (*ibidem*, s. 226).

18 E. Lipska, M. Przychodzińska, *Drogi do muzyki...*, s. 25.

19 J. Wierszyłowski, *Psychologia muzyki*, Warszawa 1970, s. 273; S. Keeler, *op. cit.*, s. 26-27.

20 M. Przychodzińska-Kaciczak, *Muzyka i wychowanie*, Warszawa 1979, s. 217-218.

21 I. Wojnar, *Sztuka jako podręcznik życia*, Warszawa 1984, s. 12.

22 M. Przychodzińska-Kaciczak, *Muzyka i wychowanie...*, s. 222; Arehbay Berik, Song Nai-Qing, IbrahimovSayat, *Some Aspects of Effective Mathematics Lessons in Primary School*, International Journal of Academic Research, November 2013, Vol. 5, No. 6, s. 216-219.

W intensyfikacji procesu myślenia można wykorzystywać rytmiczność muzyki. Dotyczy to także przyswajania pojęć matematycznych²³. Układy rytmiczne (na instrumentach lub w ruchu) sprzyjają szybkiemu przestawianiu uwagi i myślenia na uchwycenie nowych stosunków liczbowych. Dziecko przeżywa i rozumie podziały rytmiczne, może też z większą łatwością przyswoić pojęcia całości i części (np. problem ułamka). Kształtujące możliwości muzyki wynikają również z logiki konstrukcji dzieł muzycznych. Formalna struktura utworu muzycznego oparta jest na stosunkach liczbowych. Są to stosunki: wysokościowe, harmoniczne, czasowe itd. Muzyka sprzyja myślowym procesom porównywania, abstrahowania, uogólnienia. Wynika to z cech dźwięków, które są zjawiskiem materialnym, ale jednocześnie ulotnym, niedotykalnym (abstrakcyjnym). Doświadczenia i przeżycia muzyczne dziecka kształcą jego język oraz potrzebę wyrażania stanów emocjonalnych i psychicznych. Nowe określenia wzbogacają myślenie dziecka. Muzyka jednoczy w sobie dwa czynniki: symboliczny, który wyraża cechy zjawisk, stany uczuciowe; logiczny wyrażający stosunki liczbowe, formalne. Czynniki pierwszy wywołuje myślenie intuicyjne, osobiste, drugi – myślenie logiczne, formalne. W krajach zachodnich dostrzeżono potencjał związany z kształceniem muzycznym w połączeniu z innymi przedmiotami, szczególnie w zakresie przedmiotów rzadko ze sobą łączonych, np. matematyki i muzyki, jednak nadal brakuje badań nad efektywnością takiego podejścia zintegrowanego. Przykłady tego typu podejścia omawiane są na łamach czasopism dla nauczycieli²⁴.

Muzykę z matematyką łączy wymóg logiczno-formalnego i abstrakcyjnego myślenia. Jednak zasadnicza trudność, jaka pojawia się przy próbach badania związku między zdolnościami muzycznymi i matematycznymi, wynika stąd, że przedmioty te są w szkole²⁵ bardzo odmiennie traktowane. Szczególnie wiele uwagi poświęca się arytmetyce i innym działom matematyki, co jest zrozumiałe ze względów na jej użyteczność. Muzyka zaś traktowana jest jako przedmiot mniej ważny, mogący najwyżej stanowić rodzaj hobby²⁶.

Tymczasem wyniki badań skłoniły naukowców do stwierdzenia, że edukacja muzyczna jest wartościowym narzędziem rozszerzającym rozwój intelektualny dzieci. Wymaga to jednak od nauczyciela otwartego podejścia i odwagi w łączeniu materiału z różnych dziedzin, nauczanie może być także elementem programów mających na

23 Z. Bremer, *From Square Dance to Mathematics*, Mathematics Teaching, November 2010, no. 220, s. 14-16, ArehbayBerik, Song Nai-Qing, IbraimovSayat, *op. cit.*, s. 216-219.

24 M. Przychodzińska-Kaciczak, *Muzyka i wychowanie...*, s. 227-237.

25 G.A. Wiggins, *Music, mind and mathematics: theory, reality and formality*, Journal of Mathematics and Music July 2012, Vol. 6, No. 2, s.111-123.

26 R. Schuter-Dyson, C. Gabriel, *Psychologia uzdolnienia muzycznego*, Warszawa 1986, s. 99.

celu inkluzję dzieci z różnych środowisk²⁷. Wypracowano wiele programów łączących i muzykę i matematykę, ale mają one głównie charakter eksperymentalny, autorski.

P. Lehman podkreślił, że: „Głównym powodem, dla którego uczymy się muzyki jest to, że muzyka sama w sobie jest wartościowa. Jednocześnie sprawia ona wiele dobrego, choć jest ograniczona w programach szkolnych”²⁸. Matematyce poświęca się w edukacji znacznie więcej uwagi niż muzyce, tymczasem można łączyć obydwie dziedziny w procesie nauczania²⁹. Zespół F.H. Rauscher wykazał, że dłużej trwające kształcenie muzyczne wzmacnia u dzieci w wieku przedszkolnym rozumowanie czasowe i przestrzenne. Wykazano ponadto, że oddziaływanie zajęć muzycznych (śpiewanie, gra na keyboardzie w grupach eksperymentalnych) w tym zakresie jest silniejsze niż oddziaływanie za pomocą komputera (w grupie kontrolnej)³⁰.

W kolejnych częściach tego rozdziału zaprezentowane zostaną działania muzyczne służące rozwijaniu określonych kompetencji matematycznych, które wykorzystano w eksperymencie pedagogicznym.

1.1. Działania muzyczne a figury geometryczne

Program kształcenia matematycznego w klasie II obejmuje kształtowanie pojęć z zakresu prostych figur geometrycznych, takich jak: koło, prostokąt, kwadrat, trójkąt, czworokąt (rozpoznawanie, nazywanie, badanie własności figur płaskich, rysowanie ich za pomocą szablonów lub linijki, układanie z patyczków, rozpoznawanie kształtów figur w otoczeniu, na obrazkach sytuacyjnych, na prostych bryłach, porównanie długości boków przez przykładanie do siebie). W dalszym toku nauczania obejmuje odcinki prostopadłe i równoległe, modele brył, figury płaskie, geoplan, kratki w zeszyte (ekierkę, zgiętą kartkę, sieć kwadratową)³¹. Kształtowanie tych pojęć powinno odbywać się na podstawie bezpośrednich obserwacji i w trakcie czynności na materiale konkretnym. Uczeń bowiem najlepiej poznaje nowe pojęcia geometryczne, gdy rozkłada i składa, wycina, kreśli, rysuje, wyznacza, modeluje, konstruuje, oblicza, a także przekształca.

27 B. Reinfeld, K. Lountain, D. Mellowsip, *Maths Monsters, Learning Trails, Games and Interventions: Some of the Teaching and Learning Resources Developed by Teachers in the Mathematics for Learning Inclusion Program*, Australian Primary Mathematics Classroom 2008, Vol. 13(4), s. 28-32.

28 R.A. Knox, *Music power enhances brain function*, Boston Globe 1994, Vol. 10.

29 G.L. Johnson, R.J. Edelson, *Integrating Music and Mathematics in the Elementary Classroom*, Teaching Children Mathematics, April 2003, Vol. 9, No. 8, s. 474-79.

30 F.H. Rauscher, G.L. Shaw, L. Levine, E.L. Wright, W.R. Dennis, R.L. Newcomb, *Music training causes long-term enhancement of preschool children's spatial-temporal reasoning*, Neurological Research, February 1997, Vol. 19, s. 2-7.

31 E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki...*, cz. II, s. 67.

Porównuje i wnioskuje. Znaczenie ma także aktywność fizyczna podczas nauki, najpełniej może się ona wyrażać podczas tanecznych form zabawowych³².

Wybrane przykłady muzycznych sytuacji zabawowo-zadaniowych wspomagających kształtowanie pojęć matematycznych z zakresu wybranych figur geometrycznych³³

- ▶ Recytowanie rytmiczne pojęć matematycznych (trójkąt, kwadrat, prostokąt, koło, czworokąt, pięciokąt) z zastosowaniem różnych środków wyrazu muzycznego (zróznicowanie: tempa, dynamiki, artykulacji i barwy głosu).
- ▶ Śpiewanie nazwami solmizacyjnymi pojęć figur geometrycznych z fonogestyką o różnych wartościach rytmicznych w metrum dwudzielnym.

Zabawa:



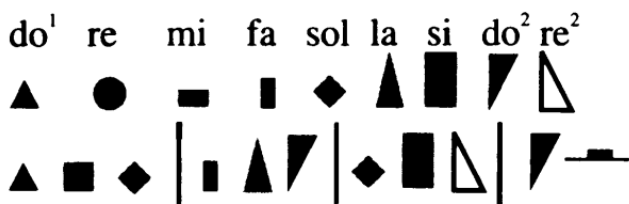
Śpiewanie zakodowanej melodii, np.:



- ▶ Wybrane dziecko rysuje na tablicy swój kod melodii, a reszta uczniów odczytuje go na głos solmizacją z fonogestyką, np.:

³² A. Watson, *Dance and mathematics: Engagingsenses in learning*, „Australian Senior Mathematics Journal” 2005, Vol. 19(1), s. 16-23. Znaczenie łączenia muzyki i matematyki podkreślone jest także na dalszych etapach edukacji, por. Ch. Periton, *Mathematics and Music*, „Mathematics Teaching 233, Journal of the Association of Teachers of Mathematics” 2013, s. 24-26.

³³ Więcej materiałów z przykładami na powyższy temat znajduje się w artykule: A. Łuczak, *Kształtowanie pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Edukacja dziecka. Badania i praktyka pedagogiczna*, red. W. Segiet, B. Walak, A. Lis-Zaldivar, Gorzów Wielkopolski 2015, s. 157-178; A. Łuczak, *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych dotyczących prostych figur geometrycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej* [w:] *Muzyka – edukacja – terapia*, red. J. Fyk, A. Łuczak, Zielona Góra 2010, s. 111-127.



- ▶ Na podłodze są zaznaczone kredą duże koła, trójkąty, kwadraty, prostokąty i 5 linii równoległych. Dzieci poruszają się zgodnie z rytmem akompaniamentu. Na przerwę w muzyce wszystkie dzieci starają się znaleźć się w figurach. Te, które nie zdążyły, ustawiają się na pięciolinii i po kolei improwizują wokalnie lub na instrumentach perkusyjnych (trójkącie, tamburynie, talerzykach i bębenu).
- ▶ Teatrzyk śpiewających cieni: w roli głównej trójkąt, zaś w pozostałych rolach występują: prostokąt, kwadrat i koło. Dzieci otrzymują gotowe partytury do wykonania, w formie: AB lub ABA oraz ronda i kanonu.

1.2. Działania muzyczne a zbiory i ich klasyfikacje

W nauce o zbiorach najważniejsze jest ukształtowanie odpowiednich struktur pojęciowych i myślenia tymi strukturami. Umiejętność klasyfikowania przedmiotów według cech jakościowych (np. koloru, wielkości, kształtu) obejmuje wyodrębnienie zbioru i podzbioru. Doniosłą rolę odgrywa tu postępowanie dydaktyczne uwzględniające operatywny charakter matematyki wraz z procesem interioryzacji (od czynności konkretnych i wyobrażeniowych do abstrakcyjnych)³⁴. Koncepcja ta eksponuje konieczność zintegrowania w nauczaniu ujęcia pojęciowego i algorytmicznego³⁵. Taki tok postępowania dydaktycznego cechuje wielka dbałość o percepcję i porządek oraz jasność i dobre zrozumienie pojęć matematycznych³⁶. Działania te obejmują: formułowanie warunku (spełnianego przez elementy danego zbioru), znajdowanie części wspólnej i umiejętności łączenia zbiorów. Ponadto do tych operacji zalicza się: porównywanie liczebności zbiorów (przez zestawienie ich z trzecim zbiorem) oraz porównywanie przy posługiwaniu się określeniami: „tyle samo”, „więcej”, „mniej”.

Wszystkie zadania dzieci realizują „na żywo”, posługując się określoną ekspresją muzyczną (rytmiczną, ruchową, wokalną, instrumentalną). Następnie rozwiążą za-

34 Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. I, Warszawa 1977, s. 127.

35 Algorytm powinien być efektywnym planem czynności, to znaczy ma prowadzić niezawodnie do poprawnego rozwiązywania zadania po skończonej liczbie kroków, jeżeli tylko szczególne czynności zostaną wykonane bez błędu i dokładnie według planu, zob. Z. Krygowska, *op. cit.*, s. 115.

36 H. Siwek, *op. cit.*, cz. 1, s. 10.

dania na kartkach: przy użyciu obrazków (z wyjaśnieniem nauczyciela); przy użyciu symboli matematycznych i muzycznych jako zadania tekstowe.

Przykłady muzycznych sytuacji zabawowo-zadaniowych wspomagających kształtowanie pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji³⁷

- ▶ Rytmiczne wymawianie słów z zastosowaniem taitazacji, dynamiki i agogiki.
- ▶ Rytmiczne wypowiedzi imion dzieci z uwzględnieniem zmian tempa, dynamiki artykulacji. Dzieci o tych samych imionach dostają jednakowe instrumenty i improwizują krótkie wypowiedzi muzyczne.
- ▶ Śpiewanie motywów melodycznych (np. do-mi-sol) z fonogestyką. Następnie określanie ich położenia na pięciolinii i przyporządkowywanie nazwom solmizacyjnym określeń literowych.
- ▶ Śpiewanie dźwięków gamy C-dur z fonogestyką i porządkowanie ich według wysokości.
- ▶ Porządkowanie nut i pauz według ich czasu trwania oraz ich przedstawienie za pomocą ruchu.

Kształtowanie umiejętności określania przedmiotów pod względem wyróżnionej cechy wielkościowej, np.: dźwięk długi i krótki (śpiewa największy chłopiec i najmniejsza dziewczynka).

- ▶ Dzieci określonym wartościom rytmicznym przyporządkowują kolory, tworząc zbiory nut (ekspresja instrumentalna). Następnie, wybranym dźwiękom (o określonej wartości rytmicznej, np. ćwierćnuty), przyporządkowują kolory, tworząc zbiory dźwięków (ekspresja wokalna).

Do ¹ =	kolor żółty
Re ¹ =	kolor zielony
Mi ¹ =	kolor różowy
Fa ¹ =	kolor czerwony
Sol ¹ =	kolor granatowy
La ¹ =	kolor niebieski
Si ¹ =	kolor brązowy
Do ² =	kolor czarny

37 Więcej materiałów z przykładami na powyższy temat znajduje się w artykule: A. Łuczak, *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Wokół teoretycznych podstaw kształcenia muzycznego*, red. A. Michalski, t. 3 serii „Pedagogika muzyki. Cechy – aksjologia – systematyka”, Gdańsk 2014, s. 67-91.

- ▶ Dzieci otrzymują zamknięte koperty. Nauczycielka prezentuje utwór na trąbkę. Dzieci w trakcie słuchania utworu otwierają koperty i wyjmują puzzle (w każdej kopercie brakuje kilku muzycznych elementów). Dzieci układają części w całość, po czym określają, jakich elementów brakuje.
- ▶ Nauczyciel rozdaje dzieciom kartoniki z zapisem nutowym piosenek. W części pierwszej zadania nauczyciel prezentuje dzieciom ich wybrane fragmenty wokalne (lub instrumentalnie). Dzieci uważnie słuchają i wkładają kartoniki z zapisem piosenek do pudełek (do czerwonego pudełka – kartoniki z zakodowaną piosenką wykonaną wokalnie, zaś do niebieskiego – kartoniki z zakodowaną piosenką wykonaną instrumentalnie). W części drugiej zadania uczniowie porównują melodie:
 - Która jest najkrótsza (ma najmniej nut)?
 - Która jest najdłuższa (ma najwięcej nut)?
 - Ile melodii jest bez ósemek? Ile z ćwierćnutami?
 - Ile melodii jest bez szesnastek? Ile z ósemkami?
 - Ile melodii składa się z samych ćwierćnut?
 - Które melodie zawierają półnuty? Ile ich jest?
 - Które melodie zawierają półnuty i ósemki? Ile ich jest?
 - Na obrazku znajduje się 6 instrumentów. Powiedz, jakiego koloru jest pierwszy, trzeci, piąty...?
 - Ułóż w rzędzie 8 nutek o różnych wartościach rytmicznych. Która jest najdłuższa, a która najkrótsza? Jakiego koloru jest szósta i siódma?

1.3. Działania muzyczne a działania arytmetyczne

Zaznajomienie dzieci z liczbą pozwala na wprowadzenie symbolicznego zapisu działania w postaci formuły matematycznej, co ułatwi dzieciom rozgraniczyć zakres treści poszczególnych działań i zrozumieć, że między działaniami logicznie pokrewnymi (dodawaniem i odejmowaniem, mnożeniem i dzieleniem) zachodzą zależności wzajemnie odwrotne. Formuła matematyczna jest symbolicznym przedstawieniem działania arytmetycznego (dodawania i odejmowania, mnożenia i dzielenia) za pomocą słów lub cyfr i znaków matematycznych: dodać (plus +), odjąć (minus -), znaku mnożenia (\cdot), znaku dzielenia ($:$) oraz znaku równości (=). Formuła ta tworzy się stopniowo w umysłach uczniów. Zgodnie z założeniem, że myślenie dzieci jest ściśle powiązane z działaniem, w pierwszej fazie poznawania formuły należy się oprzeć na czynnościach rzeczywiście przez dzieci wykonywanych pod kierunkiem nauczyciela. Wymaga to starannego stopniowania trudności³⁸. Kiedy dzieci nagromadzą już dostateczną ilość wyobrażeń na temat opracowywanego pojęcia (tzn. gdy dany znak kojarzą z odpowia-

³⁸ Z. Cydzik, *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej*, Warszawa 1986, s. 70-73.

dającą czynnością bez wykonywania tej czynności) – wówczas można odwoływać się już tylko do wyobraźni matematycznej dziecka. Rolę konkretnego w wyobraźni spełniają zadania tekstowe tak dobrane, aby występujące w nich działania arytmetyczne miały charakter czynności materialnej. Porównywanie różnicowe ma charakter abstrakcyjny, oznacza bowiem stosunek ilościowy między wielkością daną w zadaniu i poszukiwaną. Trudność stanowi tu wyznaczenie i zapis działania w rozwiązywaniu zadań.

Do zrozumienia porównania różnicowego niezbędne są odwrócone operacje myślowe ukształtowane przy opracowywaniu działań dodawania i odejmowania. Brak umiejętności wykonania tych operacji u dzieci uniemożliwia im zrozumienie pojęcia porównywania różnicowego i dokonanie oceny na podstawie określenia „o ile więcej”, „o ile mniej”. W takim porównaniu trzeba się bowiem posługiwać wiadomościami już zdobytymi. Środkiem dydaktycznym są tu zadania tekstowe.

Nauczyciel powinien tak pokierować czynnościami uczniów w operowaniu przedmiotami konkretnymi, w postaci pomocy dydaktycznych, dostępnych przedmiotów itp., aby pobudzić ich do samodzielnego poszukiwania najbardziej racjonalnej metody obliczania w odniesieniu do danego działania³⁹. Pomocne są tu wszelkiego rodzaju pudełka z konkretnymi, zaś symbole literowe mają pogłębiać rozumienie działań arytmetycznych, uzasadniając je i zbliżając powoli do pojęć algebraicznych⁴⁰.

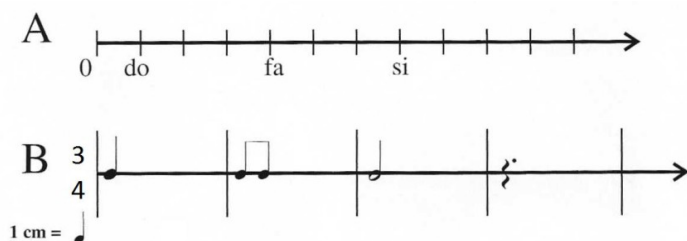
Przykłady muzycznych sytuacji zabawowo-zadaniowych wspomagających kształtowanie pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych⁴¹

1. Rytmizowanie tekstu z zastosowaniem różnych środków wyrazu muzycznego.
2. Śpiewanie nazwami solmizacyjnymi i literowymi piosenek i wzorów melodii.
3. Dodawanie i odejmowanie oraz dzielenie i mnożenie dźwięków, nut i znaków muzycznych.
4. Określanie: ile jest nut w całej piosence (przeliczanie linijkami), a ile w określonej części?
5. Wpisz na osi:
A – brakujące nazwy solmizacyjne nut;
B – brakujące wartości rytmiczne nut.

³⁹ Najbardziej odpowiednią pomocą naukową są w tym przypadku patyczki, ale mogą to być także inne dostępne przedmioty.

⁴⁰ E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, Bydgoszcz 1993, cz. 2, s. 116.

⁴¹ Więcej materiałów z przykładami na powyższy temat znajduje się w artykule: A. Łuczak, *Wspomagająca rola form muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Szkoła XXI wieku – szkoła edukacji estetycznej. Projekt nadziei*, red. M. Zalewska-Pawlak, A. Pikała, Łódź 2011, s. 223-241.



Źródło: opracowanie własne.

1.4. Działania muzyczne a wiadomości i umiejętności praktyczne

Treści wiadomości i umiejętności praktycznych z zakresu matematyki należy wplatać w materiał podstawowy wszystkich działów. Najlepiej robić to systematycznie i możliwie często. Wówczas układ tych treści będzie miał wyraźny charakter spiralny.

Nazwy dni tygodnia i ich kolejność są przygotowaniem do stosowania i posługiwania się kalendarzem, modelem tarczy zegara i pokazywaniem ruchu przesuwanych wskazówek od danej godziny do 12 i od 12 do godziny wskazanej. Pojęcia czasowe są pojmowane jeszcze intuicyjnie. Trwanie i przemijanie czasu wymaga bowiem systematycznych i rytmicznych doświadczeń. Pomaga w tym rytm pracy szkoły i porządek organizacji czasu dziecka: w ciągu dnia, tygodnia i roku (kolejne dni, tygodnie, miesiące, pory roku, kwartały, ferie, wakacje, początek i koniec roku)⁴². Na przykład rytm dnia odmierzany jest lekcjami, przerwami, dzwonekami, posiłkami, odrabianiem lekcji, porą snu itp.

W klasie II potrzebna jest znajomość znaków rzymskich do posługiwania się kalendarzem i zegarem⁴³.

Przydatna i wymagana jest także umiejętność posługiwania się jednostkami miary. Centymetr zostaje wprowadzony przy pierwszej dziesiątce (w klasie pierwszej). Metr natomiast po rozszerzeniu numeracji do 100. Mierzenie litrem to poznawanie naczyń (butelek, dzbanków, garnuszków, puszek) i ciągłe napełnianie, przelewanie, dolewanie, odlewanie płynów, takich jak woda, mleko, śmietana, miód, olej. Uczniowie przede wszystkim porównują te wielkości i operują jego częściami w działaniach. Realizacja powyższych wiadomości i umiejętności praktycznych odbywać się może w kształceniu muzycznym poprzez wszystkie formy, głównie poprzez wszelkiego rodzaju zaba-

42 E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki...*, cz. 1, s. 227-228.

43 *Ibidem*, s. 245-253.

wy. Butelki, do których można wlewać różne ilości wody, mogą być też dobrym i ciekawym instrumentem muzycznym.

Przykłady sytuacji zabawowo-zadaniowych wspomagających kształtowanie pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych⁴⁴

- ▶ Rytmiczne recytowanie różnego typu wierszy, opowiadań, bajek (zawierających pojęcia miesięcy, dni i pór roku) z zastosowaniem zmian tempa, dynamiki, artykulacji, intonacji i barwy głosu.
- ▶ Rytmiczne recytowanie tekstu (jednakową miarą rytmiczną – ćwierćnutami, ósemkami lub półnutami) na dźwiękach różnej wysokości i z zastosowaniem różnych środków wyrazu.
- ▶ Nauczyciel rozdaje dzieciom kartoniki, na których na stronie zewnętrznej jest równanie do rozwiązania, a na stronie wewnętrznej jest ilustracja instrumentu i wypełniony kod do realizacji. Rozwiązaniem równania będzie liczba, która wskaże, ile taktów będzie grać dane dziecko.
- ▶ Kolejne zadanie z zakresu aktywnej percepcji muzyki polega na przedstawieniu dzieciom utworu *Baśń zimowa* Roberta Szumana (metrum na 2, tempo żywe, forma ABA). W pierwszej części kilkakrotnie powtarza się niespokojny, szesnastkowy motyw melodyczno-rytmiczny w niskim rejestrze fortepianu. Wprowadza on nastrój niepokoju. Środkowa część zaś jest spokojniejsza, charakteryzuje ją delikatny, równy, szybki ruch melodii i akompaniamentu, w wyższym i jaśniejszym rejestrze fortepianu ze spokojniejszą dynamiką. Część trzecia jest powtórzeniem pierwszej (skróconej wersji). Następnie nauczyciel rozmawia z dziećmi na temat zimy przedstawionej przez R. Szumana w utworze (analizując z dziećmi poszczególne elementy dzieła muzycznego). W kolejnych etapach tego zadania w trakcie słuchania utworu dzieci posługują się ekspresją ruchowo-rytmiczną i instrumentalną.
- ▶ Kolejne zadanie daje szansę na poznanie różnych systemów i skal. Większość skal muzycznych (w tym wszystkie gamy dur i moll) zbudowane są z 7 stopni, pentatonika zaś z 5 stopni. Można to wykorzystać jako porównanie do systemu dziesiętnego, z którym to najpierw zapoznają się dzieci. W praktyce polegać to może na zapisywaniu na tablicy kolejno cyfr od 1 do 7, tak jak w każdej gamie. Pod cyframi układane mogą być klawisze (w kształcie prostokątów) od 1 do 7. Dzieci przy-

44 Więcej materiałów z przykładami na powyższy temat znajduje się w artykule: A. Łuczak, *Supporting role of musictherapy in developing selected mathematical concepts within range of practical knowledge and skills*, [w:] *Art in education and therapy*, red. M. Furmanowska, Wrocław 2014, s. 137-149.

porządkowują wówczas: 1 klawisz – 1 dźwięk – 1 nazwa solmizacyjna nuty – 1 stopień gamy. Ósmy stopień gamy jest pierwszym stopniem kolejnej oktawy.

Zadania dotyczące różnych systemów oprócz dziesiętnego mogą być ciekawym wstępem do swobodnego operowania nimi i tworzenia nowych.

Podsumowując tę część rozdziału, można podkreślić, że łączenie muzyki i matematyki jest ciekawym przedsięwzięciem dydaktycznym, które ułatwiać może dzieciom zrozumienie i zapamiętywanie różnych pojęć matematycznych. Wymaga to jednak od nauczyciela umiejętnie stosowanych technik dydaktycznych oraz uwzględnienia zróżnicowanego poziomu rozwoju dzieci.

2. Stopień opanowania pojęć matematycznych – wyniki eksperymentu

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki eksperymentu pedagogicznego. Jak wcześniej zaprezentowano, polegał on na realizacji cyklu zajęć muzycznych w ramach, których kształtowano pojęcia matematyczne. W kolejnych podrozdziałach zawarto wyniki sprawdzianów dotyczących stopnia opanowania pojęć matematycznych.

Sposób realizacji eksperymentu pedagogicznego został opisany w rozdziale metodologicznym. Pod uwagę wzięto dwie klasy drugie, w których poziom wiedzy i umiejętności uczniów z zakresu matematyki był porównywalny. Zajęcia z matematyki w obydwu klasach były realizowane w podobny sposób. Jedną klasę (eksperymentalną) poddano oddziaływaniom pedagogicznym, w drugiej klasie (kontrolnej) realizowano materiał w klasyczny sposób.

2.1. Wyniki wstępne – stopień opanowania pojęć matematycznych przed realizacją eksperymentu

W pierwszym etapie (jeszcze przed realizacją eksperymentu) przeprowadzono sprawdzian początkowy⁴⁵ dotyczący stopnia opanowania pojęć matematycznych z zakresu klasy pierwszej. Sprawdzenie składało się z dwóch części, w każdej było po 10 zadań. Wyniki zostały ujęte w trójstopniowej skali: stopień niski, średni i wysoki. Sprawdzenie miało określić stan wiedzy uczniów klasy eksperymentalnej i kontrolnej przed eksperymentem.

45 Sprawdzenie ten zamieszczono w aneksach.

Tabela 23. Poziom opanowania pojęć matematycznych na podstawie sprawdzianu początkowego

Test	Stopień opanowania pojęć	Klasa			
		eksperymentalna		kontrolna	
		N	%	N	%
Część A	wysoki	10	47,6	14	58,3
	średni	9	42,8	9	37,5
	niski	2	9,6	1	4,2
Część B	wysoki	7	33,4	5	20,8
	średni	12	57,1	15	62,5
	niski	2	9,5	4	16,7
CAŁOŚĆ	wysoki	9	42,9	9	37,6
	średni	11	52,3	14	58,3
	niski	1	4,8	1	4,1

Źródło: opracowanie własne.

Sprawdzian ten uczniowie obydwu klas rozwiązyali na zbliżonym poziomie. Noty wysokie osiągnęło 43% dzieci z grupy eksperymentalnej i 38% z grupy kontrolnej. Średnie wyniki uzyskało odpowiednio 52% i 58% uczniów. Poziom opanowania pojęć matematycznych w obydwu klasach przed rozpoczęciem eksperymentu można uznać za dość wysoki i wyrównany. Stan taki okazał się zgodny z założeniami przedeksperymentalnymi. Przyjęto na podstawie opinii nauczycieli klasy eksperymentalnej i kontrolnej oraz wyników osiągniętych przez dzieci w klasie pierwszej, że poziom wiedzy obydwu klas jest wyrównany. Pozwalało to przypuszczać, że będzie można w jasny sposób określić działanie czynnika eksperymentalnego po przeprowadzeniu pomiaru końcowego zrealizowanego przy pomocy sprawdzianu wiadomości (składającego się z dwóch części).

Wyniki sprawdzianu początkowego ze zróżnicowaniem ze względu na płeć dzieci znajdują się w tabeli 24.

Pod względem płci poziomy ukształtowanych pojęć były względnie wyrównane. Jedynie na poziomie średnim dominowały dziewczynki z klasy kontrolnej i chłopcy z klasy eksperymentalnej.

Tabela 24. Poziom opanowania pojęć matematycznych w sprawdzianie początkowym (zróznicowanie pod względem płci)

Płeć	Poziom opanowanych pojęć	Klasa			
		eksperymentalna		kontrolna	
		N	%	N	%
Dziewczęta	wysoki	6	28,5	4	16,6
	średni	4	19,0	8	33,3
	niski	1	4,8	1	4,1
Chłopcy	wysoki	3	14,4	5	21,0
	średni	7	33,3	6	25,0
	niski	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne.

2.2. Wyniki po realizacji eksperymentu pedagogicznego

W tej części zaprezentowano wyniki opanowania pojęć matematycznych w ujęciu łącznym. W kolejnych, zawarto wyniki dotyczące poszczególnych zakresów matematycznych.

2.2.1. Stopień opanowania pojęć matematycznych po realizacji eksperymentu – wyniki ogólne

Poziom opanowania pojęć matematycznych przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników sprawdzianu końcowego (tylko części matematycznej), który dzieci rozwiązały na koniec pierwszego semestru w klasie drugiej. Do rozwiązania było 10 zadań. Suma punktów określająca stopień wysoki mieściła się w przedziale od 41,5 pkt do 47 pkt (na ocenę celującą trzeba było zdobyć przynajmniej 46 pkt). Stopień średni określał przedział 23-41 pkt (na ocenę dobrą należało uzyskać 33 pkt). Natomiast stopień niski to przedział: 0-22,5 pkt (ocenę dopuszczającą można było uzyskać od 13 pkt).

Tabela 25. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z części matematycznej (ogółem)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Część matematyczna			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	-	-	-	-
	bdb	5	23,8	-	-
Średni	db	8	38,1	-	-
	dst	8	38,1	19	79,1
Niski	dop	-	-	5	20,9
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 26. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu końcowego (część matematyczna)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Część matematyczna							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	-	-	-	-	-	-	-	-
	bdb	1	4,8	4	19,0	-	-	-	-
Średni	db	6	28,6	2	9,6	-	-	-	-
	dst	3	14,2	5	23,8	9	37,5	10	41,6
Niski	dop	-	-	-	-	2	8,4	3	12,5
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Klasa eksperymentalna

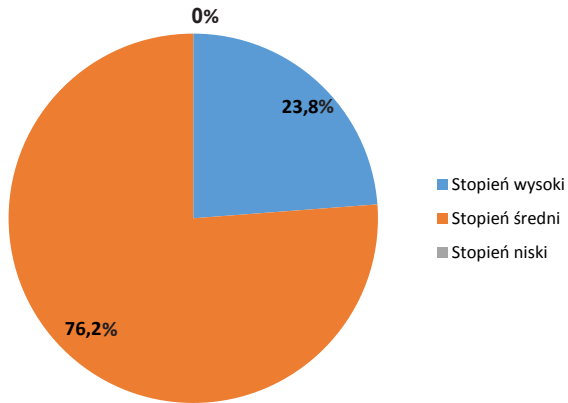


Diagram 1. Część matematyczna

Źródło: opracowanie własne.

Klasa kontrolna

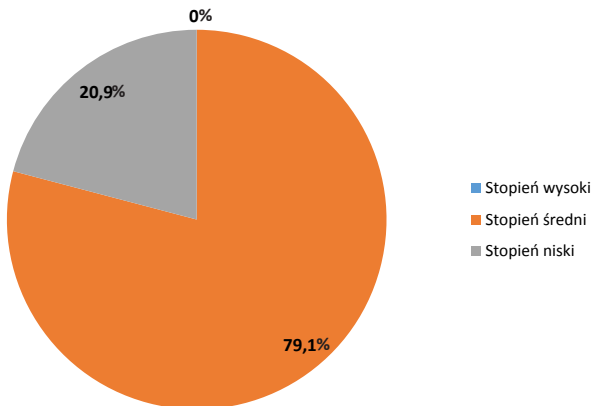


Diagram 2. Część matematyczna

Źródło: opracowanie własne.

Z rezultatów sprawdzianów końcowych wynika, że wysoki stopień opanowania pojęć matematycznych osiągnięto tylko w klasie eksperymentalnej (24% uczniów). Potwierdza to hipotezę, że w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, oczekiwać można wyższego poziomu opanowania wybranych pojęć matematycznych. Porównywalna liczba uczniów obydwu klas (76-79%) opanowała pojęcia w stopniu średnim. Ani jedno dziecko, zarówno z klasy eksperymentalnej, jak i kontrolnej nie uzyskało oceny celującej i niedostatecznej. Wyniki uczniów analizowano także pod względem cechy demograficznej, jaką jest płeć. W grupie z ocenami bardzo dobrymi – nad chłopcami (4,8%) dominowały dziewczynki (19%) z klasy eksperymentalnej. W grupie z ocenami dobrymi – chłopcy z tej samej klasy stanowili (28,6%). Wyniki przedstawiono w tabeli nr 25 i 26 oraz na diagramie nr 1 i 2.

W kolejnej części tego rozdziału zaprezentowane zostaną wyniki dotyczące stopnia opanowania pojęć z zakresu figur geometrycznych.

2.2.2. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych

Jak zaznaczono wcześniej (punkt 1.1) kształtowanie pojęć z zakresu prostych figur geometrycznych w ramach przeprowadzonego eksperymentu dotyczyło pojęć: koła, prostokąta, kwadratu, trójkąta, czworokąta. Uwzględniono także: odcinki prostopadłe i równoległe, modele brył, figury płaskie. Poniżej zaprezentowano wyniki sprawdzianu końcowego dotyczącego opanowania tego materiału.

Tabela 27. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Figury geometryczne			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	14	66,6	-	-
	bdb	5	23,8	-	-
Średni	db	1	4,8	16	66,6
	dst	1	4,8	8	33,4
Niski	dop	-	-	-	-
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Poziom opanowania pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników z trzech zadań⁴⁶.

Stopień wysoki osiągnęli jedynie uczniowie klasy eksperymentalnej. Potwierdza to hipotezę, że w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane można się spodziewać wyższego poziomu opanowania pojęć matematycznych z zakresu prostych figur geometrycznych. Stopień ten osiągnęło 90% uczniów, w tym dominowały oceny celujące (aż 67%). Oceny bardzo dobre zdobyło 24% uczniów. Tylko dwie osoby z klasy eksperymentalnej osiągnęły średni stopień – jedna osoba uzyskała ocenę dobrą i jedna dostateczną. Stopnia niskiego nie odnotowano w tej klasie. Natomiast w klasie kontrolnej uczniowie opanowali pojęcia w stopniu średnim. Większość klasy (67%) otrzymała oceny dobre. Pozostali uczniowie (33%) oceny dostateczne. Wyniki zostały zaprezentowane w tabeli nr 27.

Następnie badano związek stopnia opanowania pojęć z płcią dziecka. Wyniki ilustruje tabela nr 28.

Tabela 28. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych (płeć)

Stopień panowania pojęć	Uzyskane oceny	Figury geometryczne							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	6	28,5	8	38,1	-	-	-	-
	bdb	-	14,2	2	9,6	-	-	-	-
Średni	db	-	-	1	4,8	7	29,1	9	37,5
	dst	1	4,8	-	-	4	16,7	4	16,7
Niski	dop	-	-	-	-	-	-	-	-
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Dziewczynki z klasy eksperymentalnej uzyskały najlepsze wyniki. Aż 38% otrzymało oceny celujące. Jest to o 10% więcej od ich kolegów z klasy. W grupie na poziomie średnim dziewczynki z klasy kontrolnej osiągnęły lepsze wyniki od swoich kolegów. Ci sami chłopcy (z klasy kontrolnej) uzyskali zdecydowanie mniej ocen dobrych (29,1%) aniżeli ich rówieśniczki (37,5%).

⁴⁶ Szczegółowa punktacja znajduje się w tekście sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

2.2.3. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji

Kolejną grupą pojęć, na których opanowanie oddziaływano w ramach modelowych zajęć kształcenia zintegrowanego były te, które dotyczą zbiorów i ich klasyfikacji. Jak zaznaczono wcześniej (punkt 1.2), kształtowanie pojęć z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji w ramach przeprowadzonego eksperymentu dotyczyło formułowania warunku (spełnianego przez elementy danego zbioru), znajdowania części wspólnej i umiejętności łączenia zbiorów, porównywania liczebności zbiorów (przez zestawienie ich z trzecim zbiorem) oraz porównywania przy posługiwaniu się określeniami: „tyle samo”, „więcej”, „mniej”. Wyniki zawiera tabela 29.

Tabela 29. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Zbiory i ich klasyfikacja			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel.	3	14,3	-	-
	bdb	3	14,3	-	-
Średni	db	1	4,8	-	-
	dst	14	66,6	18	75,0
Niski	dop	-	-	5	20,8
	ndst	-	-	1	4,2

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Poziom opanowania pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników z pięciu zadań⁴⁷.

Stopień wysoki osiągnęli jedynie uczniowie klasy eksperymentalnej (28,6%). Potwierdza to hipotezę, że: w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, można oczekiwać wyższego poziomu opanowania pojęć

⁴⁷ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji. Stopień wysoki osiągnęło prawie 29% uczniów. Ilość ocen celujących i bardzo dobrych była wyrównana (po 14,3%). Stopień średni osiągnęła reszta uczniów (71%). Przeważały oceny dostateczne (ponad 66%). Stopień niski nie wystąpił w tej klasie. W klasie kontrolnej natomiast nikt nie osiągnął stopnia wysokiego. Przeważał stopień średni (75% uczniów) i to jedynie w postaci ocen dostatecznych. Stopień niski osiągnęło 25% uczniów, z przewagą ocen dopuszczalnych (21%). Jeden uczeń (4%) uzyskał ocenę niedostateczną. Wyniki przedstawiono w powyższej tabeli. W tabeli 30 zaprezentowano wyniki ze względu na płeć uczniów.

Tabela 30. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji (płeć)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Zbiory i ich klasyfikacja							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	-	-	3	14,3	-	-	-	-
	bdb	1	4,8	2	9,5	-	-	-	-
Średni	db	-	-	1	4,8	-	-	-	-
	dst	9	42,8	5	23,8	9	37,5	9	37,5
Niski	dop	-	-	-	-	1	4,2	4	16,6
	ndst	-	-	-	-	1	4,2	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

W klasie eksperymentalnej tylko dziewczynki uzyskały oceny celujące (ponad 14%). Ocen bardzo dobrych również więcej otrzymały dziewczynki (ponad 9%) niż chłopcy (prawie 5%). Stopień średni osiągnęli głównie chłopcy (prawie 43%). Jedyną oceną dobrą należała do dziewczynki. Stopnia niskiego w klasie eksperymentalnej nie odnotowano. W klasie kontrolnej nikt nie osiągnął stopnia wysokiego. W klasie tej taka sama grupa dziewczynek (37,5%), jak i chłopców (37,5%), osiągnęła poziom średni. Jeden chłopiec otrzymał ocenę niedostateczną, a 16% dziewczynek – oceny dopuszczające.

2.2.4. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych

Jak zaznaczono w punkcie 1.3, kształtowanie pojęć z zakresu działań arytmetycznych dotyczyło dodawania i odejmowania, mnożenia i dzielenia za pomocą słów lub cyfr i znaków matematycznych: dodać (plus +), odjąć (minus -), znaku mnożenia (\bullet), znaku dzielenia ($:$) oraz znaku równości (=).

Tabela 31. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Działania arytmetyczne			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	4	19,0	-	-
	bdb	11	52,4	-	-
Średni	db	4	19,0	9	37,5
	dst	2	9,6	12	50,0
Niski	dop	-	-	3	12,5
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Poziom opanowania pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników z dwóch zadań⁴⁸.

Stopień wysoki osiągnęli jedynie uczniowie klasy eksperymentalnej. Potwierdziło to hipotezę, że: w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, oczekiwać można wyższego poziomu opanowania pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych. Stopień wysoki osiągnęło aż 71,4% uczniów. Oceny celujące uzyskało 19% dzieci i ponad połowa (52,4%) oceny bardzo dobre. Pozostała część klasy (28%) osiągnęła stopień średni. Przeważały

⁴⁸ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

oceny dobre (19%). Stopnia niskiego nie odnotowano w tej klasie. W klasie kontrolnej nie odnotowano z kolei stopnia wysokiego. Ponad 87% uczniów osiągnęło stopień średni, z przewagą ocen dostatecznych (50%). Natomiast stopień niski osiągnęło ponad 12% uczniów. Wyniki przedstawiono w powyższej tabeli. W tabeli 32 zaprezentowano wyniki ze względu na płeć uczniów.

Tabela 32. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych (płeć)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Działania arytmetyczne							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	2	9,6	2	9,6	-	-	-	-
	bdb	7	32,8	4	19,2	-	-	-	-
Średni	db	1	4,8	3	14,4	5	20,9	4	16,6
	dst	-	-	2	9,6	6	25,0	6	25,0
Niski	dop	-	-	-	-	-	-	3	12,5
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

W klasie eksperymentalnej zarówno dziewczynki, jak i chłopcy (po 9,6%) otrzymali oceny celujące. W grupie o ocenach bardzo dobrych dominowali chłopcy (prawie 33%). Wśród uczniów ocenionych dobrze najliczniejszą grupę stanowili też chłopcy, ale z klasy kontrolnej (prawie 21%). Dziewczynki z klasy kontrolnej uzyskały dużo niższe wyniki niż dziewczynki z klasy eksperymentalnej. Oceny dostateczne w klasie eksperymentalnej otrzymały tylko dziewczynki (9,6%). Natomiast w klasie kontrolnej dziewczynki znalazły się na równi z chłopcami (po 25%). Oceny dopuszczające uzyskały jedynie dziewczynki z klasy kontrolnej (12,5%).

W dalszej części zaprezentowane zostaną wyniki dotyczące stopnia opanowania pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych.

2.2.5. Stopień opanowania pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych

Jak zaznaczono w punkcie 1.4, kształtowanie pojęć z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych dotyczyło opanowania nazw i numerów dni tygodnia, miesięcy, pór roku, zegara, kalendarza itp.

Tabela 33. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Wiadomości i umiejętności praktyczne			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	1	4,8	-	-
	bdb	2	9,6	-	-
Średni	db	8	38,1	10	41,6
	dst	10	47,5	6	25,0
Niski	dop	-	-	7	29,2
	ndst	-	-	1	4,2

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Poziom opanowania pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników jednego złożonego zadania⁴⁹.

Stopień wysoki osiągnęli jedynie uczniowie klasy eksperymentalnej. Potwierdza to hipotezę, że: w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane, oczekiwać można wyższego poziomu opanowania pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych.

Stopień ten osiągnęło ponad 14% uczniów. Pozostała część uczniów (ponad 85%) zdobyła oceny dobre i dostateczne, mieszcząc się tym samym w przedziale o stopniu średnim. Stopnia niskiego w klasie eksperymentalnej nie odnotowano. W klasie kontrolnej żaden z uczniów nie osiągnął stopnia wysokiego. Prawie 67% uczniów opanowało

⁴⁹ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

pojęcia w stopniu średnim, z przewagą ocen dobrych (prawie 42%). Stopień niski osiągnęło ponad 33% uczniów, w tym jedna osoba dostała ocenę niedostateczną. W tabeli 34, przedstawiono wyniki ze względu na płeć.

Tabela 34. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych (płeć)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Wiadomości i umiejętności praktyczne							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel.	1	4.8	-	-	-	-	-	-
	bdb	-	-	2	9.6	-	-	-	-
Średni	db	7	33.1	1	4.8	6	25.0	4	16.6
	dst	2	9.6	8	38.1	2	8.4	4	16.6
Niski	dop	-	-	-	-	3	12.5	4	16.6
	ndst	-	-	-	-	-	-	1	4.2

N – liczba osób w danej grupie.

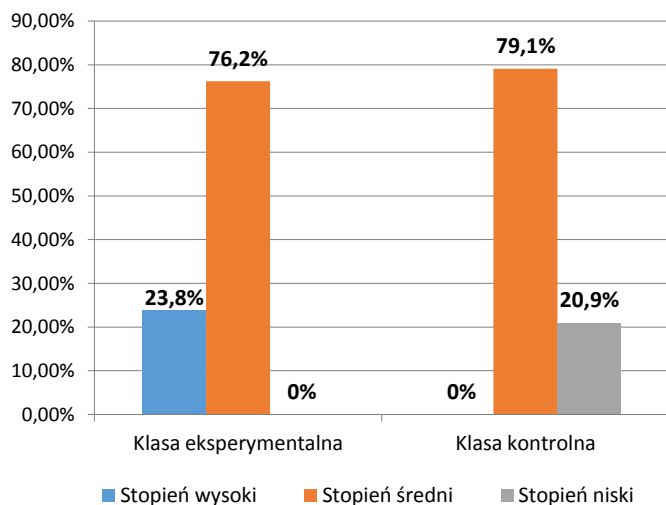
Źródło: opracowanie własne.

Jedyna ocena celująca należała do chłopca z klasy eksperymentalnej. Dwie dziewczynki z tej samej klasy, otrzymały oceny bardzo dobre. Ocen dobrych uzyskało najwięcej chłopców (ponad 33%). Dziewczynki otrzymały w większości oceny dostateczne (ponad 38%). W klasie kontrolnej najlepszymi ocenami były czwórki. Otrzymała je większość chłopców (25%). Dziewczynki natomiast uzyskały w równych grupach (po 16,6%) oceny dobre, dostateczne i dopuszczające. Ocenę niedostateczną w klasie kontrolnej uzyskała dziewczynka.

2.2.6. Stopień opanowania pojęć matematycznych przez uczniów – podsumowanie

Wyniki ogólne z końcowego sprawdzianu matematycznego wskazują, że stopień wysoki osiągnięto tylko w klasie eksperymentalnej (24%), co potwierdza hipotezę główną, że w klasie, w której zrealizowano modelowe kształcenie zintegrowane stopień opanowania pojęć matematycznych u dzieci powinien być wyższy. Stopień średni

osiągnęła porównywalna liczba uczniów w obydwu klasach (76-79%). Przedstawiono to na poniższym wykresie.



Wykres 1. Stopień opanowania pojęć matematycznych (część matematyczna)

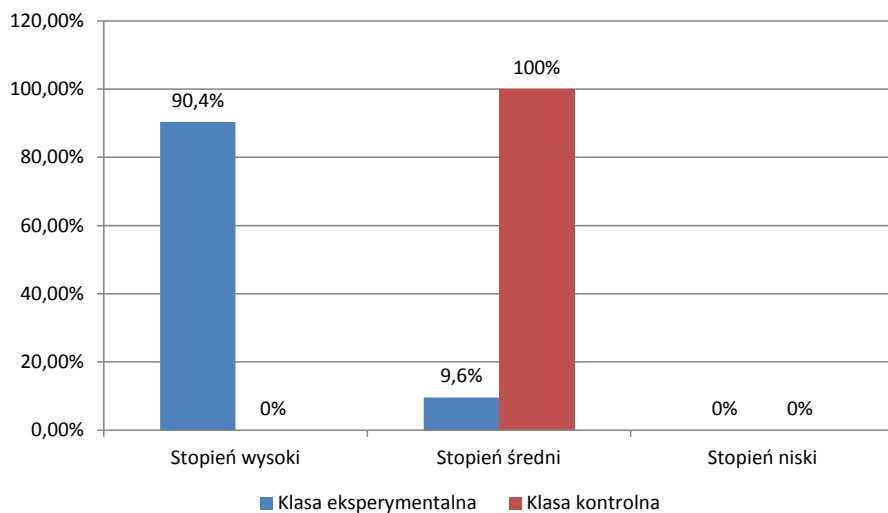
Źródło: opracowanie własne

W dalszej części tego podsumowania wyniki zaprezentowano według stopnia opanowania pojęć przez dzieci w poszczególnych zakresach matematycznych.

Wśród uczniów klas drugich najlepiej opanowane zostały pojęcia matematyczne z zakresu figur geometrycznych. W klasie eksperymentalnej aż 90,4% uczniów opanowało je w stopniu wysokim, pozostałe dzieci z tej klasy (9,6%) uzyskały noty średnie. W klasie kontrolnej zaś 100% uczniów opanowało te pojęcia w stopniu średnim. Stopień niski nie wystąpił w żadnej z dwóch klas. Ukazano to na wykresie 2.

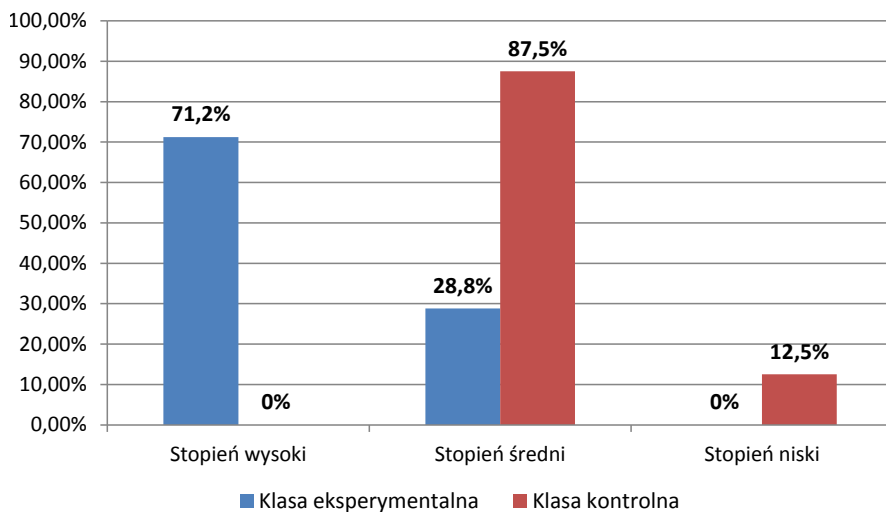
Uczniowie bardzo dobrze opanowali pojęcia z zakresu działań arytmetycznych. W tym przypadku 71,2% uczniów klasy eksperymentalnej opanowało je w stopniu wysokim i 28,8% w stopniu średnim, stopnia niskiego w tej klasie nie odnotowano. Za to w klasie kontrolnej nie odnotowano stopnia wysokiego, natomiast aż 87,5% dzieci opanowało powyższe pojęcia w stopniu średnim, a 12,5% w stopniu niskim. Przedstawiono to na wykresie 3.

Uczniowie dość dobrze opanowali pojęcia z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji. W tym przypadku 28,6% uczniów klasy eksperymentalnej opanowało je w stopniu wysokim i 71,4% w stopniu średnim. Stopnia niskiego w tej klasie nie odnotowano. Za to w klasie kontrolnej aż 75% dzieci opanowało powyższe pojęcia w stopniu śred-



Wykres 2. Pojęcia matematyczne z zakresu figur geometrycznych

Źródło: opracowanie własne

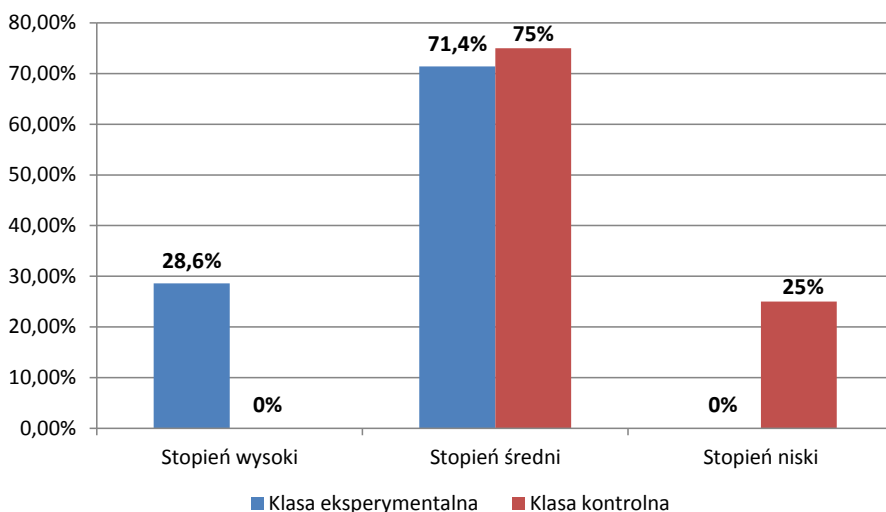


Wykres 3. Pojęcia matematyczne z zakresu działań arytmetycznych

Źródło: opracowanie własne

nim, a 25% w stopniu niskim. W klasie kontrolnej stopnia wysokiego nie odnotowano, natomiast 75% uczniów uzyskało noty średnie, a pozostałe 25% noty niskie. Ukazuje to wykres 4.

Najślabsze wyniki osiągnięto w opanowaniu pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych. W klasie eksperymentalnej jedynie ponad 14% uczniów opanowało te pojęcia w stopniu wysokim, zaś 85,6% w stopniu średnim. W klasie kontrolnej stopnia wysokiego w ogóle nie odnotowano, 66,6% uczniów opanowało materiał jedynie w stopniu średnim, a reszta klasy (33,4%) opanowała te pojęcia w stopniu niskim. Wyniki zaprezentowano na wykresie 5.

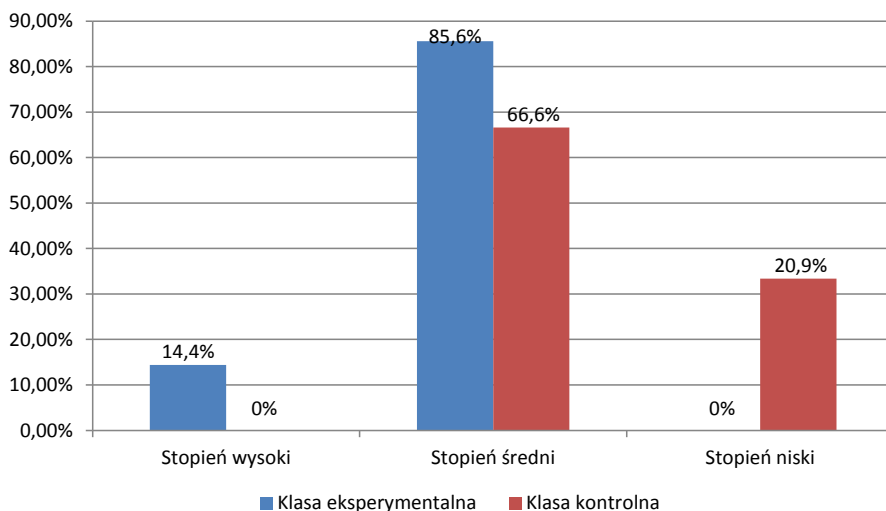


Wykres 4. Pojęcia matematyczne z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać w zebranych materiałach, najlepiej zostały przyswojone przez dzieci pojęcia geometryczne, następnie pojęcia z zakresu działań arytmetycznych, potem zbiorów i ich klasyfikacji. Najślabiej zostały opanowane wiadomości i umiejętności praktyczne.

We wszystkich zakresach matematycznych w klasie eksperymentalnej osiągnięto stopień wysoki i średni, natomiast w klasie kontrolnej jedynie stopień średni i niski. Potwierdza to hipotezę dotyczącą opanowania w wyższym stopniu pojęć matematycznych wśród uczniów objętych oddziaływaniem czynnika eksperymentalnego, którym było modelowe kształcenie muzyczne z wykorzystaniem elementów matematycznych.



Wykres 5. Pojęcia matematyczne z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych

Źródło: opracowanie własne.

3. Stopień opanowania pojęć muzycznych przez uczniów

Realizacja eksperymentu w zakresie kształtowania pojęć matematycznych na zajęciach muzycznych, pozwoliła dodatkowo na dokonanie pomiaru stopnia opanowania pojęć muzycznych w klasie eksperymentalnej i kontrolnej. Poziom opanowania pojęć muzycznych przez uczniów obydwu klas został określony na podstawie wyników sprawdzianu końcowego (tylko części muzycznej), który dzieci rozwiązywały na końcu pierwszego semestru w klasie drugiej. Do rozwiązania było 10 zadań. Suma punktów określająca stopień wysoki mieściła się w przedziale od 33 pkt do 44 pkt (na ocenę celującą trzeba było uzyskać przynajmniej 42 pkt, na bardzo dobrą – 33-41 pkt). Stopień średni określał przedział od 16 pkt do 32,5 pkt (na ocenę dobrą należało uzbierać 24-32,5 pkt, a na dostateczną 16-23 pkt). Stopień niski mieścił się w przedziale: 0-15,5 pkt (na ocenę mierną trzeba było uzyskać 10 pkt, ocena niedostateczna mieściła się w przedziale 0-9 pkt). Wyniki zaprezentowano w tabeli 35 i diagramach 3 i 4.

Stopień wysoki odnotowano tylko w klasie eksperymentalnej (90%), gdzie 38% uczniów otrzymało oceny celujące. W klasie kontrolnej uczniowie w większości osiągnęli poziom średni(83%). Tutaj większość uczniów (79%) otrzymała oceny dobre. Warto nadmienić, że ani jedna osoba z klasy eksperymentalnej nie otrzymała oceny niższej niż dobra.

Tabela 35. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z części muzycznej (ogółem)

Stopień Opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Część muzyczna			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	8	38,0	-	-
	bdb	11	52,4	-	-
Średni	db	2	9,6	19	79,2
	dst	-	-	1	4,2
Niski	dop	-	-	4	16,6
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 36. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu końcowego (część muzyczna)

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Sprawdzian końcowy – część muzyczna							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	3	14,2	6	28,6	-	-	-	-
	bdb	6	28,6	4	19,0	-	-	-	-
Średni	db	1	4,8	1	4,8	10	41,6	9	37,5
	dst	-	-	-	-	-	-	1	4,2
Niski	dop	-	-	-	-	1	4,2	3	12,5
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Klasa eksperymentalna

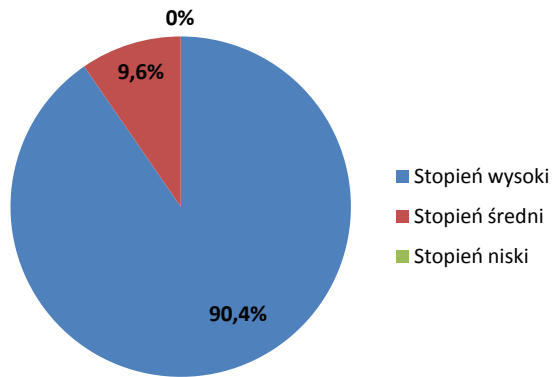


Diagram 3. Część muzyczna

Źródło: opracowanie własne.

Klasa kontrolna

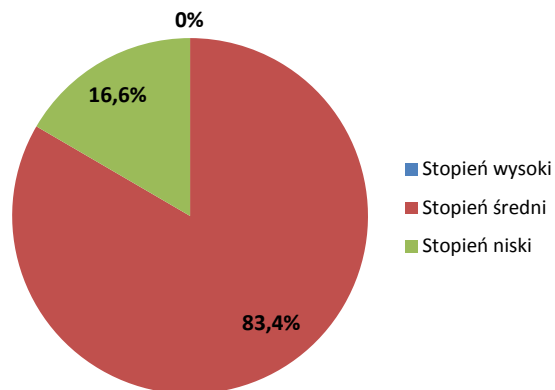


Diagram 4. Część muzyczna

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki części muzycznej sprawdzianu analizowano też ze względu na płeć. Oceny celujące otrzymało 6 dziewczynek (28,6%) i 3 chłopców (14,2%) z klasy eksperymentalnej. Oceny bardzo dobre otrzymało 6 chłopców (28,6%) i 4 dziewczynki (19%). W klasie kontrolnej ani jedna osoba nie osiągnęła poziomu wysokiego. Oceny dobre w klasie eksperymentalnej otrzymało dwoje dzieci (1 dziewczynka i 1 chłopiec).

W klasie kontrolnej przeważały głównie oceny dobre, w większości otrzymali je chłopcy (41,6%). Dziewczynki uzyskały niewiele gorsze noty od chłopców, 37,5% z nich miało oceny dobre, a jedna – dostateczną. Oceny dopuszczające w większości (12,5%) otrzymały również dziewczynki z klasy kontrolnej. Warto podkreślić, że najniższy rezultat w klasie eksperymentalnej z tego sprawdzianu to była ocena dobra, natomiast w klasie kontrolnej ocena dopuszczająca.

W sprawdzianie końcowym badano poziom opanowania pojęć dotyczących cech dźwięku, dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej, metrum i wartości rytmicznych oraz wiadomości o instrumentach. Wyniki zostały zaprezentowane i omówione w kolejnych częściach tego podrozdziału.

3.1. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu cech dźwięku

Poziom opanowania pojęć muzycznych dotyczących cech dźwięku został określony na podstawie wyników z czterech zadań⁵⁰.

Wszyscy uczniowie klasy eksperymentalnej osiągnęli stopień wysoki. Oceny celujące otrzymało 85% uczniów. Pozostała część klasy (15%) otrzymała oceny bardzo dobre. W klasie kontrolnej osiągnięto tylko stopień średni. Większość uczniów (75%) uzyskała oceny dobre. Natomiast dwie osoby (8,4%) dostały oceny dostateczne. Stopień niski odnotowano tylko w klasie kontrolnej, osiągnęło go 16,7% dzieci.

Wyniki były także analizowane pod względem płci uczniów. W klasie eksperymentalnej dziewczynki (42,8%) na równi z chłopcami (42,8%) otrzymały oceny celujące. Oceny bardzo dobre uzyskały dwie dziewczynki (9,6%) i jeden chłopiec (4,8%).

W klasie kontrolnej uczniowie osiągnęli jedynie stopień średni, dziesięciu chłopców (41,6%) i osiem dziewczynek (33,3%) otrzymało oceny dobre, tylko dwie dziewczynki dostały oceny dostateczne. Oceny niedostateczne otrzymały trzy dziewczynki i jeden chłopiec z tej klasy. Pod względem płci wyniki były porównywalne. Wyniki zaprezentowano w tabeli 38.

⁵⁰ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

Tabela 37. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu cech dźwięku

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Cechy dźwięku			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	18	85,0	-	-
	bdb	3	15,0	-	-
Średni	db	-	-	18	75,0
	dst	-	-	2	8,3
Niski	dop	-	-	-	-
	ndst	-	-	4	16,7

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne

Tabela 38. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z cech dźwięku

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Cechy dźwięku							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	9	42,8	9	42,8	-	-	-	-
	bdb	1	4,8	2	9,6	-	-	-	-
Średni	db	-	-	-	-	10	41,6	8	33,3
	dst	-	-	-	-	-	-	2	8,4
Niski	dop	-	-	-	-	-	-	-	-
	ndst	-	-	-	-	1	4,2	3	12,5

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

3.2. Opanowanie pojęć z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej

Poziom opanowania pojęć muzycznych dotyczących dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej został określony na podstawie wyników z dwóch zadań⁵¹. W obydwu klasach odnotowano stopień wysoki. W klasie eksperymentalnej osiągnęło go aż 85,6% uczniów. Natomiast w klasie kontrolnej tylko 29,2%. W klasie eksperymentalnej ponad połowa uczniów otrzymała oceny celujące. Natomiast w klasie kontrolnej ocenę celującą otrzymał tylko jeden chłopiec. W zakresie ocen bardzo dobrych poziom był wyrównany (w klasie eksperymentalnej – 33,3%, a w klasie kontrolnej – 25%). Stopień średni osiągnęło 14,4% uczniów klasy eksperymentalnej (w tym same oceny dobre) i 66,6% uczniów klasy kontrolnej (gdzie 37,4% uczniów otrzymało oceny dobre i 29,2% uczniów – oceny dostateczne). Stopień niski odnotowano tylko w klasie kontrolnej. Jeden chłopiec uzyskał ocenę dopuszczającą. Wyniki zaprezentowano w tabeli 39.

Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej przedstawiono w tabeli 40.

Tabela 39. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Dynamika dźwięku, kierunek linii melodycznej			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	11	52,3	1	4,2
	bdb	7	33,3	6	25,0
Średni	db	3	14,4	9	37,4
	dst	-	-	7	29,2
Niski	dop	-	-	1	4,2
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

⁵¹ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

Tabela 40. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Dynamika dźwięku i kierunek linii melodycznej							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	5	23,8	6	28,5	1	4,2	-	-
	bdb	4	19,0	3	14,3	3	12,5	3	12,5
Średni	db	1	4,8	2	9,6	4	16,6	5	20,9
	dst	-	-	-	-	3	12,5	4	16,6
Niski	dop	-	-	-	-	1	4,2	-	-
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

3.3. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych

Poziom opanowania pojęć muzycznych dotyczących metrum i wartości rytmicznych został określony na podstawie wyników z trzech zadań⁵².

W obydwu klasach odnotowano stopień wysoki. W klasie eksperymentalnej osiągnęło go aż 90,4% uczniów. Natomiast w klasie kontrolnej tylko 20,8% uczniów. Prawie 62% uczniów z klasy eksperymentalnej uzyskało oceny celujące. Natomiast w klasie kontrolnej nikt nie uzyskał tej oceny. Pozostała część uczniów klasy eksperymentalnej (28,5%) uzyskała oceny bardzo dobre i dobre (9,6%). Stopień średni w klasie kontrolnej osiągnęło 70,8% dzieci. Dominowały oceny dobre (50,0%). Oceny dostateczne otrzymało 20,8% uczniów. Stopień niski odnotowano tylko w klasie kontrolnej, gdzie dwoje uczniów uzyskało oceny dopuszczające. Wyniki ujęto w tabeli 41, zaś w tabeli 42 zaprezentowano wyniki ze względu na płeć.

⁵² Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w anekszach).

Tabela 41. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Metrum i wartości rytmiczne			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	13	61,9	-	-
	bdb	6	28,5	5	20,8
Średni	db	2	9,6	12	50,0
	dst	-	-	5	20,8
Niski	dop	-	-	2	8,4
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 42. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Metrum i wartości rytmiczne							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	5	23,8	8	38,0	-	-	-	-
	bdb	5	23,8	1	4,8	3	12,5	2	8,4
Średni	db	-	-	2	9,6	5	20,8	7	29,0
	dst	-	-	-	-	2	8,4	3	12,5
Niski	dop	-	-	-	-	1	4,2	1	4,2
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne

W klasie eksperymentalnej osiągnięto głównie stopień wysoki, więcej dziewczynek (38,0%) otrzymało oceny celujące aniżeli chłopców (23,8%). Oceny bardzo dobre otrzymało więcej chłopców (23,8%), dziewczynki natomiast – 4,8%. W klasie kontrolnej ani jedno dziecko nie otrzymało oceny celującej, natomiast oceny bardzo dobre zdobyły dwie dziewczynki (8,4%) i trzech chłopców (12,5%). Stopień średni w klasie eksperymentalnej osiągnięto sporadycznie, natomiast przeważał w klasie kontrolnej. Oceny dobre uzyskały dwie dziewczynki z klasy eksperymentalnej, w klasie kontrolnej pięciu chłopców (20,8%) i siedem dziewczynek (29%).

Oceny dostateczne otrzymali tylko uczniowie klasy kontrolnej (12,5 % dziewczynek, 8,4% chłopców). Stopień niski osiągnęła jedna dziewczynka i jeden chłopiec z klasy kontrolnej. Wyniki przedstawiono w tabeli 42.

3.4. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu wiadomości o instrumentach

Poziom opanowania pojęć muzycznych dotyczących wiadomości o instrumentach został określony na podstawie jednego złożonego zadania⁵³.

Wszyscy uczniowie klasy eksperymentalnej osiągnęli stopień wysoki. Oceny celujące otrzymało 57,1% uczniów. Pozostała część klasy (42,9%) otrzymała oceny bardzo dobre. W klasie kontrolnej 41,6% uczniów osiągnęło stopień wysoki. Tylko jedna osoba uzyskała ocenę celującą. Oceny bardzo dobre otrzymało 37,5% dzieci. Stopień średni w klasie kontrolnej osiągnęło 58,4% uczniów (oceny dobre – 29,2% i dostateczne 29,2%). Stopnia niskiego nie odnotowano. Wyniki zaprezentowano w tabeli 43, a w tabeli 44 przedstawiono wyniki ze względu na płeć.

W klasie eksperymentalnej – jak wspomniano wcześniej – wszyscy uczniowie osiągnęli stopień wysoki. Taka sama liczba dziewczynek (prawie 29%) i chłopców (prawie 29%) uzyskała oceny celujące. Oceny bardzo dobre otrzymało pięć dziewczynek (prawie 24%) i czterech chłopców (19%). W klasie kontrolnej ocenę celującą uzyskał tylko jeden chłopiec. Oceny bardzo dobre otrzymało sześć dziewczynek (25%) i trzech chłopców (prawie 13%). Oceny dobre uzyskało pięciu chłopców (prawie 21%) i dwie dziewczynki (ponad 8%). Oceny dostateczne otrzymało pięć dziewczynek (prawie 21%). Stopnia niskiego nie odnotowano.

⁵³ Szczegółowa punktacja znajduje się w opisie sprawdzianu – przy każdym zadaniu (w aneksach).

Tabela 43. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu wiadomości o instrumentach

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane ocen	Wiadomości o instrumentach			
		klasa eksperymentalna		klasa kontrolna	
		N	%	N	%
Wysoki	cel	12	57,1	1	4,1
	bdb	9	42,9	9	37,5
Średni	db	-	-	7	29,2
	dst	-	-	7	29,2
Niski	dop	-	-	-	-
	ndst	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 44. Wyniki uczniów zróżnicowane ze względu na płeć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych dotyczących wiadomości o instrumentach

Stopień opanowania pojęć	Uzyskane oceny	Wiadomości o instrumentach							
		klasa eksperymentalna				klasa kontrolna			
		chłopcy		dziewczynki		chłopcy		dziewczynki	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Wysoki	cel	6	28,6	6	28,6	1	4,2	-	-
	bdb	4	19,0	5	23,8	3	12,5	6	25,0
Średni	db	-	-	-	-	5	20,75	2	8,4
	dst	-	-	-	-	2	8,4	5	20,75
Niski	dop	-	-	-	-	-	-	-	-
	ndst	-	-	-	-	-	-	-	-

N – liczba osób w danej grupie.

Źródło: opracowanie własne.

3.5. Stopień opanowania pojęć muzycznych przez uczniów – podsumowanie

Wśród uczniów klas drugich najlepiej opanowane zostały pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach. W klasie eksperymentalnej 100% uczniów opanowało je w stopniu wysokim, natomiast w klasie kontrolnej 41,6% uczniów. Pozostali uczniowie klasy kontrolnej (58,4%) uzyskali wyniki w stopniu średnim.

Uczniowie bardzo dobrze opanowali pojęcia muzyczne z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej. Ponad 85% dzieci z klasy eksperymentalnej opanowało je w stopniu wysokim i ponad 14% w stopniu średnim. W klasie kontrolnej natomiast tylko 29% dzieci opanowało powyższe pojęcia w stopniu wysokim, zaś w 66,6% w stopniu średnim i w 4,2% w stopniu niskim.

Uczniowie dość dobrze opanowali pojęcia muzyczne z zakresu metrum i wartości rytmicznych.

Ponad 90% uczniów klasy eksperymentalnej opanowało powyższe pojęcia w stopniu wysokim i 9,6% w stopniu średnim. W klasie kontrolnej zaś 20,8% uczniów opanowało pojęcia w stopniu wysokim, 71% w stopniu średnim i 8% uczniów w stopniu niskim.

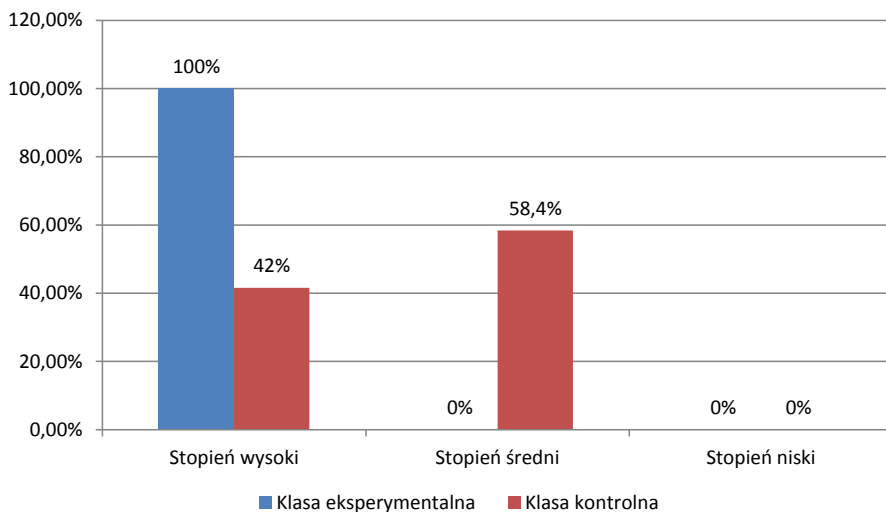
Najwięcej trudności przysporzyły dzieciom z klasy kontrolnej pojęcia muzyczne z zakresu cech dźwięku.

W klasie eksperymentalnej 100% uczniów przyswoiło sobie powyższe pojęcia w stopniu wysokim. W klasie kontrolnej stopnia wysokiego nie odnotowano. Ponad 83% uczniów opanowało pojęcia w stopniu średnim i 16,7% w stopniu niskim.

W większości uczniowie klasy eksperymentalnej opanowali pojęcia muzyczne w stopniu wysokim, poza trójką uczniów, którzy otrzymali oceny dobre. Dwie dziewczynki otrzymały czwórki dwukrotnie (z dynamiki dźwięku i wartości rytmicznych), natomiast jeden chłopiec uzyskał ocenę dobrą z dynamiki dźwięku.

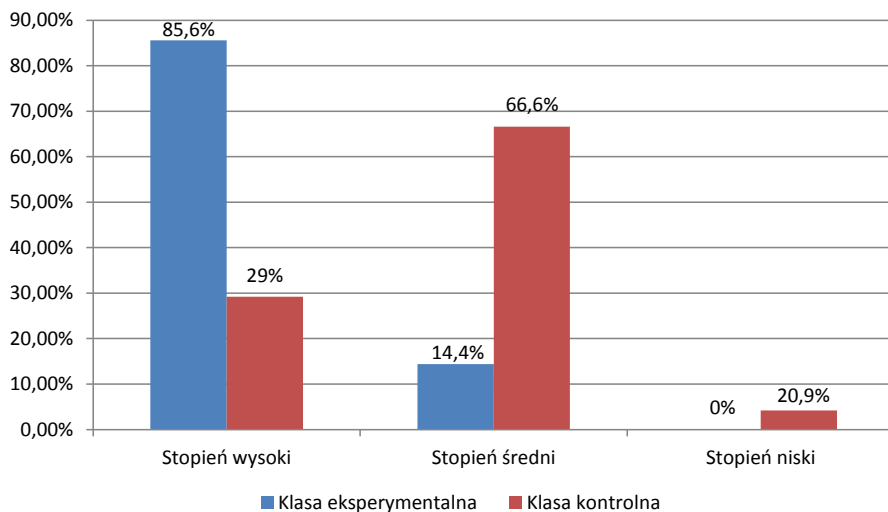
Uczniowie klasy kontrolnej najlepiej przyswoili sobie pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach, a w następnej kolejności dynamiki dźwięku, metrum i wartości rytmicznych oraz cech dźwięku (gdzie odnotowano cztery oceny niedostateczne).

Wyniki części muzycznej sprawdzianu świadczą, że czynnik eksperymentalny wpłynął również na zmienną zależną uboczną (w tym przypadku był nią stopień opanowania pojęć muzycznych). Prawie wszyscy uczniowie klasy eksperymentalnej (90,4%) osiągnęli stopień wysoki. Takiego rezultatu nie uzyskało żadne dziecko z grupy kontrolnej. Najlepiej opanowane zostały pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach. Dość dobre wyniki osiągnęły dzieci w zakresie opanowania pojęć dotyczących dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej, ale także w tym przypadku



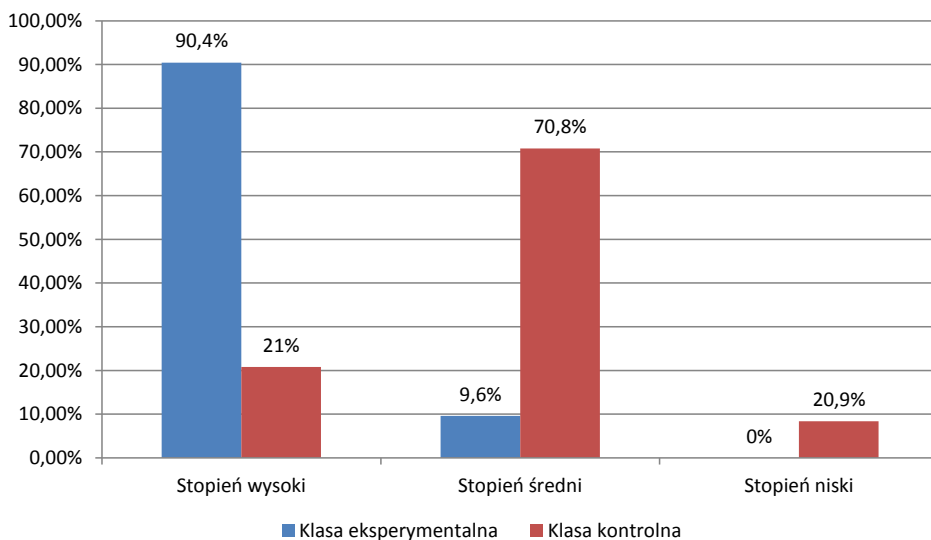
Wykres 6. Pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach

Źródło: opracowanie własne.



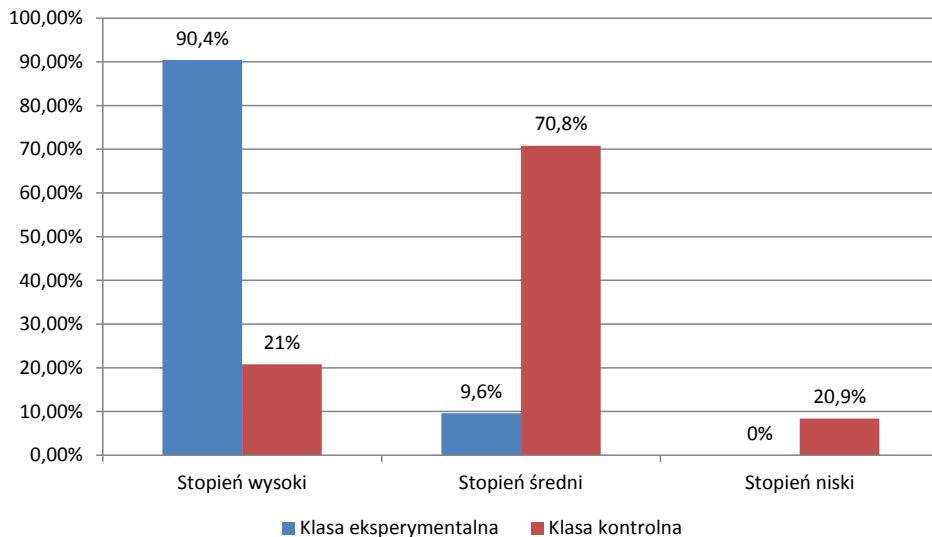
Wykres 7. Pojęcia muzyczne z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej

Źródło: opracowanie własne.



Wykres 8. Pojęcia muzyczne z zakresu metrum i wartości rytmicznych

Źródło: opracowanie własne.



Wykres 9. Pojęcia muzyczne z zakresu cech dźwięku

Źródło: opracowanie własne.

dużo lepsze wyniki otrzymały dzieci objęte modelowym kształceniem (85% uczniów klasy eksperymentalnej i 29,2% uczniów klasy kontrolnej). Podobna sytuacja była w przypadku opanowania pojęć z zakresu metrum i wartości rytmicznych, wyniki w klasie eksperymentalnej były znacząco wyższe (odpowiednio 90,4% i 20,8%). Uczniom z klasy kontrolnej najwięcej trudności przysporzyło przyswojenie sobie pojęć muzycznych z zakresu cech dźwięku (w stopniu średnim – 83,3% oraz niskim – 16,7%), natomiast 100% uczniów klasy eksperymentalnej opanowało je w wysokim stopniu.

4. Korelacje między stopniem opanowania pojęć matematycznych i muzycznych

Prowadzenie zajęć muzycznych zgodnie z zasadami nauczania zintegrowanego (w zakresie treści) wpłynęło na lepsze opanowanie pojęć matematycznych przez uczniów.

Założenie o współzależności poziomu opanowania pojęć matematycznych i pojęć muzycznych miało dla eksperymentu podwójne znaczenie. Poprzez badania statystyczne szukano odpowiedzi na pytanie o siłę wzajemnych związków tych pojęć. Próbowano też znaleźć potwierdzenie osiągnięć współczesnej psychologii, która przyjmuje, że im bogatsza jest rzeczywistość i większa współzależność składających się na nią elementów oraz im bardziej te elementy wzajemnie się przenikają, tym dziecko łatwiej gromadzi doświadczenia, które następnie organizuje w umyśle w całościowe struktury – pojęcia.

W celu zbadania współzależności między pojęciami matematycznymi a muzycznymi posłużono się metodą korelacji Pearsona. Korelacja to współzależność między zmiennymi, których siłę określają współczynniki, zgodnie z klasyfikacją J.P. Guilforda.

Tabela 45. Siła zależności między zmiennymi – klasyfikacja według J.P. Guilforda⁵⁴

Współczynnik	Korelacja	Zależność
Poniżej 0,20	słaba	prawie nic nie znacząca
0,20 - 0,40	niska	wyrażona lecz mała
0,40 - 0,70	umiarkowana	Istotna
0,70-0,90	wysoka	Znaczna
0,90-1,00	bardzo wysoka	bardzo pewna

Źródło: Cz. Nowaczyk, *Podstawy metod statystycznych dla pedagogów*, Jelenia Góra 1995, s. 105.

⁵⁴ Cz. Nowaczyk, *Podstawy metod statystycznych dla pedagogów*, Jelenia Góra 1995, s. 105.

Zastosowanie obliczeń statystycznych pozwoliło określić współczynniki korelacji rangowej (pozycyjnej) między przyswojeniem pojęć matematycznych a opanowaniem pojęć muzycznych (na podstawie wyników sprawdzianu końcowego).

Badania statystyczne dotyczące istnienia korelacji metodą Pearsona między pojęciami matematycznymi a muzycznymi ukazały, że zdecydowana ich większość okazała się silniejsza (a tym samym bardziej znacząca) w klasie eksperymentalnej. Tabele z korelacjami zostały umieszczone w aneksach, natomiast w tej części podrozdziału zawarto tylko ich omówienie.

Korelacje wysokie wystąpiły jedynie w klasie eksperymentalnej między:

- pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z cechami dźwięku (współczynnik: 0,836**; korelacja wysoka; zależność znaczna na poziomie 0,01 – dwustronna),
- pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi dotyczącymi metrum i wartości rytmicznych (współczynnik 0,846**; korelacja wysoka; zależność znaczna na poziomie 0,01 – dwustronna),
- pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi związanymi z cechami dźwięku (współczynnik: 0,786**; korelacja wysoka; zależność znaczna na poziomie 0,01 – dwustronna),
- pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z cechami dźwięku (współczynnik 0,891**; korelacja wysoka; zależność znaczna na poziomie 0,01 – dwustronna),
- pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi dotyczącymi metrum i wartości rytmicznych (współczynnik: 0,837**; korelacja wysoka; zależność znaczna na poziomie 0,01 – dwustronna).

Korelacje słabe wystąpiły tylko w klasie kontrolnej między:

- pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej (współczynnik: 0,132; korelacja słaba; zależność prawie nic nie znacząca),
- pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi w zakresie wiadomości o instrumentach (współczynnik: 0,190; korelacja słaba; zależność prawie nic nie znacząca),
- pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi dotyczącymi metrum i wartości rytmicznych (współczynnik: 0,090; korelacja słaba; zależność prawie nic nie znacząca),
- pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z cechami dźwięku (współczynnik: 0,106; korelacja słaba; zależność prawie nic nie znacząca),
- pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami mu-

zycznymi dotyczącymi metrum i wartości rytmicznych (współczynnik: 0,114; korelacja słaba; zależność prawie nic nie znacząca).

Jak pokazano w punkcie 2 edukacja muzyczna sprzyja opanowaniu pojęć matematycznych w zakresie figur geometrycznych u dzieci klas drugich. Potwierdziły to wyższe wyniki w klasie eksperymentalnej. Ponadto przypuszczano, że istnieje korelacja pomiędzy opanowaniem pojęć z zakresu figur geometrycznych a przyswojeniem pojęć muzycznych. Wyniki analiz statystycznych przeprowadzonych metodą Pearsona to potwierdziły. Wszystkie korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi, jakie wystąpiły, okazały się silniejsze w klasie eksperymentalnej.

Edukacja muzyczna sprzyja również opanowaniu pojęć matematycznych w zakresie zbiorów i ich klasyfikacji u dzieci klas drugich. Wyniki klasy eksperymentalnej potwierdziły to przypuszczenie. Analiza statystyczna metodą Pearsona potwierdziła, że istnieją korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi.

Podobnie było w przypadku innych elementów matematycznych, gdzie edukacja muzyczna sprzyjała opanowaniu pojęć matematycznych w zakresie działań arytmetycznych u dzieci klas drugich. Potwierdziły to lepsze wyniki klasy eksperymentalnej. Istnieje korelacja między pojęciami z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi.

Edukacja muzyczna sprzyja opanowaniu pojęć matematycznych w zakresie wiadomości i umiejętności praktycznych u dzieci klas drugich. Potwierdziły to lepsze wyniki klasy eksperymentalnej. Przypuszczano, że istnieje związek między stopniem opanowania pojęć z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych a pojęciami muzycznymi. Wyniki analiz statystycznych metodą Pearsona to potwierdziły.

Analizy obejmowały także ujęcie zmiennych ze względu na specyfikę pojęć muzycznych. Wnioski zawarto poniżej.

Prawie wszystkie korelacje okazały się silniejsze w klasie eksperymentalnej. Jedyne korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi związanymi z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej wystąpiły jako umiarkowane, współczynnik w klasie eksperymentalnej okazał się wyższy niż w klasie kontrolnej.

Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi z zakresu wiadomości o instrumentach wystąpiły jako umiarkowane w obydwu klasach. Współczynnik jednak w klasie eksperymentalnej okazał się wyższy aniżeli w klasie kontrolnej.

Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z cechami dźwięku, jak również z zakresu wiadomości o instrumentach okazały się silniejsze w klasie eksperymentalnej. Natomiast korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu wiadomości

i umiejętności praktycznych a pojęciami muzycznymi związanymi z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej oraz pojęciami, które dotyczą metrum i wartości rytmicznych wystąpiły jako umiarkowane w obydwu klasach. Współczynniki okazały się wyższe w klasie eksperymentalnej.

Podsumowując, problematyka ta wymaga dalszych pogłębionych badań, jednak wyniki eksperymentu pozwalają uznać potrzebę integrowania treści różnych dziedzin, nawet tak odległych jak matematyka i muzyka. Poszukiwanie wspólnych elementów tych dyscyplin w procesie edukacji wydaje się więc wskazane. Muzyka może spełniać w nauczaniu zintegrowanym zarówno funkcje zabawowo-relaksacyjne, jak i poznawczo-kształcące. Korzystanie z różnorodności metod, form i środków dydaktycznych w wychowaniu muzycznym przez świadomego swych zadań nauczyciela, sprzyja efektywności procesów poznawczych.

Zakończenie

*Wy nie wiecie co to jest matematyka!
Wy myślicie: liczby, liczby! Nie! A ona śpiewa, gra jak kryształ.
Cała dusza tonie w dźwięcznym, przejrzystym kryształ.*

Stanisław Brzozowski

Celem niniejszego opracowania było pokazanie możliwości kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w nauczaniu wczesnoszkolnym. Zebrano i uporządkowano rezultaty dociekań empirycznych i teoretycznych na ten temat. Dokonano także prezentacji praktycznych możliwości kształtowania pojęć matematycznych na lekcjach muzyki. Starano się wskazać na ile można integrować treści nauczania muzyki i matematyki.

Zamieszczone wyniki badań miały pomóc w rozpoznaniu możliwości łączenia treści obydwu tych przedmiotów.

Skuteczne nauczanie musi być zaplanowane i konsekwentnie realizowane. Skuteczność ta jest w dużym stopniu uwarunkowana między innymi umiejętnością prawidłowego odczytania przez nauczycieli podstawowych celów, zadań nauczania początkowego, zawartych w programie nauczania. Poprawne zaś odczytywanie programów wiąże się ściśle z właściwym zrozumieniem intencji nauczania i wychowania¹.

Przed przystąpieniem do eksperymentu pedagogicznego, który polegał na kształtowaniu pojęć matematycznych na modelowych lekcjach muzyki przypuszczano, że podejście zintegrowane może sprzyjać intensyfikacji procesu kształcenia, a tym samym osiągnięciu wyższych wyników kształcenia. Przyjęto na podstawie literatury oraz własnego doświadczenia pedagogicznego, że wszystkie formy wychowania muzycznego sprzyjają kształtowaniu pojęć matematycznych na lekcji muzyki. Zrealizowany eksperyment to potwierdził.

¹ P. Kowolik, *Integracja nauczania i wychowania w edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Wychowanie i nauczanie zintegrowane w klasach początkowych*, red. M.T. Michalewska, H. Moroz, Katowice 1997, s. 38.

Współczesny nauczyciel klas młodszych powinien w swojej pracy stosować szeroki wachlarz metod, takich jak: pogadanka, opowiadanie i wyjaśnienie, opisywanie przy współpracy i współdziałaniu z uczniami. Wszelkie zadania i ćwiczenia o charakterze dydaktyczno-wychowawczym podczas lekcji powinien uzupełniać zabawami i grami dydaktycznymi. Dziecku bowiem tak należy zorganizować zewnętrzne warunki działalności i stworzyć odpowiednią atmosferę emocjonalną, aby mogło poznawać i tworzyć². Jednakże, osiągnięcie założonych celów jest możliwe wówczas, gdy nauczyciel jest świadomy tego, że jego rolą jest wspomaganie rozwoju ucznia poprzez organizowanie aktywności zbiorowej i indywidualnej, jak również organizowanie integracji działań dotyczących poszczególnych przedmiotów³.

W ramach zrealizowanego eksperymentu pedagogicznego próbowano ustalić, czy, a jeśli tak, to w jakim stopniu realizacja modelowego kształcenia muzycznego sprzyja opanowaniu przez uczniów klas drugich wybranych pojęć matematycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej?

Próbowano także ustalić, czy odpowiednio wzbogacona o elementy muzyczne edukacja zintegrowana sprzyja opanowaniu pojęć matematycznych z zakresu: prostych figur geometrycznych, zbiorów i ich klasyfikacji, działań arytmetycznych, pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych.

Główna hipoteza była ściśle związana z eksperymentem pedagogicznym, najistotniejszym elementem badań. Założono, że w klasie eksperymentalnej, w której zrealizowano modelowe kształcenie muzyczne, oczekiwać można wyższego poziomu opanowania pojęć matematycznych u dzieci. Zmienną zależną stanowił tu stopień opanowania pojęć matematycznych. Zmienną zależną uboczną zaś – stopień opanowania pojęć muzycznych. Zmienną niezależną stanowiła realizacja modelowego nauczania muzyki wspomagającego kształtowanie pojęć matematycznych u uczniów klas drugich w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej.

Poziom opanowania pojęć matematycznych w obydwu klasach – zarówno eksperymentalnej, jak i kontrolnej – przed rozpoczęciem eksperymentu można było uznać za dość wysoki i wyrównany.

Po przeprowadzeniu eksperymentu dokonano pomiaru końcowego. Stopień wysoki odnotowano tylko w klasie eksperymentalnej.

Najlepiej opanowane zostały pojęcia matematyczne z zakresu figur geometrycznych. Bardzo dobrze uczniowie przyswoili pojęcia z zakresu działań arytmetycznych. Dość dobrze dzieci opanowały pojęcia z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji oraz wiadomości i umiejętności praktycznych. Dowodzi to, że zadziałał czynnik ekspery-

2 *Ibidem*, s. s. 39.

3 H. Moroz, P. Morejko, *Przemiany edukacji matematycznej na poziomie wczesnoszkolnym*, [w:] *Współczesne tendencje w teorii i praktyce nauczania początkowego*, red. H. Moroz, Katowice 1997, s. 64.

mentalny, zmienna niezależna, czyli realizacja modelowego nauczania muzyki wspomagającego kształtowanie pojęć matematycznych u uczniów.

Prowadzenie zajęć muzycznych zgodnie z zasadami nauczania zintegrowanego (w zakresie treści) wpłynęło na lepsze opanowanie pojęć matematycznych. Główna hipoteza badań związana z eksperymentem została potwierdzona. Czynniki eksperymentalny zadziałał również zdecydowanie na zmienną zależną uboczną (stopień opanowania pojęć muzycznych). Aż 90,4% uczniów klasy eksperymentalnej osiągnęło stopień wysoki (w punktacji ogólnej za część muzyczną). Takiego rezultatu nie uzyskało żadne dziecko z grupy kontrolnej. Najlepiej opanowane zostały pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach. Pojęcia z zakresu metrum i wartości rytmicznych opanowało w stopniu wysokim 90,4% uczniów klasy eksperymentalnej i 20,8% uczniów klasy kontrolnej. Wyniki dotyczące opanowania pojęć z zakresu cech dźwięku oraz kierunku linii melodycznej były zdecydowanie lepsze w klasie eksperymentalnej.

Wyniki eksperymentu pozwalają uznać potrzebę integrowania treści różnych dziedzin, nawet tak odległych jak matematyka i muzyka. Trzeba poszukiwać wspólnych elementów tych dyscyplin. Muzyka bowiem może spełniać w nauczaniu zintegrowanym wiele funkcji. Korzystanie zaś z różnorodności metod, form i środków dydaktycznych w wychowaniu muzycznym przez świadomego swych zadań nauczyciela, sprzyja efektywności procesów poznawczych.

Założenie o współzależności poziomu opanowania pojęć matematycznych i pojęć muzycznych miało dla eksperymentu podwójne znaczenie. Poprzez analizy statystyczne szukano wzajemnych związków pomiędzy stopniem opanowania tych pojęć. Chciano również znaleźć potwierdzenie osiągnięć współczesnej psychologii – im bogatsza jest rzeczywistość i większa współzależność składających się na nią elementów oraz im bardziej te elementy wzajemnie się przenikają, tym dziecko łatwiej gromadzi doświadczenia, które następnie organizuje w umyśle w całościowe struktury – pojęcia.

Zebrany materiał daje możliwość sformułowania następujących zaleceń dotyczących realizacji procesu kształcenia w ramach edukacji wczesnoszkolnej.

W procesie kształcenia i wychowania należy uwzględniać aktualny poziom rozwoju dziecka i organizować nauczanie, tak dobierając środki oddziaływania wychowawczego, aby ułatwić dziecku przejście na wyższy szczebel rozwoju.

W systemie integralnego nauczania należy stosować wielorakie rozwiązania organizacyjne z zastosowaniem różnorodnych form pracy uczniów.

Sytuacje problemowe należy tworzyć w ten sposób, aby od czynności konkretnych poprzez obrazy przechodzić do słów i symboli. Dziecko poznaje rzeczywistość w sposób synkretyczny (całościowy, nieodróżnicowany), dlatego należy tworzyć warunki sprzyjające zdobywaniu przez ucznia maksimum doświadczeń ułatwiających powstawanie w umyśle dziecka kompleksowych struktur.

Matematyka jest dyscypliną sformalizowaną i abstrakcyjną. Dzieci w wieku wczesnoszkolnym mają dość często problemy z opanowaniem abstrakcyjnych pojęć matematycznych. Należy przełamywać trudności w nauczaniu matematyki, organizując czynności uczniów z wykorzystaniem realnych przedmiotów, najlepiej dostępnych w ich najbliższym otoczeniu.

Elementami struktur psychicznych są nie tylko pojęcia, lecz także emocje. Nauczanie zintegrowane powinno sprzyjać tworzeniu w umyśle ucznia struktur operacyjnych, układów relacji, które umożliwiają kształtowanie nowych pojęć. Jednak proces ten jest bardziej efektywny, gdy dzieci mają możliwość łączenia zdobywania wiedzy z działaniami ekspresyjnymi (pozytywnymi emocjonalnie).

Należy dbać o to, aby dziecko jak najrzadziej otrzymywało gotowe do zapamiętania informacje. Trzeba zapobiegać posługiwaniu się przez uczniów pojęciami niezrozumiałymi, zapamiętywanymi automatycznie i wspomagać proces uczenia się poprzez sytuacje zabawowo-zadaniowe (rozwiązywanie problemów traktowanych jako interesujące wyzwanie).

Wiedzę tworzą powiązane ze sobą pojęcia konkretne i abstrakcyjne. Warunkiem integracji jest ich opanowanie na odpowiednio wysokim poziomie. Należy zachować zasadę systematyczności i stopniowania kształcenia.

W procesie nauczania zintegrowanego należy możliwie często korzystać z muzycznych metod ekspresyjnych, które angażują całą osobowość dziecka. Twórcza ekspresja rozwija bardzo sferę poznawczą ucznia: percepcję, pamięć, myślenie pojęciowo-logiczne. W realizacji funkcji poznawczo-kształcących najbardziej efektywne są metody problemowe i to one powinny dominować w procesie nauczania zintegrowanego.

Dzięki ćwiczeniom muzyczno-lingwistycznym uczniowie mogą wzbogacić zasób swego słownictwa, związków frazeologicznych, poprawić wymowę, osiąść umiejętność trafnego, zwięzłego wypowiedzania się, adekwatnego do sytuacji. W związku z tym należy wyznaczyć większą niż dotąd rolę kształcenia językowego uczniów w powiązaniu z działaniami muzycznymi.

Muzyka powinna być bardziej wszechstronnie wykorzystywana w edukacji wczesnoszkolnej. Niestety niewielkie zdolności muzyczne, brak opanowania gry na instrumentach, niedostateczne przygotowanie muzyczne w czasie studiów powodują, że nauczyciele nie zawsze są w stanie zapewnić uczniom właściwy poziom kontaktu z muzyką. Należy więc lepiej przygotowywać studentów pedagogiki do prowadzenia zajęć muzycznych (co uwarunkowane jest posiadaniem zdolności w tym kierunku). Właściwsze jednak wydaje się powierzenie zajęć muzycznych w szkole nauczycielowi-specjaliście.

W nauczaniu zintegrowanym nauczyciel odgrywa szczególną rolę. To on tworzy właściwą koncepcję realizacji programu, który stanowi kontynuację edukacji realizowanej w rodzinie, przedszkolu i innych środowiskach.

We współczesnej pedagogice polskiej toczy się szeroka dyskusja na temat nauczania zintegrowanego i miejsca w nim wychowania muzycznego. Przeprowadzone badania wpływu edukacji muzycznej na procesy poznawcze zdecydowanie wskazują na potrzebę pełniejszego wykorzystania muzyki w edukacji wczesnoszkolnej. Przedstawione refleksje i propozycje będące wynikiem badań i doświadczeń własnych autorki są głosem w tej dyskusji. Należy tworzyć projekty dydaktyczne, przedstawiać praktyczne możliwości kształtowania pojęć matematycznych, nie bojąc się integrowania ich z kształceniem muzycznym. Wskazane są dalsze prace nad uwarunkowaniami procesu kształtowania pojęć w nauczaniu zintegrowanym. Celowe wydaje się również poszukiwanie wspólnych treści, które można integrować w procesie nauczania różnych dziedzin wiedzy z muzyką.

Literatura

- Aebli H., *Dydaktyka psychologiczna*, Warszawa 1959.
- Al.-Khamisy D., *Rozwijanie pojęć przyrody nieożywionej u dzieci sześciolletnich*, Warszawa 1996.
- Andruszko M.A., *Od nauczania łącznego do integracji w nauczaniu początkowym*, [w:] *Podstawy nauczania początkowego*, red. R. Więckowski, K. Rogulska, Wrocław 1991.
- Arehbay Berik, Song Nai-Qing, Ibrahimov Sayat, *Some Aspects of Effective Mathematics Lessons in Primary School*, „International Journal of Academic Research”, November 2013, Vol. 5, No. 6.
- Arends R.J., *Uczymy się nauczać*, Warszawa 1994.
- Bandura L., *Trudności w procesie uczenia*, Warszawa 1968.
- Białkowski A. (red.), *Wychowanie muzyczne stan badań a praktyka edukacyjna*, Lublin 1995.
- Boczar M., *Kształtowanie pojęć – alternatywa dydaktyczna*, Wrocław 1995.
- Bożek-Głowik K., *Śpiewnik dziecięcy – klasy 0-3*, Gdańsk 1999.
- Bremer Z., *From Square Dance to Mathematics*, „Mathematics Teaching”, November 2010, Vol. 220.
- Bruner J., *Poza dostarczone informacje*, Warszawa 1978.
- Bruner J., *W poszukiwaniu teorii nauczania*, Warszawa 1974.
- Bula K., *Jak mówić o muzyce*, Warszawa 1991.
- Burowska Z., *Współczesne systemy wychowania muzycznego*, Warszawa 1976.
- Cackowska M., *Eksperymentalne metody nauczania w Związku Radzieckim*, „Życie Szkoły” 1965, nr 5.
- Cackowska M., *Integracja edukacji wczesnoszkolnej – szanse i zagrożenia*, [w:] *Teoretyczne i praktyczne aspekty kształcenia zintegrowanego*, red. H. Kosętko, J. Kuźma, Kraków 2000.
- Cackowska M., *Myślenie i mowa w ujęciu L. S. Wygotskiego*, „Ruch Pedagogiczny” 1961, nr 5.
- Cackowska M., *Nauczanie a rozwój umysłowy uczniów*, „Kwartalnik Pedagogiczny” 1977, nr 1(83).
- Cackowski Z., *O teorii poznania i poznawania*, Warszawa 1968.
- Chlewiński Z., *Umysł – dynamiczna organizacja pojęć*, Warszawa 1999.
- Chowaniec M., *Zeszyt ćwiczeń dla szkół muzycznych, klasa 1 i 2*, Kraków 1995.
- Cydzik Z., *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej*, Warszawa 1986.
- Czeżowski T., *Wyobrażenia, pojęcia*, [w:] *Encyklopedia pedagogiczna*, Warszawa 1993.
- Dewey J., *Jak myślimy*, Warszawa 1957.
- Duraj-Nowakowa K., *Integrowanie edukacji wczesnoszkolnej*, Kraków 1998.

- Dyląg J., *Efektywność procesu kształcenia przedmiotowego nauczycieli muzyki w kolegiach nauczycielskich*, [w:] *Teoretyczne i praktyczne aspekty kształcenia zintegrowanego*, red. H. Kośotka, J. Kuźma, Kraków 2000.
- Edukacja dla rozwoju*, red. H. Moroz, Katowice 1996.
- Edukacja wczesnoszkolna*, red. B. Wilgocka-Okon, Warszawa 1985.
- Encyklopedia pedagogiczna*, Warszawa 1993.
- Fiske H.E., *Badania eksperymentalne*, [w:] red. A.E. Kemp *Zarys metodyki badań naukowych w pedagogice muzycznej*, Zielona Góra 1997.
- Fleischer-Iwan E., *Wiolinek i nutka*, z. 1, Lublin 1996.
- Gawęł-Luty E., *Kreatywność szkoły warunkiem innowacyjności nauczyciela*, [w:] *Współczesne przemiany kształcenia i doskonalenia pedagogicznego nauczycieli*, red. R. Parzęcki, Bydgoszcz 1989.
- Gawryłkiewicz M., *Melobajka...*, [w:] *Innowacje pedagogiczne w edukacji muzycznej dzieci i młodzieży*, red. L. Kataryńczuk-Mania, Zielona Góra 2000.
- Geppert M., *Kształtowanie wyobrażeń i pojęć uczniów w świetle pedagogiki radzieckiej*, Warszawa 1966.
- Gnitecki J., *Pedagogika wobec reform programowych*, [w:] G. Miłkowska-Olejniczak, K. Uzdziński, *Pedagogika wobec przemian i reform oświatowych*, Zielona Góra 2000.
- Gnitecki J., *Supernauczanie – perspektywy nowej edukacji*, Poznań 1997.
- Gnitecki J., *Zarys metodologii badań w pedagogice empirycznej*, Zielona Góra 1993.
- Gordon E.E., *Sekwencje uczenia się w muzyce*, Bydgoszcz 1999.
- Gordon E.E., *Umuzycznianie niemowląt i małych dzieci*, Kraków 1997.
- Goriszowski W., Kowolik P., *Metodologiczno-metodyczne problemy wychowania muzycznego w zarysie*, Kielce 1994.
- Gostawski Z., *Z zagadnień socjologii wywiadu*, „Studia Socjologiczne” 1961, nr 2.
- Góralski A., *Metody opisu i wnioskowania statystycznego w psychologii i pedagogice*, Warszawa 1987.
- Grochociński M., *Kultura pedagogiczna w rodzinie*, [w:] M. Ziemska, *Rodzina i dziecko*, Warszawa 1986.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Dojrzałość operacyjna rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci z klas początkowych*, „Psychologia Wychowawcza” 1986, nr 3.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1994.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Katowice 1985.
- Gutowska H., *Kształtowanie pojęć*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia w klasach I-III*, red. M. Le-lonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Hajduk E., *Hipoteza w badaniach pedagogicznych*, Zielona Góra 1993.
- Hajduk E., *Zielona Góra – funkcje jej instytucji kultury*, „Rocznik Lubuski”, t. 24, cz. 2, red. E. Hajduk, E. Narkiewicz-Niedbałec, Zielona Góra 1998.
- Hornowski B., *Rozwój inteligencji i uzdolnień specjalnych*, Warszawa 1978.

- Hurlock E., *Rozwój dziecka*, Warszawa 1961.
- Hyman R., *Badania naukowe w psychologii*, Warszawa 1958.
- Innowacje pedagogiczne w edukacji muzycznej dzieci i młodzieży*, red. L. Kataryńczuk-Mania, Zielona Góra 2000.
- Jabłońska M., *Rola i miejsce środków dydaktycznych w procesie nauczania – uczenia się*, [w:] *Podstawy nauczania początkowego*, red. R. Więckowski, K. Roguńska, Wrocław 1991.
- Jacher J., *Rola szkoły w umuzykalnianiu środowiska*, „Poradnik Muzyczny” 1983, nr 2-3.
- Jakowicka M., *Geneza i rozwój idei integracji ze szczególnym uwzględnieniem edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Teoretyczne i praktyczne aspekty kształcenia zintegrowanego*, red. H. Košetka, I. Kuźma, Kraków 2000.
- Jakowicka M., *Integracja jako jedna z głównych idei jakościowego aspektu edukacji na XXI wiek*, [w:] *Pedagogika wobec przemian i reform oświatowych*, red. G. Miłkowska-Olejniczak, K. Uździcki, Zielona Góra 2000.
- Jakowicka M., *Praca wychowawcza*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia w klasie I-III*, red. M. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Jakowicka M., *Stan i potrzeby rozwoju pedagogiki wczesnoszkolnej*, Zielona Góra 1983.
- Jantz R., *Nauczanie pojęć*, [w:] *Uczymy się nauczać*, red. R.J. Arends, Warszawa 1994.
- Johnson G.L., Edelson R.J., *Integrating Music and Mathematics in the Elementary Classroom*, „Teaching Children Mathematics”, April 2003, Vol. 9, No 8.
- Jordan-Szymańska A., *Percepcja muzyki*, [w:] *Wybrane zagadnienia z psychologii muzyki*, red. M. Manturzevska, H. Kotarska, Warszawa 1990.
- Jurkowski A., *Ontogeneza mowy i myślenia*, Warszawa 1986.
- Kamińska B., *Kompetencje wokalne dzieci i młodzieży – ich poziom, rozwój i uwarunkowania*, Warszawa 1997.
- Kataryńczuk-Mania L., Łuczak A., *Reforma oświaty a muzyka we współczesnej szkole ogólnokształcącej*, [w:] *Edukacja artystyczna wobec przemian społeczno-oświatowych*, red. L. Kataryńczuk-Mania, J. Karcz, Zielona Góra 2002.
- Keeler S., *Music for Music's Sake*, „American Music Teacher” April/May 2009.
- Kierzkowski M., *Rozwój muzyczny dziecka w wieku przedszkolnym. Uwarunkowania, dynamika i rola w kształtowaniu sfery psychoruchowej*, Gdańsk 2012.
- Kisiel M., *Muzyka i jej formy aktywności w integracyjnych działaniach nauczyciela nauczania początkowego zreformowanej szkoły podstawowej*, [w:] *Treści i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji*, red. V. Przerembska, Łódź 2000.
- Klimas-Kuchtowa E., *Audiacja w systemie przetwarzania informacji*, [w:] *Teoria uczenia się muzyki według Edwina G. Gordona*, red. E. Zwolińska, W. Jankowski, Bydgoszcz-Warszawa 1995.
- Klus-Stańska D., *Dokąd zmierza polska szkoła – pytania o ślepe uliczki, kierunki, konteksty*, [w:] *Dokąd zmierza polska szkoła*, red. D. Klus-Stańska, Warszawa 2008.
- Konaszkievicz Z., *Edukacja muzyczna w Polsce – samotna wyspa czy integralny element ładu wychowania*, „Wychowanie Muzyczne w Szkole” 2008, nr 2.
- Knox R.A., *Music power enhances brain function*, „Boston Globe” 1994, nr 10.
- Korzeniewski B., *Kształtowanie pojęć geograficznych w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1985.
- Kotarbiński T., *Zasady dobrej roboty. Wybór pism. Tom I*, Warszawa 1957.

- Kowolik P., *Integracja nauczania i wychowania w edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Wychowanie i nauczanie zintegrowane w klasach początkowych*, red. M.T. Michalewska, H. Moroz, Katowice 1997.
- Krukowski S., *Muzykujące rodziny – relikwiarz przeszłości czy element współczesności*, [w:] *Muzyka środkiem społecznienia młodych*, red. K. Młynarz, Poznań 1979.
- Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. I, Warszawa 1977.
- Krzyżowska T., *Zabawy z piosenką*, Katowice 1995.
- Kształcenie, doksztalcanie i doskonalenie zawodowe nauczycieli w kontekście potrzeb reformy Systemu Edukacji Narodowej*, MEN, Warszawa 1998.
- Kufit G., *Kształtowanie wyobrażeń i pojęć historycznych u uczniów klas początkowych*, Warszawa 1990.
- Kupisiewicz Cz., *Niepowodzenia dydaktyczne. Przyczyny oraz niektóre środki zaradcze*, Warszawa 1969.
- Kupisiewicz Cz., *Rola i funkcja podręcznika w nauczaniu początkowym*, [w:] *Edukacja wczesnoszkolna*, red. B. Wilgocka-Okoń, Warszawa 1985.
- Lachowski Z., *Problem i pseudoproblemy*, Warszawa 1964.
- Lech K., *Nauczanie wychowujące w praktyce szkolnej*, Warszawa 1974.
- Lech K., *Rozwijanie myślenia uczniów przez łączenie teorii z praktyką*, Warszawa 1963.
- Lech K., *System nauczania*, Warszawa 1971.
- Lelonek M., *Kształtowanie pojęć z przyrody nieożywionej w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1984.
- Lelonek H., *Środki dydaktyczne*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia w klasach 1-3*, red. H. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Lewandowska K., *Rozwój zdolności muzycznych*, Warszawa 1978.
- Lewicki A., *Rola abstrakcji pozytywnej i negatywnej w procesie uczenia się nowych pojęć*, „Studia Psychologiczne”, t. III, Warszawa 1960.
- Lipska E., *Muzyka w klasie II – przewodnik metodyczny*, Warszawa 1997.
- Lipska M., Przychodzińska M., *Drogi do muzyki*, Warszawa 1999.
- Lipska M., Przychodzińska M., *Muzyka w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1991.
- Łobocki M., *Metody badań pedagogicznych*, Warszawa 1982.
- Łobocki M., *Metody i techniki badań pedagogicznych*, Kraków 2006.
- Łuczak A., *Kształtowanie pojęć matematycznych na lekcjach muzyki w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Edukacja dziecka. Badania i praktyka pedagogiczna*, red. W. Segiet, B. Walak, A. Lis-Zaldivar, Gorzów Wielkopolski 2015.
- Łuczak A., *Między muzyką a matematyką. Wybrane zagadnienia z muzycznej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Treści, formy i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji: materiały z ogólnopolskiej konferencji naukowej*, red. V. Przeremska, Łódź 2000.
- Łuczak A., *Nauczanie muzyki a kształtowanie pojęć matematycznych w edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Innowacje pedagogiczne w edukacji muzycznej dzieci i młodzieży*, red. L. Kataryńczuk-Mania, Zielona Góra 2000.
- Łuczak A., *O miejsce muzyki w nowej szkole*, [w:] *Edukacja kulturalna dzieci i młodzieży*, red. B. Idzikowski, E. Narkiewicz-Niedbałec, Zielona Góra 2000.

- Łuczak A., *Rola edukacji muzycznej w kształtowaniu pojęć matematycznych u dzieci w wieku wczesnoszkolnym*. Rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem prof. zw. dra hab. Eugeniusza Rogalskiego i obroniona w Akademii Bydgoskiej (obecnie Uniwersytet Kazimierza Wielkiego), Bydgoszcz 2003.
- Łuczak A., *Rola i miejsce nauczyciela muzyki w edukacji wczesnoszkolnej (głos w dyskusji)*, [w:] *Kompetencje nauczyciela: stan, potrzeby i kierunki zmian*, red. E. Koziół, E. Kobyłecka, Zielona Góra 2002.
- Łuczak A., *Rola muzyki w rozwoju intelektualnym dzieci*, [w:] *Muzyka wokalna: dzieła – wykonawstwo – konteksty. Księga pamiątkowa dedykowana Profesor Irenie Marciniak*, red. B. Tarasiewicz, Poznań 2008.
- Łuczak A., *Supporting role of music therapy in developing selected mathematical concepts with in range of practical knowledge and skills*, [w:] *Art in Education and Therapy*, red. M. Furmankowska, Wrocław 2014.
- Łuczak A., *Terapeutyczny aspekt działań muzycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Sztuka wobec zakresów wolności człowieka liberalnego: pedagogiczne rozważania i doświadczenia*, red. M. Zalewska-Pawlak, Łódź 2009.
- Łuczak A., *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Wokół teoretycznych podstaw kształcenia muzycznego*, red. A. Michalski, Gdańsk 2014.
- Łuczak A., *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych dotyczących prostych figur geometrycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Muzyka – edukacja – terapia: przekraczanie barier*, red. J. Fyk, A. Łuczak, Zielona Góra 2010.
- Łuczak A., *Wspomagająca rola form muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Szkoła XXI wieku – szkoła edukacji estetycznej: projekt nadziei*, red. M. Zalewska-Pawlak, A. Pikała, Łódź 2011.
- Łuczak A., *Wspomagająca rola działań muzycznych w pracy z dzieckiem niepełnosprawnym intelektualnie w stopniu lekkim*, [w:] *Wspomaganie rozwoju dzieci z rzadkimi zespołami genetycznymi*, red. A. Twardowski, Poznań 2009.
- Łuczak A., *Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej*, [w:] *Wokół teoretycznych podstaw kształcenia muzycznego*, red. A. Michalski, t. 3 serii Pedagogika muzyki. Cechy – aksjologia – systematyka, Gdańsk 2014.
- Makarewicz J., *Doskonalenie wczesnoszkolnego nauczania geometrii*, Bydgoszcz 1993.
- Marciniak I., *Rozważania nad miejscem muzyki w powszechnej i zreformowanej szkole polskiej*, [w:] *Pedagogika wobec przemian i reform oświatowych*, red. G. Miłkowska-Olejniczak, K. Uździcki, Zielona Góra 2000.
- Miklaszewski K., *Uczenie się muzyki*, [w:] *Wybrane zagadnienia z psychologii muzyki*, red. M. Manturzevska, H. Kotafska, Warszawa 1990.
- Misiorna E., *Zintegrowana edukacja w klasach I-III*, Poznań 1999.
- Moroz H., *Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym*, Warszawa 1982.

- Moroz H., *Twórcze funkcjonowanie młodego nauczyciela w zawodzie*, [w:] *Edukacja dla rozwoju*, red. H. Moroz, Katowice 1996.
- Moroz H., Morejko P., *Przemiany edukacji matematycznej na poziomie wczesnoszkolnym*, [w:] *Współczesne tendencje w teorii i praktyce nauczania początkowego*, red. H. Moroz, Katowice 1997.
- Muszyński H., *Wstęp do metodologii pedagogiki*, Warszawa 1972.
- Muzyka środkiem uspołecznienia młodych*, red. K. Młynarz, Poznań 1979.
- Nalaskowski A., *Edukacyjny show*, Kraków 1998.
- Narkiewicz-Niedbałec E., *Uczestnictwo w kulturze i aspiracje życiowe młodzieży szkolnej*, Zielona Góra 1997.
- Niziurski M., *Wychowanie muzyczne - co dalej?*, [w:] *Wychowanie muzyczne – stan badań a praktyka edukacyjna*, red. A. Białkowski, Lublin 1995.
- Niziurski M., *Wartościowanie treści programowych w kształceniu nauczycieli muzyki*, [w:] *Powszechne wychowanie muzyczne wobec przemian edukacyjnych w Europie*, red. E. Rogalski, Bydgoszcz 1999.
- Nowaczyk Cz., *Podstawy metod statystycznych dla pedagogów*, Jelenia Góra 1995
- Nowak S., *Metodologia badań socjologicznych*, Warszawa 1970.
- Nowak S., *Metodologia badań społecznych*, Warszawa 1985.
- Nowak W., *Konwersatorium z dydaktyki matematyki*, Warszawa 1989.
- Okoń W., *Proces nauczania*, Warszawa 1965.
- Okoń W., *Słownik pedagogiczny*, Warszawa 1975, 1981, 1984.
- Okoń W., *Nowy słownik pedagogiczny*, Warszawa 1996.
- Okoń W., *Wprowadzanie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa 1995.
- Oryl M., *Dwupoziomowe nauczanie – uczenie się w klasach „o” - III szkoły podstawowej*, Bydgoszcz 1996.
- Papadopoulos A., *Mathematics and Music Theory: From Pythagoras to Rameau*, „Mathematical Intelligencer” 2002, Vol. 24, No. 1.
- Parzęcki R., *Kwalifikacje i kompetencje zawodowe nauczycieli*, [w:] *Współczesne przemiany kształcenia i doskonalenia pedagogicznego nauczycieli*, red. R. Parzęcki, Bydgoszcz 1998.
- Pawłowski T., *Tworzenie pojęć w naukach humanistycznych*, Warszawa 1986.
- Pedagogika wobec przemian i reform oświatowych*, red. G. Miłkowska-Olejniczak, K. Uzdzički, Zielona Góra 2000.
- Periton Ch., *Mathematics and Music*, Mathematics Teaching 233, Journal of the Association of Teachers of Mathematics, 2013.
- Piaget J., *Mowa i myślenie u dziecka*, Warszawa 1992.
- Piaget J., *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa 1966.
- Piaget J., *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa 2006.
- Pieter J., *Zarys metodologii pracy naukowej*, Warszawa 1975.
- Piaget J., Inhelder B., *Psychologia dziecka*, Warszawa 1993.
- Pilch T., *Zasady badań pedagogicznych*, Warszawa, Wrocław, Kraków, Gdańsk 1977.

- Podstawa Programowa Kształcenia Ogólnego dla Szkół Podstawowych i Gimnazjów*, MEN, Warszawa 1999.
- Podstawy nauczania początkowego*, red. R. Więckowski, K. Rogulska, Wrocław 1991.
- Podstawy teorii uczenia się muzyki według E.E. Gordona*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 2000.
- Powszechne wychowanie muzyczne wobec przemian edukacyjnych w Europie*, red. E. Rogalski, Bydgoszcz 1999.
- Poznańska T., *O kształtowaniu pojęć w klasach niższych*, Warszawa 1976.
- Praca nauczyciela i ucznia w klasach I-III*, red. M. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Prandecka D., *Korelacje muzyki z innymi przedmiotami nauczania w kl. I-III*, „Wychowanie Muzyczne w Szkole” 1985, nr 4.
- Program nauczania początkowego*, Warszawa 1993.
- Przemiany i przyszłość pedagogiki wczesnoszkolnej*, red. E. Stucki, Bydgoszcz 1998.
- Przetacznikowa M., *Wiek przedszkolny*, [w:] red. M. Żebrowska. *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, Warszawa 1986.
- Przetacznikowa M., *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, Warszawa 1973.
- Przychodzińska-Kaciczak M., *Muzyka i dziecko*, Warszawa 1974.
- Przychodzińska-Kaciczak M., *Muzyka i wychowanie*, Warszawa 1979.
- Przychodzińska-Kaciczak M., *Polskie koncepcje powszechnego wychowania muzycznego*, Warszawa 1979.
- Radkiewicz J., Lipnicki K., *Analiza porównawcza elementarzy i podręczników matematyki do klasy II i III z wybranych krajów europejskich*, [w:] *Wybrane problemy kształcenia dzieci przedszkolnych i wczesnoszkolnych*, red. M. Jakowicka, Zielona Góra 1992.
- Ratuś A., *Rodzina jako naturalne środowisko wychowawcze i pierwsze ogniwo w społecznym rozwoju dziecka*, [w:] *Współdziałanie rodziny ze środowiskiem*, red. M. Jakowicka, Zielona Góra 1997.
- Rauscher F.H., *Music and Spatial Task Performance: A Casual Relationship*, [w:] *Paper presented at the Annual Meeting of the American Psychological Association Los Angeles, August 1994*.
- Rauscher F.H., Shaw G.L., Ky K.N., *Music and spatial task performance*, „Nature” (Scientific Correspondence) 14 October 1993, Vol. 365.
- Rauscher F.H., Shaw G.L., Levine L., Wright E.L., Dennis W.R., Newcomb R.L., *Music training causes long-term enhancement of preschool children's spatial-temporal reasoning*, „Neurological Research” 1997, Vol. 19, February.
- Reforma systemu edukacji*, MEN, Warszawa 1998.
- Reinfeld B., Lountain K., Mellowship D., *Maths Monsters, Learning Trails, Games and Interventions: Some of the Teaching and Learning Resources Developed by Teachers in the Mathematics for Learning Inclusion Program*, „Australian Primary Mathematics Classroom” 2008, Vol. 13(4).
- Rieznikow Ł.O., *Pojęcie i słowo*, Warszawa 1960.
- Rodzina i dziecko*, red. H. Ziemska, Warszawa 1986.
- Rogalski E., *Muzyka w pozaszkolnej edukacji estetycznej*, Bydgoszcz 1992.

- Rogalski E., *Stan i kierunki powszechnej edukacji estetycznej (muzycznej) w systemie wychowania równoległego*, Bydgoszcz 1989.
- Rogalski E., *Z badań nad społeczno-wychowawczą funkcją muzyki w szkole i środowisku pozaszkolnym*, [w:] *Wychowanie muzyczne – stan badań a praktyka edukacyjna*, red. A. Białkowski, Lublin 1995.
- Rubinsztein S.Ł., *Podstawy psychologii ogólnej*, Warszawa 1964.
- Sacher W., *Wczesnoszkolna edukacja muzyczna*, Kraków 1997.
- Sarapata A., *Uwagi o budowie kwestionariusza do badań społecznych*, Katowice 1972.
- Schaff A., *Wstęp do semantyki*, Warszawa 1960.
- Schuter-Dyson R., Gabriel C., *Psychologia uzdolnienia muzycznego*, Warszawa 1986.
- Semadeni Z., *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 1, Warszawa 1991.
- Semadeni Z., *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 2, Warszawa 1984.
- Semadeni Z., *Łączenie nauczania matematyki z nauczaniem innych przedmiotów*, „Nurt, Studium Nauczania Początkowego” 1977/1978, nr 17.
- Shilling W.A., *Mathematics, Music, and Movement: Exploring Concept and Connections*, „Early Childhood Education Journal” Spring 2002, Vol. 29, No. 3.
- Siwek H., *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998.
- Skórny Z., *Prace magisterskie z psychologii i pedagogiki*, Warszawa 1984.
- Słownik wyrazów obcych*, PWN, Warszawa 1980.
- Sposoby kierowania rozwojem muzycznym dziecka w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 1997.
- Strełau J., Jurkowski A., Putkiewicz Z., *Podstawy psychologii dla nauczycieli*, Warszawa 1975.
- Stucki E., *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, część I*, Bydgoszcz 1992.
- Stucki E., *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, część II*, Bydgoszcz 1993.
- Sudak B., *Matematyczna koncepcja muzyki*, Zielona Góra 1992.
- Suświłło M., *Wychowanie muzyczne w zintegrowanym systemie nauczania początkowego*, [w:] *Sposoby kierowania rozwojem muzycznym dziecka w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym*, red. E. Zwolińska, Bydgoszcz 1997.
- Szemińska A., *Rozwój procesu klasyfikacji*, „Studia Psychologiczne” 1966, t. 7.
- Szemińska A., *Stadia rozwoju psychicznego i ich znaczenie dla pedagogiki*, „Nowa Szkoła” 1957, nr 4.
- Szewczuk W., *Psychologia*, Warszawa 1990.
- Szewczuk W., *Słownik psychologiczny*, Warszawa 1985.
- Szpiter M., *Znaczenie twórczej pracy nauczyciela klas początkowych*, [w:] *Współczesne przemiany kształcenia i doskonalenia pedagogicznego nauczycieli*, red. R. Parzęcki, Bydgoszcz 1998.
- Sztumski J., *Wstęp do metod i technik badań społecznych*, Katowice 1995.
- Szuman S., *Istota, kierunki i struktura uzdolnień muzycznych*, „Szkoła Artystyczna” 1956, t. 3, nr 1-2
- Śliwa T., *Kształtowanie pojęć geometrycznych w klasach I-III*, Jelenia Góra 1994.
- Tałyżina N.F., *Kierowanie procesem przyswajania wiedzy*, Warszawa 1980.
- Teoretyczne i praktyczne aspekty kształcenia zintegrowanego*, red. H. Kosętko, I. Kuźma, Kraków 2000.

- Teoria uczenia się muzyki według Edwina G. Gordona*, red. E. Zwolińska, W. Jankowski, materiały II, Seminarium Autorskiego.
- Tichomirow O.K., *Struktura czynności myślenia człowieka*, Warszawa 1976.
- Tieplow B., *Psychologia zdolności muzycznych*, Warszawa 1952.
- Tomaszewski T., *Wstęp do psychologii*, Warszawa 1979.
- Treści i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji*, red. V. Przerembska, Łódź 2000.
- Tupicka-Buszmak A., *Elementy dramy w wokalnym aspekcie muzykowania zespołowego*, [w:] *Treści, formy i metody przedmiotu „muzyka” w świetle reformy powszechnej edukacji*, red. V. Przerembska, Łódź 2000.
- Uchyla J., *Korelacja muzyki z innymi przedmiotami nauczania w kl. I-III*, „Wychowanie Muzyczne w Szkole” 1982, nr 2.
- Wcisło W.J., *Nasz organizm*, Kraków 1980.
- Watson A., *Dance and mathematics: Engaging senses in learning*, „Australian Senior Mathematics Journal” 2005, Vol. 19(1).
- Wichura H., *Metody kształcenia początkowego*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia*, red. M. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Wichura H., *Proces kształcenia początkowego*, [w:] *Praca nauczyciela i ucznia w kl. I-III*, red. M. Lelonek, T. Wróbel, Warszawa 1990.
- Wiggins G.A., *Music, mind and mathematics: theory, reality and formality*, „Journal of Mathematics and Music” July 2012, Vol. 6, No. 2.
- Wierszyłowski J., *Psychologia muzyki*, Warszawa 1970.
- Więckowski R., *Pedagogika wczesnoszkolna*, Warszawa 1995.
- Wilgocka-Okon B., *Zasób umysłowy dzieci dawniej a dziś*, Warszawa 1967.
- Wojnar I., *Sztuka jako podręcznik życia*, Warszawa 1984.
- Wołoszynowa L., *Młodszy wiek szkolny*, [w:] *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, red. M. Żebrowska, Warszawa 1986.
- Wołoszynowa L., *Rozwój i wychowanie dzieci w młodszym wieku szkolnym*, Warszawa 1967.
- Wroczyński R., Pilch T., *Metodologia pedagogiki społecznej*, Warszawa 1974.
- Wróbel T., *Współczesne tendencje w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1975.
- Współczesne przemiany kształcenia i doskonalenia pedagogicznego nauczycieli*, red. R. Parzęcki, Bydgoszcz 1998.
- Współczesne tendencje w teorii i praktyce nauczania początkowego*, red. H. Moroz, Katowice 1997.
- Wybrane problemy kształcenia dzieci przedszkolnych i wczesnoszkolnych*, red. M. Jakowicka, Zielona Góra 1992.
- Wybrane zagadnienia z psychologii muzyki*, red. M. Manturzevska, H. Kotarska, Warszawa 1990.
- Wychowanie i nauczanie zintegrowane w klasach początkowych*, red. M.T. Michalewska, H. Moroz, Katowice 1997.
- Wygotski L. S., *Wybrane prace psychologiczne*, Warszawa 1971.
- Z zagadnień poznawczych, kulturowych i dydaktycznych muzyki*, red. I. Marciniak, Zielona Góra 1996.
- Zaczyński W., *Praca badawcza nauczyciela*, Warszawa 1976.

- Zaczyński W., *Rozwój metody eksperymentalnej i jej zastosowanie w dydaktyce*, Warszawa 1976.
- Zarys metodyki badań naukowych w pedagogice muzycznej, red. A.E. Kemp, Zielona Góra 1997.
- Zwolińska E., *Podstawy uczenia się muzyki według E. E. Gordona*, Bydgoszcz 2000.
- Zwolińska E., *Rozwój wyobraźni muzycznej a funkcje percepcyjno-motoryczne w młodszym wieku szkolnym*, Bydgoszcz 1997.
- Żebrowska M., *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, Warszawa 1986.
- Żebrowska M., Babska Z., *Zarys historii psychologii rozwojowej w XX w.* [w:] *Psychologia rozwojowa dzieci i młodzieży*, red. M. Żebrowska, Warszawa 1986
- Żuchelkowska K., *Kwalifikowanie wiedzy uczniów klas początkowych*, [w:] *Przemiany i przyszłość pedagogiki wczesnoszkolnej*, red. E. Stucki, Bydgoszcz 1998.

Aneksy

Korelacje pomiędzy pojęciami matematycznymi a pojęciami muzycznymi

Tabela 46. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi

Pojęcia matematyczne z zakresu figur geometrycznych a pojęcia muzyczne		Klasa eksperymentalna			Klasa kontrolna		
		współczynnik	korelacja	zależność	współczynnik	korelacja	zależność
1	pojęcia muzyczne związane z cechami dźwięku	0,836**	wysoka	znaczna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,592**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)
2	pojęcia muzyczne związane z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej	0,589**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,132	słaba	prawie nieznacząca
3	pojęcia muzyczne dotyczące metrum i wartości rytmicznych	0,846**	wysoka	znaczna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,547**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)
4	pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach	0,542**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)	0,190	słaba	prawie nieznacząca

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 47. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi

Pojęcia matematyczne z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęcia muzyczne		Klasa eksperymentalna			Klasa kontrolna		
		współczynnik	korelacja	zależność	współczynnik	korelacja	zależność
1	pojęcia muzyczne związane z cechami dźwięku	0,786**	wysoka	znaczna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,554**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)
2	pojęcia muzyczne związane z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej	0,678**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,518**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)
3	pojęcia muzyczne dotyczące metrum i wartości rytmicznych	0,686**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,090	słaba	prawie nieznacząca
4	pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach	0,432	umiarkowana	istotna	0,360	niska	wyraźna, ale mała

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 48. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi

Pojęcia matematyczne z zakresu działań arytmetycznych a pojęcia muzyczne		Klasa eksperymentalna			Klasa kontrolna		
		współczynnik	korelacja	zależność	współczynnik	korelacja	zależność
1	pojęcia muzyczne związane z cechami dźwięku	0,891**	wysoka	znaczna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,106	słaba	prawie niezacząca
2	pojęcia muzyczne związane z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej	0,602**	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,215	niska	wyraźna, ale mała
3	pojęcia muzyczne dotyczące metrum i wartości rytmicznych	0,837**	wysoka	znaczna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,114	słaba	prawie niezacząca
4	pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach	0,521*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,01 (dwustronna)	0,509*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 49. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych a pojęciami muzycznymi

Pojęcia matematyczne z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych a pojęcia muzyczne		Klasa eksperymentalna			Klasa kontrolna		
		współczynnik	korelacja	zależność	współczynnik	korelacja	zależność
1	pojęcia muzyczne związane z cechami dźwięku	0,434*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)	0,400	niska	wyraźna, ale mała
2	pojęcia muzyczne związane z dynamiką dźwięku i kierunkiem linii melodycznej	0,545*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)	0,492*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)
3	pojęcia muzyczne dotyczące metrum i wartości rytmicznych	0,479*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)	0,413*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)
4	pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach	0,441*	umiarkowana	istotna na poziomie 0,05 (dwustronna)	0,286	niska	wyraźna, ale mała

Źródło: opracowanie własne.

Sprawdziany

SPRAWDZIAN METAMATYCZNY POCZĄTKOWY (I)

Część A

1. Wykonaj obliczenia: 3p
 $17 - 2 - \dots = 10$ $18 - 8 - \dots = 10$ $16 = \dots + \dots + \dots$
 $16 - 3 - \dots = 10$ $14 = \dots + \dots + \dots$ $19 = \dots + \dots + \dots$

2. Wykonaj obliczenia, dopełniając do 10: 1,5p
 $8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 13$
 $7 + 6 =$
 $9 + 7 =$
 $7 + 4 =$

3. Wykonaj odejmowanie i sprawdź: 1,5p
 $14 - 5 = 14 - 4 - 1 = 9$ $9 + 5 = 9 + 1 + 4 = 14$
 $13 - 4 =$
 $16 - 7 =$
 $15 - 8 =$

4. Rogal kosztuje 9 zł., a bułka 4 zł. Ile trzeba zapłacić za 2 bułki i jednego rogalą? 4p

5. Wykonaj obliczenia w tabelce: 3p

x				5	3	10
x- 7	11	14	15			

6. Basia ma 20 zł., a Kamila o 7 zł. mniej. 2p
 a) Ile pieniędzy ma Kamila?

 b) Ile pieniędzy mają dziewczynki razem?

7. Wstaw odpowiedni znak w miejsce kropek >, =, < 3p
 $3 + 9 \dots 9 + 3 + 0$ $4 + 14 \dots 20 + 0$ $15 + 4 \dots 14 - 6$
 $8 + 6 \dots 10 - 8$ $0 + 20 \dots 10 - 10$ $16 - 4 \dots 20 - 8$

8. Uzupełnij tabelkę: 3p
- | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| + 4 | → | 3 | 0 | 6 | 5 | 7 | ← | - 4 |
| | | 9 | | | | | | |

9. Oblicz: 4p
 $2 \cdot 4 =$ $5 \cdot 1 =$ $10 : 2 =$ $12 : 2 =$
 $3 \cdot 2 =$ $3 \cdot 3 =$ $10 : 5 =$ $12 : 4 =$

10. Ułóż zadanie do działania: 4p
 $12 - 3 =$

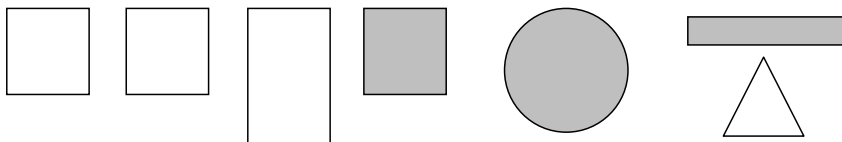
Punktacja i kryteria oceny:

0-6 punktów – niedostateczny	21-28 punktów – dobry
7-15 punktów – mierny	29-30 punktów – bardzo dobry
16-20 punktów – dostateczny	31 punktów – celujący

SPRAWDZIAN METAMATYCZNY KOŃCOWY (II)

I. Zbiory¹.

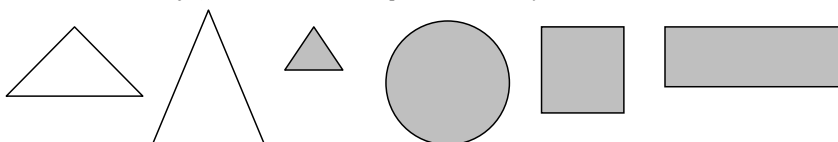
1. Zbiór A to zbiór kwadratów. Zbiór B to zbiór zamalowanych.



- obrysuj pętlą zbiór A i B
- częścią wspólną zbioru A i B jest kwadrat
- obrysuj linią złączenia zbiorów A i B
- przekreśl figurę, która nie należy do złączenia zbiorów A i B.

5p

2. Zbiór T to zbiór trójkątów, a zbiór K to zbiór przedmiotów szarych:

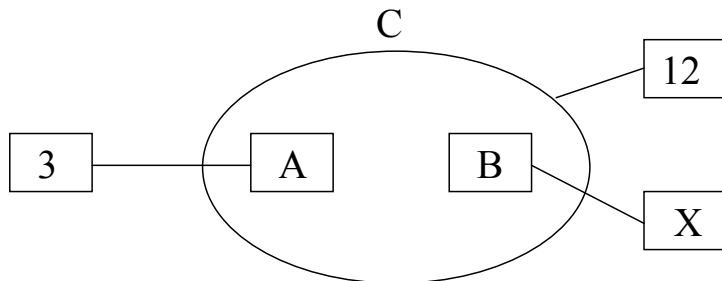


- obrysuj wszystkie przedmioty, które należą do zbioru T, a drugą pętlą otocz elementy należące do zbioru K.
- uzupełnij zdanie: Wszystkie przedmioty, które należą do zbioru T i do zbioru K to zbiorów T i K. Obrysuj to linią.

4p

3. Oblicz liczbę elementów zbioru X i narysuj je:

4p



Punktacja i kryteria ocen:

0-3 punktów – niedostateczny
4-6 punktów – mierny
7-8 punktów – dostateczny

9-10 punktów – dobry
11-12 punktów – bardzo dobry
13 punktów – celujący

¹ E.Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. II, Bydgoszcz 1993, s. 108-109.

II. Figury geometryczne¹.

1. Zmierz i napisz, ile centymetrów ma narysowany odcinek:

1p



2. Narysuj odcinek równy 5 cm:

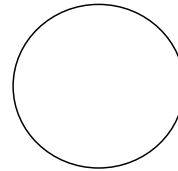
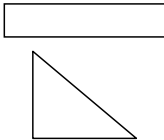
1p

3. Narysuj odcinek:

- dłuższy o 2 cm,
- krótszy o 2 cm.

2p

4. Napisz nazwy narysowanych figur:



4p

5. Narysuj trzy czworokąty:

3p

Punktacja i kryteria oceny:

- 0-2 punktów – niedostateczny
- 3-4 punktów – mierny
- 5-6 punktów – dostateczny

- 7-8 punktów – dobry
- 9-10 punktów – bardzo dobry
- 11 punktów – celujący

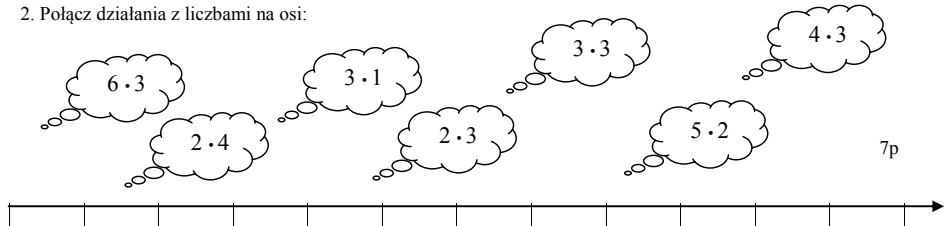
¹E.Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. II, Bydgoszcz 1993, s. 193.

III. Mnożenie i dzielenie w zakresie 30¹

1. Narysuj trzy rzędy kółek po 4 kółka w rzędzie. Napisz działania do rysunku.

2p

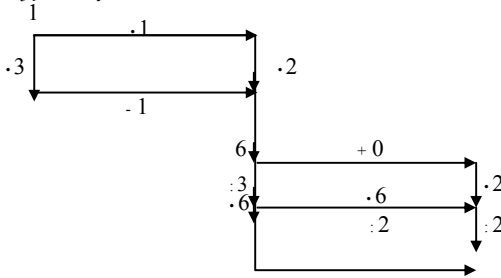
2. Połącz działania z liczbami na osi:



7p

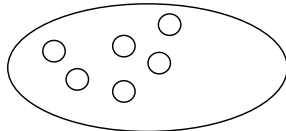
3. Wpisz brakujące liczby:

5p

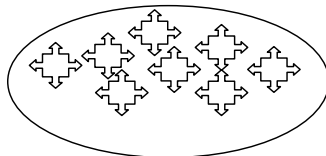


4. Podziel kółka po 3 i zapisz działanie:

4p



Podziel krzyżki na 4 równe części i zapisz działanie:



5. Uzupełnij tabelkę:

2p

: 3	6	3	6	12	1	15	7	· 3
-----	---	---	---	----	---	----	---	-----

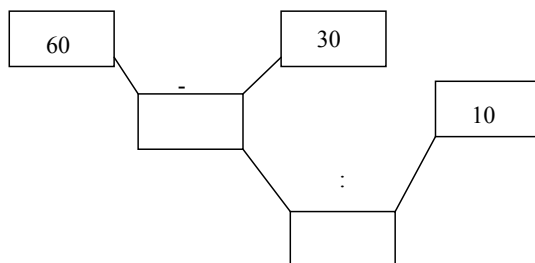
¹E.Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. II, Bydgoszcz 1993, s. 172-173.

6. Rozwiąż równania na grafach: 4p

$$x \cdot 5 = 20$$

$$x : 3 = 6$$

7. Uzupełnij drzewko i napisz działania: 2p



8. Jeżeli 20 zł rozmniesz na 4 jednakowe monety, to jakie monety otrzymasz? 1p

Punktacja i kryteria oceny:

0-12 punktów – niedostateczny

13-15 punktów – mierny

16-18 punktów – dostateczny

19-22 punktów – dobry

23-25 punktów – bardzo dobry

26-27 punktów – celujący

IV. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20¹

1. Wpisz po dwie kolejne liczby nieparzyste i potem parzyste. Obok napisz je słowami: 2p

2. W miejsce wpisz właściwy znak: >, <, =.

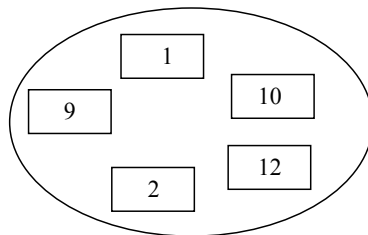
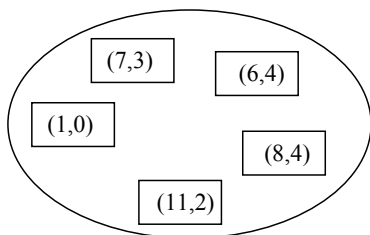
6 + 3 - 5

7 + 0 + 2

4 + 0 - 0

3p

3. Połącz strzałką pary liczb z liczbą, która równa się ich sumie albo różnicy: 5p

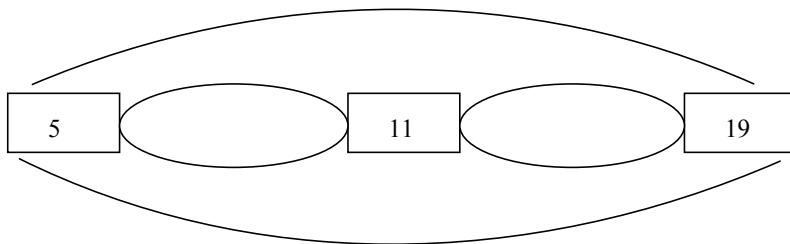


4. Napisz działania i oblicz sumy oraz różnice następujących liczb: 7 i 5, 14 i 6, 8 i 8; 6p

¹E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. II, Bydgoszcz 1993, s. 130-131.

5. Uzupełnij graf:

2p



6. Wpisz brakujące liczby:

3p

a	7		5
b	6	6	
a + b		12	10

7. Przedstaw działanie na osi liczbowej:

2p

$$6 + 5 - 3 =$$

8. Oblicz, stosując prawo przemienności i łączności:

2p

$$6 + 3 = 4 + 7 =$$

$$2 + 5 + 8 =$$

Punktacja i kryteria oceny:

0-5 punktów – niedostateczny

12-21 punktów – dobry

6-10 punktów – mierny

22-24 punktów – bardzo dobry

11-15 punktów – dostateczny

25 punktów – celujący

V. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100¹.

1. Wpisz wszystkie liczby większe od 67, a mniejsze od 74. Dwie z nich napisz słowami:

4p

2. Rozłóż liczby w tabeli na dziesiątki i jedności:

2p

Liczba	Dziesiątki	Jedności
81		
52		
33		
60		

3. Napisz te liczby:

4p

5 dziesiątek 2 jedności

3 dziesiątki

1 dziesiątka 9 jedności

8 dziesiątek 6 jedności

4. Wymienione liczby przepisuj od najmniejszej do największej 15, 0, 100, 12, 31, 49, 51, 99

2p

¹E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, cz. II, Bydgoszcz 1993, s. 153-155.

5. Z lewej strony podanych liczb napisz liczbę o 4 mniejsze, a z prawej o 5 większe 3p

..... 18 91 50

6. Wypełnij tabelki: 6p

x	x - 4
47	
15	
91	

x	x + 4
36	
49	
88	

7. Janek ma 10 lat. Ania ma 3 lata mniej, a Tadek jest starszy od Ani o 13 lat. Wykreśl na osi liczbowej. O ile lat jest młodszy Janek od Tadeka? 4p

Punktacja i kryteria oceny:

0-11 punktów – niedostateczny
12-14 punktów – mierny
15-17 punktów – dostateczny

18-20 punktów – dobry
21-23 punktów – bardzo dobry
24-25 punktów – celujący

VI. Wiadomości i umiejętności praktyczne.

1. Napisz: 1p

- Tydzień ma dni

2. Napisz: 3p

- Grudzień ma dni
- Marzec ma dni
- Maj ma dni

3. Napisz datę (rok, miesiąc, dzień): 3p

- dnia dzisiejszego

- swoich urodzin

- datę rozpoczęcia roku szkolnego

4. Kasia ma w SKO 5 zł. Wpłaciła 3 zł. Ile ma teraz pieniędzy na SKO? 2p

Punktacja i kryteria oceny:

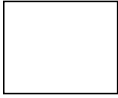
0-2 punktów – niedostateczny
3 punkty – mierny
4 punkty – dostateczny

5-6 punktów – dobry
7-8 punktów – bardzo dobry
9 punktów – celujący

**SPRAWDZIAN KOŃCOWY (III)
MATEMATYCZNO-MUZYCZNY**

Zadanie 1.

Co to jest w matematyce



.....

w muzyce?

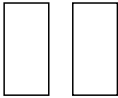


.....

2p

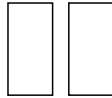
Zadanie 2.

Co to jest w matematyce



.....

w muzyce?



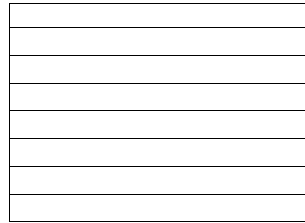
.....

2p

Zadanie 3.

Narysuj

- ćwierćnutę
- ósemkę
- półnutę
- szesnastkę
- ćwierćnutę z kropką
- pauzę ćwierćnutową
- klucz wiolinowy. Napisz, jakie jest jego znaczenie



8p

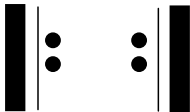
Zadanie 4.

Co to jest pauza w muzyce?

1p

Zadanie 5.

Co oznacza ten znak?



1p

Zadanie 6.

Ponumeruj słyszane melodie według kolejności ich występowania od 1 do 4

4p

- wznosząca
- opadająca
- taka sama
- inna

Zadanie 7.

Podpisz nazwy znanych Ci instrumentów

8p



Zadanie 8.

Zapisać nazwami solmizacyjnymi dźwięki pokazywane przez nauczyciela:

.....

3p

Zadanie 9.


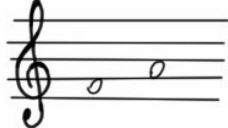

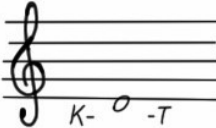
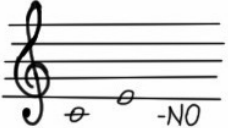
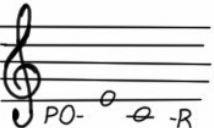
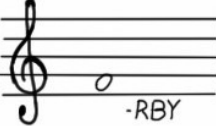
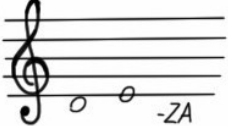
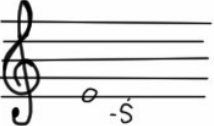
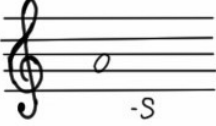
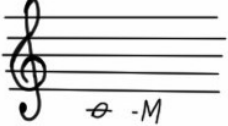
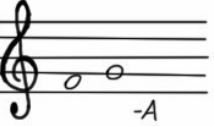
Uzupełnij gamę C-dur.

4p



Zadanie 10.

Rozwiąż rebusy, używając nazw solmizacyjnych
12p

1		2		3	
4		5		6	
7		8		9	
10		11		12	

Zadanie 11.

Policz, ile nut mieści się w każdym takcie. Właściwe liczby wpisz do okienek, a następnie dodaj do siebie.
6p

4/4		
4/4		
4/4		
4/4		
4/4		
4/4		
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin: 0 auto;"></div>		

Zadanie 12.

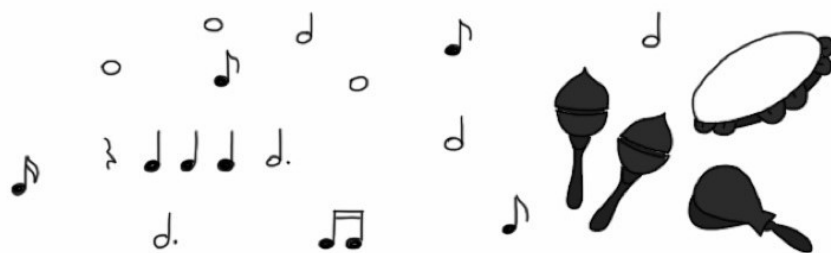
W następujące figury geometryczne wpisz odpowiednio: w trójkąt: 3 ćwierćnuty, w koło: 4 ósemki, w kwadrat: 8 szesnastek i w prostokąt: 2 półnuty.

4p

**Zadanie 13.**

Utwórz zbiory: całych nut, półnut, ćwierćnut, ósemek i szesnastek.

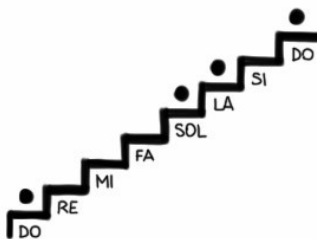
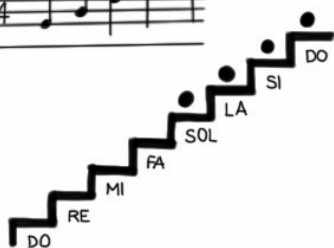
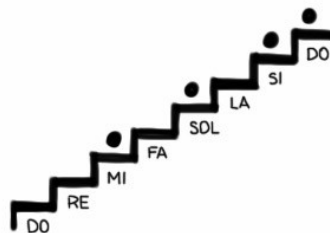
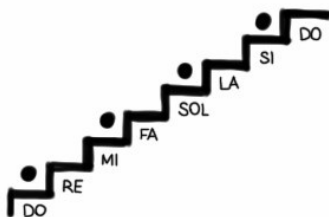
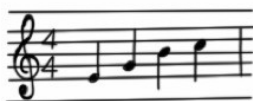
2p



Zadanie 14.

Przyporządkuj schodki melodyczne do zapisu nutowego melodii. Połącz je strzałką.

5p



Zadanie 15.

Odszukaj nutkę z ramki w ciągu melodycznym. Zakreśl kółkiem liczbę, nad którą znajduje się ta nutka. 5p

 DO	 5 9 12 2 8 4 7 10 1 6 11 3
 SOL	 7 8 1 10 6 9 12 4 3 2 11 5
 LA	 6 2 3 5 9 11 7 12 10 8 4 1
 FA	 9 11 3 12 8 10 4 5 1 6 7 2
 SI	 1 7 11 3 10 6 12 4 5 8 9 2

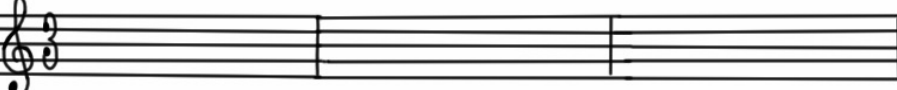
Zadanie 16.

Słyszaną melodię zaznacz cyfrą 1 lub 2, zgodnie z kolejnością ich występowania. 2p

Piano –
forte –


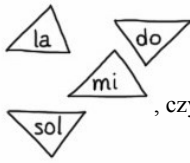
Zadanie 17.


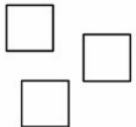
Uzupełnij zdanie zgodnie z ilustracją. 1p



To są 3

Zadanie 18.
Uzupełnij zdania:

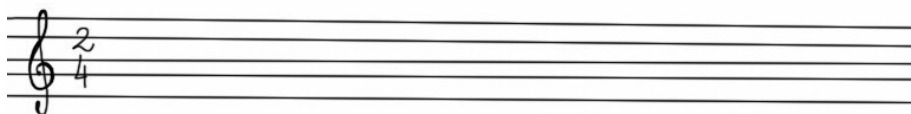
A) Duży  jest zbiorem małych , czyli jest to zbiór 2p

B) Duży  jest zbiorem małych , czyli jest to zbiór 2p

C) Przyporządkuj wartość rytmiczną nuty do nazwy solmizacyjnej strzałką oraz zapisz na pięciolinii. 4p



mi do
sol do



D) Umieść pod pięciolinia liczbę odpowiadającą danej liczbie. 4p

Zadanie 19.

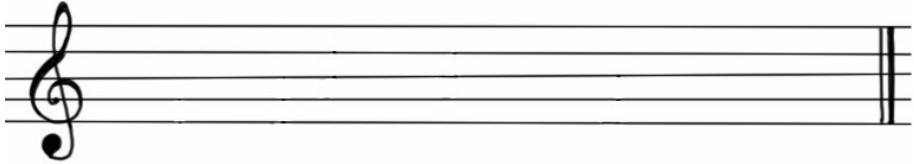
A) Odgadnij, jakie to działanie, posługując się nazwami literowymi i solmizacyjnymi nut. 1p



Działanie: w ni

Jak się nazywa wynik tego działania? 1p

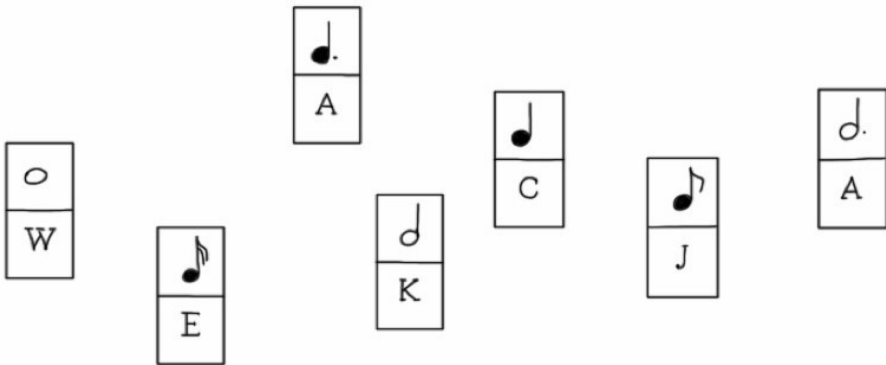
- B) Co odmierza czas? 1p
 Odpowiedź przedstaw na pięciolinii jako rebus.



- C) Napisz dzisiejszą datę: 1p
 Napisz datę swoich urodzin: 1p

Zadanie 20.

Uporządkuj muzyczne domino od największej do najmniejszej wartości rytmicznej, posługując się strzałkami.



Punktacja i kryteria oceny:

- 0-20 punktów – niedostateczny
- 21-40 punktów – mierny
- 41-60 punktów – dostateczny

- 61-75 punktów – dobry
- 76-86 punktów – bardzo dobry
- 87-91 punktów – celujący



Spis tabel, wykresów i diagramów

Spis tabel

Tabela 1. Stadia operacji konkretnych i operacji formalnych według A. Szemińskiej	16
Tabela 2. Charakterystyka okresu (stadium) wieku dzieci (w przybliżeniu)	23
Tabela 3. Rozwój pojęć według L.S. Wygotskiego	29
Tabela 4. Pojęcia według J. Piageta i L.S. Wygotskiego	40
Tabela 5. Tendencje kategoryzacji pojęć	56
Tabela 6. Rodzaje aktywności poznawczej	57
Tabela 7. Syntaksa modelu nauczania pojęć	67
Tabela 8. Ogólny zarys typów i stadiów audiacji wstępnej	81
Tabela 9. Typy audiacji właściwej	83
Tabela 10. Stadia audiacji właściwej.	83
Tabela 11. Poziomy i podpoziomy kolejności uczenia się umiejętności	84
Tabela 12. Poziomy kolejności uczenia się zawartości tonalnej.	87
Tabela 13. Poziomy i podpoziomy kolejności uczenia się zawartości rytmicznej według E.E. Gordona	89
Tabela 14. Poziomy myślenia według E. Gruszczyk-Kolczyńskiej	95
Tabela 15. Przykłady materiałów do organizowania czynności typu matematycznego u dzieci	100
Tabela 16. Formy i cechy czynności konkretnych, wyobrażeniowych i abstrakcyjnych	101
Tabela 17. Czynności a aktywności typu matematycznego	102
Tabela 18. Przewidywane efekty zadań inspirujących czynności konkretne, wyobraże- niowe i abstrakcyjne	103
Tabela 19. Teoria stadiów rozwojowych J. Piageta a poziomy pojęć według van Hiele'a i re- prezentacje J.S. Brunera w ujęciu H. Siwek	107
Tabela 20. Zmienne zależne i zmienne zależne szczegółowe	118
Tabela 21. Badanie zmienne szczegółowe uboczne	119
Tabela 22. Płeć dzieci objętych badaniem	123
Tabela 23. Poziom opanowania pojęć matematycznych na podstawie sprawdzianu po- czątkowego	142

Tabela 24. Poziom opanowania pojęć matematycznych w sprawdzianie początkowym (zróznicowanie pod względem płci)	143
Tabela 25. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z części matematycznej (ogółem).	144
Tabela 26. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu końcowego (część matematyczna)	144
Tabela 27. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych.	146
Tabela 28. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu figur geometrycznych (płć)	147
Tabela 29. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji	148
Tabela 30. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji (płć)	149
Tabela 31. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych	150
Tabela 32. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu działań arytmetycznych (płć).	151
Tabela 33. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych.	152
Tabela 34. Wyniki uczniów uzyskane ze sprawdzianu z pojęć matematycznych z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych (płć)	153
Tabela 35. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego z części muzycznej (ogółem)	158
Tabela 36. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu końcowego z części muzycznej (ogółem)	158
Tabela 37. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu cech dźwięku	161
Tabela 38. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z cech dźwięku	161
Tabela 39. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej	162
Tabela 40. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej	163
Tabela 41. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych	164
Tabela 42. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych.	164
Tabela 43. Wyniki uczniów ze sprawdzianu końcowego – z pojęć muzycznych z zakresu wiadomości o instrumentach	166
Tabela 44. Wyniki uczniów zróznicowane ze względu na płć uzyskane ze sprawdzianu z pojęć muzycznych dotyczących wiadomości o instrumentach	166

Tabela 45. Siła zależności między zmiennymi – klasyfikacja według J. Guilforda	170
Tabela 46. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu figur geometrycznych a pojęciami muzycznymi	191
Tabela 47. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji a pojęciami muzycznymi	192
Tabela 48. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu działań arytmetycznych a pojęciami muzycznymi	192
Tabela 49. Korelacje między pojęciami matematycznymi z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych a pojęciami muzycznymi	193

Spis wykresów

Wykres 1. Stopień opanowania pojęć matematycznych (część matematyczna).	154
Wykres 2. Pojęcia matematyczne z zakresu figur geometrycznych	155
Wykres 3. Pojęcia matematyczne z zakresu działań arytmetycznych	155
Wykres 4. Pojęcia matematyczne z zakresu zbiorów i ich klasyfikacji.	156
Wykres 5. Pojęcia matematyczne z zakresu wiadomości i umiejętności praktycznych . . .	157
Wykres 6. Pojęcia muzyczne z zakresu wiadomości o instrumentach	168
Wykres 7. Pojęcia muzyczne z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej . .	168
Wykres 8. Pojęcia muzyczne z zakresu metrum i wartości rytmicznych	169
Wykres 9. Pojęcia muzyczne z zakresu cech dźwięku.	169

Spis diagramów

Diagram 1. Część matematyczna	145
Diagram 2. Część matematyczna	145
Diagram 3. Część muzyczna	159
Diagram 4. Część muzyczna.	159

Spis treści

Wstęp	7
-----------------	---

Część pierwsza

Przegląd koncepcji teoretycznych dotyczących kształtowania pojęć u dziecka

Rozdział 1. Rozwój pojęciowy dziecka	15
1. Teoretyczne podstawy klasyfikacji pojęć	15
2. Tworzenie się pojęć w umysłach dzieci	21
3. Dojrzałość szkolna dziecka	40
4. Etapy kształtowania pojęć.	46
5. Funkcje pojęć.	56
5.1. Niezmiennik jako podstawa pojęć	56
5.2. Kategoryzacyjna funkcja pojęć.	57
5.3. Pojęcia jako podstawa rozumienia i wnioskowania	58
6. Nauczanie – uczenie się pojęć	59
Rozdział 2. Specyfika kształtowania pojęć muzycznych u dzieci	71
1. Uzdolnienie muzyczne	71
2. Audiacja	75
3. Znajomość zapisu i zasad muzyki	77
4. Wykonawstwo muzyczne	78
Rozdział 3. Kształtowanie pojęć matematycznych	91
1. Psychologiczne uwarunkowania procesów myślenia, niezbędnych do rozwijania pojęć matematycznych	91
2. Specyfika pojęć matematycznych.	97
3. Czynnościowe nauczanie matematyki	104
4. Poziomy rozumienia pojęć	106
5. Dojrzałość dziecka do uczenia się matematyki	107

Część druga**Empiryczna weryfikacja autorskiej koncepcji kształtowania pojęć matematycznych w edukacji muzycznej dzieci**

Rozdział 1. Metodologia, organizacja i przebieg badań	115
1. Cel i problematyka badań	115
2. Zmienne i wskaźniki	117
3. Metody, techniki i narzędzia badawcze	120
4. Teren, zakres i organizacja badań	122
Rozdział 2. Kiedy muzyka w procesie edukacji spotyka się z matematyką	127
1. Działania muzyczne wspomagające kształtowanie pojęć matematycznych	129
1.1. Działania muzyczne a figury geometryczne	133
1.2. Działania muzyczne a zbiory i ich klasyfikacje	135
1.3. Działania muzyczne a działania arytmetyczne	137
1.4. Działania muzyczne a wiadomości i umiejętności praktyczne	139
2. Stopień opanowania pojęć matematycznych – wyniki eksperymentu	141
2.1. Wyniki wstępne – stopień opanowania pojęć matematycznych przed realizacją eksperymentu	141
2.2. Wyniki po realizacji eksperymentu pedagogicznego	143
3. Stopień opanowania pojęć muzycznych przez uczniów	157
3.1. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu cech dźwięku	160
3.2. Opanowanie pojęć z zakresu dynamiki dźwięku i kierunku linii melodycznej	162
3.3. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu metrum i wartości rytmicznych	163
3.4. Opanowanie pojęć muzycznych z zakresu wiadomości o instrumentach	165
3.5. Stopień opanowania pojęć muzycznych przez uczniów – podsumowanie	167
4. Korelacje między stopniem opanowania pojęć matematycznych i muzycznych	170
Zakończenie	175
Literatura	181
Aneksy	191
Spis tabel, wykresów i diagramów	211

Anna Łuczak – adiunkt w Instytucie Muzyki Uniwersytetu Zielonogórskiego. Stopień doktora nauk humanistycznych w zakresie pedagogiki otrzymała decyzją Rady Wydziału Pedagogiki i Psychologii Akademii Bydgoskiej – obecnie Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy. Od wielu lat jest związana z edukacją muzyczną na wszystkich poziomach (szczególnie zintegrowaną edukacją wczesnoszkolną). Zainteresowania i dorobek naukowy koncentrują się wokół zagadnień związanych z pedagogiką i psychologią muzyki. Prace badawcze dotyczą kształtowania pojęć matematycznych poprzez edukację muzyczną u dzieci przedszkolnych i wczesnoszkolnych, jak również wpływu muzyki na procesy poznawcze dzieci. Działalność obejmuje czynny udział w licznych sympozjach i sesjach naukowych o zasięgu ogólnopolskim i międzynarodowym. Jest autorką wielu artykułów publikowanych w wydawnictwach specjalistycznych. Współpracuje z profesorami w kraju i za granicą. Jest członkinią Lubuskiego Towarzystwa Naukowego, Stowarzyszenia Muzykoterapeutów Polskich i wielu innych.



Anna Łuczak wzbogaca literaturę fachową o monografię, która stanowi znaczący wkład w edukację i kształcenie uczniów pierwszych klas szkoły podstawowej (nauczanie wczesnoszkolne). Interdyscyplinarna treść publikacji opiera się na wspieraniu rozwoju myślenia poznawczego w matematyce, wzmacniając pojęcia poprzez zajęcia muzyczne. Należy podkreślić wyjątkowość tej publikacji, [...] gdyż do tej pory badania międzylekcyjne koncentrowały się bardziej na udowodnieniu, że muzyka i sztuka w znacznym stopniu ułatwiają uczenie się bardziej wymagających, poznawczych (kognitywnych) przedmiotów szkolnych. W monografii tej na przykładach, modelach i zjawiskach muzycznych kształtowane są pojęcia matematyczne, co równocześnie stanowi integrację przedmiotu estetycznego i technicznego.

Z recenzji wydawniczej prof. mgr art. Ireny Medňanskiej, PhD

ISBN 978-83-7842-279-2

